

ORSAY

Série A. N°

100

THESES

présentées

A LA FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY

DE L'UNIVERSITE DE PARIS

en vue de l'obtention du titre

de Docteur Ingénieur

par

LUCIEN LHERITIER

Ingénieur C.N.A.M.

1ère THESE : Etude des problèmes de phase
dans un accélérateur linéaire à électrons

2ème THESE : Propositions données par la Faculté

Soutenues le 17/12/69 devant la Commission d'Examen

MM.

Président

Examineurs



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552216_0008

THÈSES

présentées à la Faculté des Sciences d'ORSAY

de l'Université de PARIS

en vue de l'Obtention

du titre de Docteur Ingénieur

par

Lucien LHERITIER

Ingénieur C.N.A.M

1^è Thèse : Etude des problèmes de phase dans un accélérateur
linéaire à électrons

2^è Thèse : Propositions données par la Faculté

Soutenues le

devant la commission d'examen

MM

Président

Examineurs.



A mes parents

AVANT - PROPOS

+++++

Ce travail a été effectué au laboratoire de l'accélérateur linéaire de l'Ecole Normale Supérieure, dans le cadre du "Projet d'extension à 2,3Gev" de l'énergie de cet accélérateur ; que Monsieur le Professeur A.BLANC-LAPIERRE, son directeur, trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour m'avoir permis de présenter ce travail comme thèse de Docteur-Ingénieur alors que j'étais engagé pour cette étude au titre d'agent contractuel des enseignements supérieurs en qualité d'ingénieur d'études.

Que Monsieur L.BURNOD, responsable du projet, soit remercié pour la confiance qu'il m'a témoignée en me confiant cette étude, ainsi que Madame R.HIREL et Monsieur P.BRUNET pour m'avoir fait part de leurs critiques et suggestions quant à la rédaction et à la présentation des résultats obtenus.

J'exprime toute ma gratitude à Messieurs L.MELARD et S.COSTA ainsi qu'à leurs équipes respectives, qui se sont chargées de l'exécution et de l'installation des diverses réalisations découlant de cette étude et appliquées

Il est encore d'autres personnes que je tiens à remercier très vivement : d'abord Monsieur le Professeur Y.GARAULT Directeur de l'Institut Universitaire de Technologie de Limoges et responsable du Laboratoire microondes de la Faculté des Sciences de cette même ville, avec lequel j'ai eu de fructueux dialogues et auquel je suis lié par une solide amitié ; ensuite Monsieur S. BONHOFF chef du département UHF de l'ex Société SADIR-CARPENTIER à qui je dois mes premiers pas dans la technique des microondes et non orientation vers la physique.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

1ère Partie

GENERALITES SUR LES EQUATIONS DE MAXWELL APPLIQUEES AUX ACCELERATEURS LINEAIRES.

CHAPITRE I : PROPAGATION DES ONDES E.M. GUIDEES

- 1.1 Equations générales du champ électromagnétique
- 1.2 Equations des ondes (d'ALEMBERT et HELMHOLTZ)
- 1.3 Rappels sur les concepts de vitesse de propagation d'une onde EM
- 1.4 Ondes guidées - transformation des équations de MAXWELL
- 1.5 Ondes guidées. Modes TEM, TE et TM - Guides rectangulaires et circulaires.
- 1.6 Structures périodiques pour ondes lentes (Equations de MATHIEU-HILL et théorème de FLOQUET).
- 1.7 Structures périodiques - Flux de puissance (théorèmes de J.S BELL)
- 1.8 Structures périodiques - Diagramme de BRILLOUIN - Relation de dispersion des ondes E.M.

CHAPITRE II - INTERACTIONS ONDE-FAISCEAU

- 2.1 Mouvement d'une particule chargée dans un champ E.M.
- 2.2 Champ de charges en mouvement - Potentiels de LIENARD-WIECHERT - freinage de rayonnement ou forces lorentziennes de freinage.
- 2.3 Ondes de charge d'espace d'un faisceau d'électrons
- 2.4 Interactions dans les tubes à modulation de vitesse
- 2.5 Interactions dans les structures périodiques

2ème Partie

ANALYSE DES MODULATIONS ET DISTORSIONS DE PHASE DANS UN ACCELERATEUR LINEAIRECHAPITRE III : GENERALITES SUR MODULATIONS DE PHASE ET DE FREQUENCE ET LEURS DISTORSIONS3.1 Notions de fréquence instantanée - Spectre d'une modulation3.2 Distorsions non-linéaires affectant une modulation en régime quasi-stationnaire.

3.2.1 Types de distorsions et leurs combinaisons

3.2.2 Hypothèse du régime stationnaire - Retard du fondamental

3.3 Distorsions dues à un quadripôle sélectif

3.3.1 Lois de BODE sur les réseaux - Transposition de fréquence

3.3.2 Quadripôle sélectif symétrique autour de ω_0 3.4 Distorsions dues à des modulations résiduelles d'amplitude3.5 Modulations parasites et leurs distorsions dans un accélérateur linéaire

3.5.1 Sources de modulation - Analyse

3.5.2 Causes de distorsion - Analyse

CHAPITRE IV : DISTORSIONS DE PHASE DANS UNE PROPAGATION GUIDÉE4.1 Distorsion de propagation - Principe de la phase stationnaire4.2 Distorsions introduites par un "FEEDER"

4.2.1 Feeder dispersif adapté

4.2.2 Feeder non dispersif désadapté

4.3 Applications aux ondes guidées d'un accélérateur linéaire

4.3.1 Distribution d'énergie HF aux klystrons amplificateurs

4.3.2 Ondes guidées dans les structures accélératrices.

CHAPITRE V : MODULATIONS ET DISTORSIONS DANS LES TUBES A-MODULATION DE VITESSE (T.M.V).

5.1 Modulations récurrentes

5.1.1 Klystron amplificateur multicavités

5.1.2 Klystron reflex oscillateur

5.1.3 Tube à propagation d'ondes - Modulations

5.2 Bruit de fréquence - Modulations érratiques

5.2.1 Considérations générales - Types de bruits

5.2.2 Sources de bruit dans un klystron amplificateur

5.2.3 Stabilité de fréquence dans un oscillateur

5.2.4 Bruits dans un tube à propagation d'ondes

5.3 Distorsions introduites par les T.M.V

CHAPITRE VI : INCIDENCES SUR LES QUALITES DU FAISCEAU

6.1 Energie et phase en régime synchrone

6.2 Energie et phase en régime non synchrone

6.3 Caractéristiques du faisceau - Influences sur le spectre

6.3.1 Causes d'élargissement du spectre

6.3.2 Dispersion de phase et d'énergie à caractère permanent

6.3.3 Dispersion de phase et d'énergie dues à des fluctuations du champ.

6.3.4 Dispersion d'énergie dues à des modulations de fréquence.

CHAPITRE VII : MODULATIONS ET DISTORSIONS DIVERSES DANS LES EQUIPEMENTS

7.1 Discriminateurs de fréquence et de phase

7.1.1 Propriétés d'un discriminateur de fréquence

7.1.2 Discriminateurs hyperfréquences

7.2 Récepteurs MF et MF en Hyperfréquences

- 7.2.1 Changement de fréquence par mélangeur à diode
- 7.2.2 Amplification FI avec limitation d'amplitude
- 7.2.3 Démodulation d'une porteuse MF
- 7.2.4 Amplification BF - Signal de lecture
- 7.2.5 Considérations théoriques sur le comportement des récepteurs comme filtres linéaires

7.3 Détecteurs d'enveloppe en M.A et M.F

- 7.3.1 Propriétés générales et modes de fonctionnement
- 7.3.2 Détection d'un bruit pur
- 7.3.3 Détection d'une onde "signal plus bruit"
- 7.3.4 Fluctuation du signal détecté
- 7.3.5 Produits de modulation et bruit propre dans une détection d'enveloppe.
- 7.3.6 Détection synchrone - Comparaison des différents types de détection.

7.4 Circulateurs ou Hexapôles non-réciproques

- 7.4.1 Utilisations et fonctionnements divers sur un accélérateur linéaire.
- 7.4.2 Propriétés générales des hexapôles réciproques
- 7.4.3 Propriétés et caractéristiques des circulateurs

ANNEXE A LA IIème PARTIE

FREQUENCE INSTANTANEE & THEORIE DU SIGNAL ANALYTIQUE

- 1.1 AVANT-PROPOS ET POSITION DU PROBLEME
- 1.2 PROLONGEMENT COMPLEXE D'UN SIGNAL REEL
- 1.3 REPARTITION DE L'ENERGIE DANS UN DIAGRAMME TEMPS - FREQUENCE

- 1.4 EPOQUE DE GROUPE D'UN SIGNAL COMME MOYENNE PONDEREES DES EPOQUES
DE GROUPE DE DIFFERENTES FREQUENCES.
- 1.5 FREQUENCE MOYENNE D'UN SIGNAL CONSIDEREE COMME MOYENNE PONDEREE
DE DIFFERENTES FREQUENCES INSTANTANEEES.
- 1.6 ETALEMENT D'UN SIGNAL DANS CE TEMPS - DISTORSIONS D'AMPLITUDE
ET DE PHASE.

3ème Partie

REALISATIONS & APPLICATIONS SUR L'ACCELERATEUR LINEAIRE D'ORSAY

CHAPITRE VIII : PILOTE MICRO-ONDE STABILISE EN FREQUENCE

- 8.1 Performances exigées et conception générale
- 8.2 Choix entre les diverses solutions possibles de stabilisation - discriminateur de fréquence ou de phase.
- 8.3 Réalisation et résultats

CHAPITRE IX : SYSTEME D'ASSERVISSEMENT AUTOMATIQUE DE LA PHASE

- 9.1 Conception Générale
- 9.2 Réalisation et mise en oeuvre sur l'accélérateur
- 9.3 Résultats obtenus

CHAPITRE X : REALISATIONS DIVERSES

- 10.1 Installation et recette d'un préamplificateur de 5 MW
- 10.2 Mesures préliminaires et recette des nouvelles structures accélératrices - Amélioration des anciennes.
- 10.3 Lignes de transmission
- 10.4 Composants divers - Etudes et réalisations

dans le cas d'une propagation guidée par des structures lisses ou corruguées ou encore à celle des ondes de charge d'espace d'un faisceau de particules chargées.

La seconde, qui forme le corps de ce travail, porte plus précisément sur les modulations parasites de phase et de fréquence ainsi que sur les distorsions que celles-ci subissent tout le long de l'accélérateur et dans les équipements de servitude. On analyse les origines et les modes de génération de ces modulations à tous les niveaux de puissance de la chaîne de transmission et en particulier les récurrences les plus probables et les caractères aléatoires liés aux bruits d'amplitude et de fréquence inhérents aux amplificateurs. Les distorsions subies par celles-ci sont liées aux modes de transformation de l'onde parasitée (propagation guidée, amplification..etc) et leur analyse a été faite pour des cas typiques d'imperfections des caractéristiques de transmission telles que : non-linéarité, dispersion phase-fréquence de certains quadripôles , désadaptations aux changements de mode de propagation, transfert à travers des quadripôles filtrants, distorsions harmoniques ... etc.

Quant à la troisième partie, elle a trait aux diverses réalisations effectuées sur l'accélérateur existant ainsi qu'à celles nécessitées par l'accroissement de l'énergie finale à 2,3 Gev.

Parmi les plus importantes nous citerons :

- Un pilotage hyperfréquence très stable à ondes entretenues avec un étage "mai+ oscillateur" à bas niveau suivi d'un séparateur P.A. avec sortie de 1 KW en continu ou en impulsions.
- Un système d'asservissement automatique de la phase entre l'onde accélératrice et le faisceau à l'entrée de chaque section.
- Certaines déterminations de caractéristiques de structure, ainsi que des mesures de recette sur les nouvelles sections accélératrices.
- Une distribution de l'alimentation hyperfréquence des klystrons de puissance sous pressurisation et comportant un certain nombre de composants nouveaux tels des déphaseurs et atténuateurs rotatifs, des coupleurs et aiguilleurs à haute directivité et isolation.
- La mise en place et la recette du préamplificateur THOMSON-VARIAN de 5MW.

- Des mesures sur la répartition spectrale des bruits d'amplitude et de fréquence générés par des klystrons oscillateurs.

La quatrième partie concerne les références citées, la bibliographie et une liste des figures et graphiques et leurs correspondances avec le texte.

Ière PARTIE

=====

GENERALITES SUR LES EQUATIONS DE MAXWELL

APPLIQUEES AUX ACCELERATEURS

LINEAIRES

CHAPITRE I

PROPAGATION D'ONDES GUIDEES

Dans ce chapitre nous nous proposons de passer en revue les différents types de propagations guidées que l'on est susceptible de rencontrer dans l'étude des problèmes de phase, liés à l'accélération de particules ultra-relativistes ; mais ceci suppose certains rappels sur les équations de MAXWELL et leurs transformations permettant de satisfaire aux conditions aux limites imposées par les types de structures de guidage. En particulier les structures à corrugations dont le guide accélérateur à iris en est une variété fort utilisée.

I - 1 EQUATIONS GENERALES DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE

A l'échelle macroscopique l'ensemble des phénomènes électriques et magnétiques, dépendant du temps sont régis et pleinement décrits par les équations de MAXWELL. Aussi les quatres fonctions vectorielles de point et du temps $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{D}$ et $\vec{B}$ décrivent entièrement le champ électromagnétique en satisfaisant en tous points du domaine de ce champ aux relations suivantes qui constituent les équations de MAXWELL.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \vec{E} = - \frac{\delta \vec{B}}{\delta t} \end{array} \right. \quad (\text{I.1})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \vec{H} = \vec{i} + \frac{\delta \vec{D}}{\delta t} \end{array} \right. \quad (\text{I.2})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div } \vec{D} = \rho \end{array} \right. \quad (\text{I.3})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div } \vec{B} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{I.4})$$

Ces relations sont valables dans tous les milieux, les deux premières nous donnent six équations d'évolution et les deux dernières sont deux conditions indépendantes du temps. Si le domaine d'existence des quatre vecteurs ci-dessus comporte plusieurs milieux séparés par des surfaces de discontinuité, ces relations doivent être complétées par des conditions de continuité sur les surfaces de séparation des milieux, appelées "conditions aux limites" ; lesquelles s'écrivent :

$$(I.5) \quad \vec{E}_{T1} = \vec{E}_{T2}$$

$$(I.6) \quad \vec{B}_{N2} = \vec{B}_{N1}$$

$$(I.7) \quad D_{N2} - D_{N1} = \sigma \quad (I.8) \quad \vec{H}_{T2} - \vec{H}_{T1} = \vec{i}_s \times \vec{n}$$

En prenant la divergence de la relation (I.2) et en utilisant (I.3) on obtient l'équation dite de continuité qui exprime la conservation de la charge et s'écrit sous la forme différentielle classique.

$$(I.9) \quad \text{div } \vec{i} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Elle doit être satisfaite par les densités de courant $\vec{i}(\vec{r}, t)$ et de charge $\rho(\vec{r}, t)$, et à la surface de séparation de deux milieux nous devons avoir la relation.

$$(I.10) \quad \vec{i}_{N2} - \vec{i}_{N1} = \frac{d\sigma}{dt}$$

Dans le cas d'un milieu homogène et isotrope caractérisé par les scalaires ϵ et μ (tenseurs d'ordre zéro) on a en plus les deux relations de définition suivantes

$$(I.11) \quad \begin{cases} \vec{D} = \epsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \end{cases}$$

Ceci permet de donner une formulation différente des équations de MAXWELL ; à savoir que les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ se déduisent et dérivent de deux potentiels : le potentiel vecteur $\vec{A}$ et le potentiel scalaire V . En effet si l'on pose :

$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ la relation (I.4) est nécessairement satisfaite et la relation (I.1) s'écrit alors :

$$\text{rot} \left(\vec{E} + \frac{\delta \vec{A}}{\delta t} \right) = 0$$

et elle a pour solution :

$$\underline{\vec{E} = - \text{grad } V - \frac{\delta \vec{A}}{\delta t}} \quad \text{avec} \quad \underline{\vec{B} = \text{rot } \vec{A}} \quad (\text{I.12})$$

Reste à satisfaire les équations (I.2) et (I.3), lesquelles compte tenu de (I.11) nous fournissent le système de potentiels satisfaisant à :

$$(I.13) \quad \left\{ \begin{array}{l} \square \vec{A} + \mu \vec{1} = \Delta \vec{A} - \epsilon \mu \frac{\delta^2 \vec{A}}{\delta t^2} + \mu \vec{1} = \vec{\text{grad}} (\text{div } \vec{A} + \epsilon \mu \frac{\delta V}{\delta t}) \\ \square V + \frac{\rho}{\epsilon} = \Delta V - \epsilon \mu \frac{\delta^2 V}{\delta t^2} + \frac{\rho}{\epsilon} = - \frac{\delta}{\delta t} (\text{div } \vec{A} + \epsilon \mu \frac{\delta V}{\delta t}) \end{array} \right.$$

Deux systèmes de potentiel ou jauges seront dits équivalents s'ils conduisent au même champ E.M, qui seul présente un sens physique concret et défini, car il donne naissance à des forces. En particulier les transformations de jauge ci-après définies.

$$(I.14) \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{A} = \vec{A}_0 - \text{grad } \psi \\ V = V_0 + \frac{\delta \psi}{\delta t} \end{array} \right. \quad \text{laisse invariant le}$$

champ E.M qui est défini par (I.12). On est alors conduit à chercher une jauge telle que les équations d'évolution (I.13) jouissent de propriétés avantageuses ; par exemple la symétrie entre équations ou encore une simplification adaptée au problème considéré.

On distinguera trois types de jauges généralement utilisés :

a) Jauges vérifiant la condition auxiliaire $\text{div } \vec{A} + \epsilon\mu \frac{\delta V}{\delta t} = 0$

dite condition de LORENTZ

b) Jauges vérifiant la condition auxiliaire $\text{div } \vec{A} = 0$

dite condition de MAXWELL

c) Jauges vérifiant la condition auxiliaire $V = 0$

La classe de jauge vérifiant la relation $\text{div } \vec{A} + \epsilon\mu \frac{\delta V}{\delta t} = 0$

est appelée "Jauge de LORENTZ" parce que les équations d'évolution (I.13) possèdent l'invariance de jauge, relativement à la transformation de LORENTZ, ce qui leur confère un caractère relativiste et elles s'écrivent alors :

$$(I.16) \quad \left\{ \begin{array}{l} \square \vec{A} + \mu \vec{i} = 0 \\ \square V + \frac{\rho}{\epsilon} = 0 \end{array} \right.$$

équations dont les solutions intégrales nous fournissent les potentiels dits de LORENTZ ou encore "potentiels retardés".

$$(I.17) \quad \left\{ \begin{array}{l} V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\rho(t-R/v)}{R} dv \\ \vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{i}(t-R/v)}{R} dv \end{array} \right.$$

ou $v = (\epsilon\mu)^{-1/2}$ est la vitesse de propagation de la perturbation électromagnétique se propageant en ondes sphériques et R la distance qui sépare le domaine où il y a présence de charges et de courants et le point $P(x, y, z)$ où les potentiels $\vec{A}$ et V sont observés.

Dans l'étude des cavités E.M. non chargées ($\rho = \vec{i} = 0$) on

utilise généralement une jauge de COULOMB, particulière, satisfaisant à la fois à la condition de MAXWELL $\text{div } \vec{A} = 0$ et à $V = 0$.

1.2 EQUATIONS DES ONDES (d'ALEMBERT & HELMHOLTZ)

Toute solution des équations de MAXWELL, qui est finie, continue et univoque en tous points d'un domaine homogène et isotrope représente un champ E.M possible. Cependant un champ E.M ne peut pas, en général, être déduit d'une fonction scalaire de l'espace et du temps.

Dans un milieu diélectrique parfait en l'absence de charges ($\rho = \vec{j} = 0$) le champ E.M prend le nom "d'ondes électromagnétiques" et l'existence du phénomène de propagation des champs électriques et magnétiques ainsi que des potentiels scalaire et vectoriel se déduit de l'équation homogène de propagation de d'ALEMBERT ou équation des ondes.

$$(I.18) \quad \square f = \square \begin{cases} \vec{E} \\ \vec{H} \\ \vec{A} \\ \vec{V} \end{cases} = 0 \quad \text{avec} \quad \square = \left(\Delta - \frac{1}{v^2} \frac{\delta^2}{\delta t^2} \right) \text{ dans le formalisme tridimensionnel et } \square = \frac{\delta^2}{\delta x_i^2} \text{ avec le formalisme quadridimensionnel.}$$

Si le milieu considéré est le vide $v = 1 / (\epsilon \mu)^{1/2} = C$ vitesse de la lumière.

Dans le cas particulier où l'onde ne dépend que d'une seule coordonnée elle est dite "plane" et l'équation (I.18) prend la forme simple :

$$(I.19) \quad \frac{\delta^2 f}{\delta t^2} - v^2 \frac{\delta^2 f}{\delta z^2} = 0$$

Les champs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont alors perpendiculaires entre eux et le flux d'énergie est dirigé suivant la direction de propagation de cette onde ; la valeur de ce dernier est liée au vecteur de POYNTING $\vec{R} = \vec{E} \times \vec{H}$ par la relation :

$$(I.20) \quad \int_V \text{div } \vec{E} \times \vec{H} \, dv = \int_S \vec{R} \cdot d\vec{S} = - \frac{\delta}{\delta t} \int_V w \, dv = - \frac{dw}{dt}$$

Si l'onde qui est solution de (I.18) est monochromatique (spectre réduit à une raie unique) il y a une dépendance harmonique du temps de la forme.

$$(I.21) \quad \begin{cases} E \\ H \\ A \\ V \end{cases} = u e^{-jkct} = u e^{-j\omega t} \quad \text{avec } k = \omega/v$$

ou k est le nombre d'onde et v la vitesse de propagation de celle-ci. Alors dans ce cas l'expression (I.18) devient :

$$(\Delta + k^2) u = 0$$

ou maintenant u est indépendant du temps ; c'est l'équation d'HELMHOLTZ, dont la solution est une fonction périodique de $t - r/v$, soit :

$$(I.22) \quad u_r = u_0 e^{-j\omega(t-r/v)}$$

ou r est le rayon vecteur d'onde.

En introduisant le vecteur de POYNTING complexe $\vec{\mathcal{R}} = \frac{\vec{E} \times \vec{H}^*}{2}$ on a pour valeur du flux de $\vec{\mathcal{R}}$ à travers S

$$(I.23) \quad \int_S \vec{\mathcal{R}} \cdot d\vec{S} = -2j\omega \int_V \frac{\mu_0 \vec{H} \vec{H}^* - \epsilon_0 \vec{E} \vec{E}^*}{4} dv = -2j\omega (W_H - W_E)$$

I.3 RAPPELS SUR LES CONCEPTS DE VITESSE DE PROPAGATION D'UNE ONDE E.M

L'équation d'onde à une dimension nous a conduit à l'onde plane ou encore onde polarisée linéairement ou rectilignement, mais en général une onde E.M se présente comme une superposition d'ondes planes avec des directions de propagation qui ne coïncident pas nécessairement. Si deux ondes planes de même pulsation ω ont la même direction δz de propagation et se superposent alors on a affaire à une onde polarisée rectilignement, circulairement ou elliptiquement selon que les deux ondes

$$(I.24) \quad \frac{E_x^2}{E_{ox}^2} + \frac{E_y^2}{E_{oy}^2} = 1 \text{ on a : } \begin{cases} E_{ox} = 0 \text{ (polarisation linéaire en oy)} \\ E_{oy} = 0 \text{ (Polarisation linéaire en ox)} \\ E_{ox} = E_{oy} \text{ (Polarisation circulaire)} \\ E_{ox} \neq E_{oy} \text{ (Polarisation elliptique)} \end{cases}$$

Si les directions ne coïncident pas, ce qui est le cas avec les "ondes guidées", il faut alors préciser les concepts de vitesse de propagation et de front d'onde.

Le concept de vitesse de phase ne s'applique qu'aux champs qui sont périodiques dans l'espace et qui représentent donc un train d'ondes de durée infinie, condition qui, théoriquement, n'est pas réalisable, mais que l'on considérera comme satisfaite si la durée d'existence (ou observation) de ce train est très grande devant la durée de la période d'oscillation du champ E.M.

Si un état E, H, A et V du milieu est représenté par la fonction :

$\psi(z,t)$ d'après (I.21) et (I.22) on a :

$$(I.25) \quad \psi(z,t) = U e^{-j(\beta z - \omega t)} \text{ alors les surfaces à phase constante}$$

sont définies par $\beta z - \omega t = Cte$ et elles se propagent avec la vitesse.

$$(I.26) \quad V_\phi = \frac{dz}{dt} = \omega/\beta$$

Un train d'ondes de longueur finie ne peut être représenté par une forme harmonique simple comme (I.25) mais par la superposition d'ondes non-chromatiques de fréquences diverses résultant de la décomposition spectrale du train, laquelle peut prendre les deux formes suivantes :

$$(I.27) \quad U = \sum_{n=1}^{\infty} U_n e^{-jn\omega_0 t} \quad \text{ou} \quad U = \int_{-\infty}^{+\infty} U_\omega e^{-j\omega t} d\omega$$

Selon que le spectre est formé d'une suite discrète de fréquences ou qu'il est continu. On voit que dans le cas d'un milieu non dispersif ($\beta = a\omega$ avec $a = \text{Cte}$) le concept de vitesse de phase conserve une certaine signification, puisque celle-ci a même valeur pour toutes les composantes du spectre, mais il la perd lorsque le milieu est dispersif et il faut alors introduire la notion de vitesse de groupe.

La notion de groupe ou paquet d'ondes est liée à celle de battements ou interférences entre ondes de fréquences voisines ; quant à l'amplitude de groupe comme somme algébrique des amplitudes composantes, elle oscille entre la valeur zéro et une valeur maximale égale à la somme des modules des amplitudes composantes et les surfaces sur lesquelles cette amplitude de groupe est constante sont définis par :

$$z \delta\beta - t\delta\omega = \text{Cte}$$

ou $\delta\beta$ est l'écart ou la différence des nombres d'ondes correspondant à l'écart $\delta\omega$ des fréquences cycliques. Il sensuit que les groupes eux-mêmes se propagent à la vitesse.

$$V_g = \frac{\delta\omega}{\delta\beta} \quad \text{dite vitesse de groupe}$$

laquelle dans un milieu non dispersif coïncide avec la vitesse de phase V_ϕ . Mais ce concept n'a de sens précis que lorsque le paquet est composé d'ondes élémentaires n'encombrant qu'une région étroite de la bande des fréquences. En effet si la fonction $u(\beta)$ est nulle hors d'un compact K tel que $\beta_0 - \delta\beta \leq \beta \leq \beta_0 + \delta\beta$ l'expression (I.25) devient :

$$(I.28) \quad \psi(z, t) = \int_K U(k) e^{-j(\beta z - \omega t)} d\beta$$

Connaissant la relation entre β et ω par la connaissance des propriétés du milieu et en se limitant au premier ordre en supposant K étroit on a :

$$\omega(\beta) = \omega(\beta_0) + \left. \frac{d\omega}{d\beta} \right|_{\beta = \beta_0} \delta\beta + \dots\dots\dots$$

$$\text{d'où } \beta z - \omega t = \beta_0 z - \omega_0 t + \delta\beta \left\{ z - \frac{d\omega}{d\beta} \bigg|_{\beta=\beta_0} \cdot t \right\}$$

et finalement $\psi(z,t) = \psi_0 e^{-j(\beta_0 z - \omega_0 t)}$ ou ψ_0 est l'amplitude

moyenne définie par :

$$(I.29) \quad \psi_0 = \int_K U(\beta) e^{-j \left\{ \delta\beta \left(z - \frac{d\omega}{d\beta} \bigg|_{\beta=\beta_0} \cdot t \right) \right\}} d\beta$$

ψ_0 = Cte sur les surfaces définies par la relation

$$z - \left(\frac{d\omega}{d\beta} \bigg|_{\beta=\beta_0} \cdot t \right) = \text{Cte} \quad \text{d'où une propagation à la vitesse}$$

de groupe, qui peut prendre les diverses formulations suivantes :

$$V_g = \left(\frac{d\omega}{d\beta} \right)_{\beta_0} = \frac{d}{d\beta} (\beta V_\phi) = V_\phi + \beta \cdot \frac{dV_\phi}{d\beta} = V_\phi - \lambda \frac{dV_\phi}{d\lambda} = \frac{df}{d(1/\lambda)} = \frac{1}{\frac{d\beta}{d\omega}}$$

en tenant compte des relations $\omega = \beta V_\phi$ et $\beta = 2\pi/\lambda$

Mais si le spectre du paquet s'étale sur un intervalle K très important alors le développement limité de $\omega(\beta)$ n'est plus représentatif ; l'amplitude moyenne se déforme le long de l'axe de propagation et la vitesse de groupe en tant que vitesse de l'ensemble perd en partie sa signification physique. Et ceci s'aggrave si le milieu n'est plus purement dispersif, c'est-à-dire qu'il y a absorption, car alors β devient imaginaire pur ou complexe et la notion de vitesse de groupe disparaît. Il faut donc préciser la notion de vitesse de propagation de l'énergie ou vitesse du front d'onde, ou encore, vitesse des signaux ; laquelle dans un milieu absorbant ne coïncide plus du tout avec la vitesse de groupe. Ce travail de clarification des notions de vitesse de propagation a été effectué par BRILLOUIN et SOMMERFELD (1) qui ont montré que le corps principal de la perturbation se propage à la vitesse V_e ,

dite vitesse de l'énergie, qui est inférieure ou égale à c , en conformité avec le postulat de la relativité restreinte ; mais ce corps principal est précédé de deux signaux précurseurs. Le premier se propageant à une vitesse égale à c dans tous les milieux traversés et cela avec une période voisine de la période libre des électrons, son amplitude d'abord nulle est ensuite croissante puis enfin décroissante et nulle. Quant au second précurseur, sa vitesse est liée à la fréquence de résonance atomique du milieu et son amplitude qui est d'abord très grande, décroît rapidement pour laisser place au front d'onde proprement dit.

En résumé jusqu'à l'instant $t = Z/C$ rien ne se passe, même si la dispersion est telle que la vitesse de phase V_ϕ soit plus grande que C .

Si la dispersion est normale, la vitesse de groupe v_g coïncide avec celle de l'énergie V_e mais elle en diffère au voisinage d'une bande d'absorption (voir la figure N°0).

1.4 ONDES GUIDÉES - TRANSFORMATIONS DES ÉQUATIONS DE MAXWELL

Nous avons rappelé comment le concept d'onde plane, se propageant dans un milieu isotrope et indéfini, s'introduisait à partir d'une solution particulière de l'équation vectorielle de propagation, nous allons maintenant rappeler certaines généralités concernant les "ondes guidées" c'est-à-dire des ondes se propageant le long d'un système de conducteurs qui limite ou restreint le domaine de propagation. Les fonctions d'ondes, solutions de l'équation de HELMHOLTZ sont déterminées par les conditions aux limites imposées par le système de conducteurs.

Dans un système cylindrique d'axes orthonormés, le champ E.M. d'une onde se propageant sans atténuation suivant un axe Oz peut s'écrire de la manière suivante en utilisant la notation complexe.

$$(I.31) \quad \begin{cases} \vec{E} = \vec{E}(\xi, \eta) \exp j (\omega t - \beta z) \\ \vec{H} = \vec{H}(\xi, \eta) \exp j (\omega t - \beta z) \end{cases}$$

ou ξ et η sont les coordonnées transversales du système et $\beta = \omega / V_\phi$ la constante de propagation de la phase de l'onde. En projetant les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ sur la direction Oz et sur le plan transversal perpendiculaire.

à cette direction, il vient :

$$\begin{cases} \vec{E}(\xi, \eta) = \vec{E}_t(\xi, \eta) + E_z(\xi, \eta) \vec{u} \\ \vec{H}(\xi, \eta) = \vec{H}_t(\xi, \eta) + H_z(\xi, \eta) \vec{u} \end{cases}$$

ou $\vec{u}$ est le vecteur de oz.

Dans un milieu homogène et isotrope, sans charges ni courants et en régime harmonique du temps les équations de MAXWELL se transforment de la manière suivante :

$$(I.32) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{rot } (\vec{H}_t + H_z \vec{u}) e^{-j\beta z} = j\omega\epsilon (\vec{E}_t + E_z \vec{u}) e^{-j\beta z} \\ \text{rot } (\vec{E}_t + E_z \vec{u}) e^{-j\beta z} = -j\omega\mu (\vec{H}_t + H_z \vec{u}) e^{-j\beta z} \\ \text{div } (\vec{E}_t + E_z \vec{u}) e^{-j\beta z} = 0 \\ \text{div } (\vec{H}_t + H_z \vec{u}) e^{-j\beta z} = 0 \end{array} \right.$$

Ce qui, compte tenu des relations $\text{rot } \vec{a} = \vec{a} \times \vec{\nabla} + \vec{\nabla} \times \vec{a}$ et $\vec{\nabla} \phi(z) = \vec{u} \phi'(z)$ nous donne.

$$(I.33) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \vec{H}_t - \vec{u} \times (j\beta H_t \vec{u} + \vec{\nabla}_t H_z) = j\omega\epsilon (\vec{E}_t + E_z \vec{u}) \\ \text{rot } \vec{E}_t - \vec{u} \times (j\beta \vec{E}_t + \vec{\nabla}_t E_z) = -j\omega\mu (\vec{H}_t + H_z \vec{u}) \\ e^{-j\beta z} \text{div } (\vec{E}_t + E_z \vec{u}) + (\vec{E}_t + E_z \vec{u}) \frac{\delta}{\delta z} e^{-j\beta z} = 0 \\ e^{-j\beta z} \text{div } (\vec{H}_t + H_z \vec{u}) + (H_t + H_z \vec{u}) \frac{\delta}{\delta z} e^{-j\beta z} = 0 \end{array} \right.$$

après avoir simplifié les premières relations par $e^{-j\beta z} \neq 0$

Si maintenant on remarque que E_t (H_t) et E_z (H_z) ne dépendent que des coordonnées transversales ξ et η on voit que l'opérateur rot n'a qu'une seule composante non nulle et qu'elle est parallèle à Oz , nous le noterons rot_t , d'où le système d'équations.

$$(I.34) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{rot}_t \vec{H}_t = j\omega\epsilon E_z \vec{u} \\ \text{rot}_t \vec{E}_t = -j\omega\mu H_z \vec{u} \\ \vec{u} \times (j\beta \vec{E}_t + \vec{\nabla}_t H_z) = -j\omega\epsilon \vec{E}_t \\ \vec{u} \times (j\beta \vec{H}_t + \vec{\nabla}_t E_z) = j\omega\mu \vec{H}_t \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{u} \times (j\beta \vec{E}_t + \text{grad}_t E_z) = j \mu \omega \vec{H}_t \\ \text{div}_t \vec{E}_t - j\beta E_z = 0 \\ \text{div}_t \vec{H}_t - j\beta H_z = 0 \end{array} \right.$$

En utilisant la constante de propagation des ondes planes $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu} = \omega/v$ où v est la vitesse de ces ondes dans le milieu $\epsilon \mu$ et avec l'impédance d'onde de ce même milieu $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$ on obtient :

$$(I.35) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{rot}_t \vec{H}_t = j (k/Z) E_z \vec{u} \\ \text{rot}_t \vec{E}_t = - j k Z H_z \vec{u} \\ \vec{u} \times (\vec{\text{grad}}_t E_z + j\beta \vec{E}_t) = j k Z \vec{H}_t \\ \vec{u} \times (\vec{\text{grad}}_t H_z + j\beta \vec{H}_t) = - j (k/Z) \vec{E}_t \\ \text{div}_t \vec{H}_t - j\beta H_z = 0 \\ \text{div}_t \vec{E}_t - j\beta E_z = 0 \end{array} \right.$$

Dans le formalisme tridimensionnel le champ E.M n'a tout au plus que six composantes et sa détermination nécessite six relations indépendantes, ce qui entraîne que dans ce tableau de huit relations il existe une certaine dépendance entre celles-ci.

En effet (I.35)₅ est conséquence de (I.35)₂ et (I.35)₃ et de même de (I.35)₆ qui résulte de (I.35)₁ et de (I.35)₄

De ce système on déduit :

$$(I.36) \quad \begin{cases} (k^2 - \beta^2) \vec{E}_t = j \{ k Z (\vec{u} \times \vec{\text{grad}}_t H_z) - \beta \vec{\text{grad}}_t E_z \} \\ (k^2 - \beta^2) \vec{H}_t = -j \{ \beta Z \vec{\text{grad}}_t H_z + k (\vec{u} \times \vec{\text{grad}}_t E_z) \} \end{cases}$$

Pour $V\phi \neq C$ ($k \neq \beta$) ces relations permettent d'exprimer les composantes transversales du champ E.M en fonction des composantes longitudinales, lesquelles sont des solutions (I.31) de l'équation scalaire de propagation.

$$\Delta_t \begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} + (k^2 - \beta^2) \begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} = 0$$

Et comme nous le verrons plus loin ce système admet comme solution particulières les ondes TE (ondes à champ électrique transversal $E_z = 0$) et les ondes T.M (ondes à champ magnétique transversal $H_z = 0$)

I - 5 ONDES GUIDÉES - MODES TEM - TE & TM

GUIDES RECTANGULAIRES ET CIRCULAIRES

I-5-1 Solutions transversales ou mode T.E.M

Il s'agit ici d'une onde-guidée ou les champs E et H sont transversaux ($E_z = H_z = 0$) et où en chaque point du milieu ϵ, μ sa structure est celle d'une onde plane : E et H sont orthogonaux entre eux, ils sont en phase, leurs mesures ont un rapport constant et égal à l'impédance d'onde $E/H = Z$, le trièdre $\vec{E}, \vec{H}, \vec{u}$ est direct ; quant à sa vitesse de propagation elle est égale à celle d'une onde plane dans le même milieu ($\beta=k$). En effet si dans le système (I.36) on fait H_z et $E_z = 0$ cela entraîne $\beta = k$ ou encore

$V_\phi = V$ (ou C si le milieu est le vide) On est alors conduit aux relations suivantes :

$$(I.37) \quad \begin{cases} \vec{E} = \overrightarrow{\text{grad } V} e^{-jkz} \\ \vec{H} = \frac{1}{Z} (\vec{u} \times \overrightarrow{\text{grad } V}) e^{-jkz} \end{cases}$$

ou $V(\xi, \eta)$ est un potentiel plan inconnu satisfaisant à l'équation de LAPLACE $\Delta V = 0$ et en prenant une valeur constante sur chacune des courbes fermées constituant le système de conducteurs guides de contour T , on est donc ramené à un problème de DIRICHLET. En tout point xyz du milieu on a :

$$(I.38) \quad \begin{cases} \vec{H} = \frac{1}{Z} (\vec{u} \times \vec{E}) \\ \vec{E} = Z (\vec{H} \times \vec{u}) \end{cases}$$

I-5-2 Solution électrique transversale ou mode T.E

C'est une onde à champ électrique transversal ($E_z = 0$) ou H_z est une solution de l'équation scalaire de propagation et les composantes E_t et H_t s'expriment à l'aide de la seule composante longitudinale H_z . Si nous transformons les relations $(35)_3$ et $(35)_4$ à l'aide de la formule du double produit vectoriel, on obtient :

$$(I.39) \quad \begin{cases} \beta \vec{E}_t + k Z (\vec{u} \times \vec{H}_t) = j \overrightarrow{\text{grad}_t} E_z \\ \beta \vec{H}_t - \frac{k}{Z} (\vec{u} \times \vec{E}_t) = j \overrightarrow{\text{grad}_t} H_z \end{cases}$$

et comme nous avons $E_z = 0$ il vient :

$$\vec{E} = \vec{E}_t = -\frac{k}{\beta} Z (\vec{u} \times \vec{H}_t) \Rightarrow \frac{|\vec{E}_t|}{|\vec{H}_t|} = \frac{k}{\beta} Z$$

ou encore
(I.40)

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_t = j \frac{kZ}{k^2 - \beta^2} \vec{u} \times \text{grad}_t H_z \\ \vec{H}_t = -j \frac{\beta}{k^2 - \beta^2} (\text{grad}_t H_z) \\ \Delta H_z + (k^2 - \beta^2) H_z = 0 \end{array} \right.$$

Si il y a propagation de ce mode, la phase de l'onde se propage à une vitesse supérieure ou égale à celle des ondes libres dans ce milieu, $V_\phi \geq v$ ou $k \geq \beta$. Lorsque $\beta \rightarrow k$ la comptabilité des équations (I.34) entraîne que $\text{grad}_t H_z = 0$ d'où l'une des deux possibilités suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_z = 0 : \text{Dégénérescence du mode T.E en mode T.E.M} \\ H_z = \text{Cte} : \text{Mode TE avec composante } H_z \text{ constante dans toute} \\ \text{section droite et sans régime de coupure} \end{array} \right.$$

I.5.3 Solution magnétique transversale ou mode T.M

Onde à champ magnétique transversal ($H_z = 0$) avec E_z comme solution de l'équation d'HELMHOLTZ

D'après (I.39) et comme $H_z = 0$ il vient :

$$\vec{E}_t = -\frac{\beta}{k} Z (\vec{u} \times \vec{H}_t) \rightarrow \frac{|\vec{E}_t|}{|\vec{H}_t|} = \frac{\beta}{k} Z$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_t = -j \frac{\beta}{k^2 - \beta^2} \text{grad}_t E_z \\ \vec{H}_t = -j \frac{k}{Z(k^2 - \beta^2)} (\vec{u} \times \text{grad}_t E_z) \\ \Delta E_z + (k^2 - \beta^2) E_z = 0 \end{array} \right.$$

ou encore
(I.41)

Si $\beta \rightarrow k$ cela entraîne $\text{grad}_t E_z = 0$ avec les mêmes conclusions que ci-dessus, en notant que le cas où $E_z = \text{Cte}$ est celui de l'onde accélératrice d'une structure à iris. On dira que l'on a affaire à des ondes lentes si $V_\phi \leq c$ et dans le cas contraire, cas des guides ou structures lisses, à des ondes rapides $V_\phi > c$. On passe d'une solution (E) à une solution (H) par une transformation duale $\vec{E} \rightarrow Z\vec{H}$ et $Z\vec{H} \rightarrow -\vec{E}$

I.5.4 Propagation dans un guide rectangulaire

Pour ce type de guide nous ne nous intéressons qu'aux seuls modes T.E pouvant se propager dans celui-ci. Nous avons vu que la solution :

$$\vec{H}_z = H_t e^{j(\omega t - \beta z)} \quad \text{satisfait}$$

à l'équation de propagation

$$\frac{\delta^2 H_z}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 H_z}{\delta y^2} + (k^2 - \beta^2) H_z = 0$$

or $k^2 = 4\pi^2/\lambda^2$ et $\beta^2 = 4\pi^2/\lambda_g^2$ où λ_g est la longueur d'onde dans le guide. Posons maintenant $k^2 - \beta^2 = 4\pi^2 \left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_g^2} \right)$

égal à $k_c^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda_c^2}$ ou λ_c sera la longueur d'onde de coupure du guide, paramètre ne dépendant que des dimensions de ce dernier, lesquelles imposent la condition aux limites. Pour $\lambda_g \neq \lambda_c$ c'est-à-dire $\beta < k$ ou $V_\phi > V$ on a :

$$(I.42) \quad H_z = H_0 \cos n\pi \frac{x}{a} \cdot \cos p\pi \frac{y}{b} e^{-j\beta z}$$

avec x, y les coordonnées transversales du trièdre cartésien et a, b les dimensions transverses du guide. Quant aux composantes transversales elles s'écrivent :

$$(I.43) \quad \begin{cases} H_x = j \frac{n}{2a} \frac{\lambda_c^2}{\lambda_g} \cdot H_0 \sin n\pi \frac{x}{a} \cos p\pi \frac{y}{b} \\ H_y = j \frac{p}{2b} \frac{\lambda_c^2}{\lambda_g} H_0 \cos n\pi \frac{x}{a} \sin p\pi \frac{y}{b} \end{cases}$$

$$(I.44) \quad \begin{cases} E_x = j Z \frac{p}{2b} \frac{\lambda_c^2}{\lambda} H_0 \cos n\pi \frac{x}{a} \sin p\pi \frac{y}{b} \\ E_y = -j Z \frac{n}{2a} \frac{\lambda_c^2}{\lambda} H_0 \sin n\pi \frac{x}{a} \cos p\pi \frac{y}{b} \end{cases}$$

ou n et p sont deux nombres entiers relatifs au nombre de zéros de E sur les axes x et y .

Si l'on a :

$$\underline{kc < \beta < k} \rightarrow \begin{cases} V_\phi = \frac{\omega}{\beta} > V \\ \lambda_g > \lambda \\ V_g < V \end{cases}$$

Il ya propagation de ce mode le long de O_z . et ce, sans atténuation, la constante de propagation γ est purement imaginaire et égale à $j\beta$

Si $\underline{k < k_c}$ $\gamma = \alpha + j\beta$ est réel est égal à $\alpha = (k_c^2 - k^2)^{1/2}$

et l'on a en module :

$$H_z = H_t e^{-\alpha z} \quad \text{l'onde est dite evanescente}$$

et son affaiblissement le long de O_z est exponentiel.

Si $k = k_c$ c'est le régime dit de coupure du mode, il n'y a pas de propagation ni affaiblissement et à k_c correspond la fréquence $f_c = \frac{V}{2\pi} k_c$ dite fréquence de coupure, quant à la vitesse de groupe V_g qui a pour expression.

$$V_g = V / (1 - f_c^2 / f^2)^{1/2} \quad \text{elle n'a plus de sens pour}$$

$$k_c \geq k$$

I.5.6 Propagation dans un guide circulaire

Une onde T.E se propageant le long de l'axe 0 d'un cylindre de révolution satisfait à l'équation :

$\Delta H_z + (k^2 - \beta^2) H_z = 0$ laquelle s'écrit en coordonnées cylindriques ρ, θ, z

$$(I.44) \quad \frac{\partial^2 H_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \theta^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} H_z = 0$$

dont la solution est :

$$H_z = H_0 k_c^2 \cos n \theta J_n(k_c \rho) e^{j(\omega t - \beta z)}$$

compte tenu de la condition aux limites imposée par la paroi qui entraîne :

$$\left. \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right|_{\rho=a} = 0 \rightarrow J'_n(k_c a) = 0$$

avec a = rayon du guide et $k_c = \frac{U_{np}}{a}$ où U_{np} est la $p^{\text{ième}}$ racine de $J'_n(k_c a) = 0$. De cette solution on déduit toutes les composantes du champ E.M.

$$(I.45) \quad \left\{ \begin{array}{l} E_z = 0 \\ E_\rho = j k_z \frac{n}{\rho} \sin n \theta J_n(k_c \rho) H_0 e^{j(\omega t - \beta z)} \\ E_\theta = j k_c k_z \cos n \theta J'_n(k_c \rho) H_0 e^{j(\omega t - \beta z)} \\ H_z = k_c^2 \cos n \theta J_n(k_c \rho) H_0 e^{j(\omega t - \beta z)} \\ H_\rho = -j k_c \beta \cos n \theta J'_n(k_c \rho) H_0 e^{j(\omega t - \beta z)} \\ H_\theta = j \frac{n}{\rho} \beta \sin n \theta J_n(k_c \rho) H_0 e^{j(\omega t - \beta z)} \end{array} \right.$$

Pour les modes T.M on remplace la solution H_z par E_z dans (44) mais avec la condition aux limites $E_z|_{\rho=a} = 0$ d'où les composantes du champ E.M

$$(I-46) \quad \left\{ \begin{array}{l} E_z = k_c^2 \cos n\theta J_n(k_c \rho) E_0 e^{j(\omega t - \beta z)} \\ E_\rho = -j\beta k_c \cos n\theta J'_n(k_c \rho) E_0 e^{j(\omega t - \beta z)} \\ E_\theta = j\frac{n}{\rho}\beta \sin n\theta J_n(k_c \rho) E_0 e^{j(\omega t - \beta z)} \\ H_z = 0 \\ H_\rho = -j\frac{nk}{z_0} \sin n\theta E_0 e^{j(\omega t - \beta z)} \\ H_\theta = -j\frac{kk}{-Z} \cos n\theta E_0 e^{j(\omega t - \beta z)} \end{array} \right.$$

Chaque type d'onde est déterminé par un groupe de deux nombres entiers (n, p) . La puissance transportée par l'onde est calculée à partir du flux entrant du vecteur de POYNTING complexe

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}^*)$$

$$W = \frac{1}{2} \iint_{\Sigma} (\vec{E}_x \cdot \vec{H}^*) \cdot \vec{n} d\Sigma = \frac{1}{2} \iint_{\Sigma} (\vec{E}_t \times \vec{H}_t^*) \cdot \vec{n} d\Sigma \text{ d'après (I.31) d'où}$$

Solutions H ou modes TE :

$$W_H = Z \frac{\beta k}{2k_c^4} \iint_{\Sigma} |\vec{\text{grad}}_t H_z|^2 d\Sigma = Z \frac{\beta k}{2k_c^2} \iint_{\Sigma} |H_z|^2 d\Sigma$$

Solutions E ou modes T.M

$$W_E = \frac{k\beta}{2Zk_c^4} \iint_{\Sigma} |\vec{\text{grad}}_t E_z|^2 d\Sigma = \frac{k\beta}{2Zk_c^2} \iint_{\Sigma} |E_z|^2 d\Sigma$$

En régime de propagation W_H et W_E sont réelles, il n'a pas d'échange réactif à travers les sections du guide, par contre en régime évanescent W_H et W_E sont purement réactives (imaginaires purs proportionnels à $e^{-2\alpha z}$) et les champs transversaux sont en quadrature.

La vitesse de transport de l'énergie V_e s'identifie à la vitesse de groupe du signal.

I.6 - STRUCTURES PERIODIQUES POUR ONDES LENTES

EQUATION DE MATHIEU - THEOREME DE FLOQUET

L'ensemble des solutions d'ondes à $V_\phi = c$, dites ondes "lentes" est formé : des solutions transversales T.E et T.M, qui dégènèrent en ondes à E_z (H_z) = Cte dans toute section droite ou en modes T.E.M ; des ondes E.H, solutions hybrides possédant simultanément les composantes longitudinales E_z et H_z et dont les gradients transversaux sont non nuls à $V_\phi = 0$. Les structures lisses ne permettent pas la propagation de ces ondes, mais il existe bon nombre de structures à configurations spatiales périodiques capables de propager les ondes E.H.

Citons pour mémoire :

- Guide circulaire à iris
- Guide à hélice
- Guide en auge périodique
- Ligne à vannes
- Guide en H de TISHER
- Structure de KARP

Mais seul le guide à iris universellement utilisé comme structure accélératrice (déflectrice) dans les accélérateurs linéaires fera l'objet de rappels concernant la propagation et la configuration des champs. Dans le cas unidimensionnel et dans un milieu continu à structure périodique l'équation générale de propagation se réduit à l'équation différentielle suivante :

$$(I.47) \quad \frac{\delta^2 \psi}{\delta z^2} + \omega^2 F(z) \psi = 0$$

dont la solution est de la forme $\psi = e^{j\omega t} u(z)$ (48)

ou $F(z)$ et $U(z)$ sont des fonctions périodiques en z de période égale au pas H de la structure. En effet si nous portons (I.48) dans (I.47) on est conduit à l'équation de MATHIEU-HILL

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + \omega^2 F(z) u = 0$$

et la périodicité de $F(z)$ entraîne une périodicité analogue sur la solution $u(z)$ dont la forme générale est la somme de deux solutions particulière.

$$u(z) = A(z) e^{-\gamma z} + B(z) e^{\gamma z}$$

en ne retenant que la première des deux solutions on peut énoncer le théorème de FLOQUET.

"Pour un mode donné, à une fréquence déterminée les champs dans une section droite sont multipliés par une constante complexe lorsque l'on se déplace d'une période H le long de la structure". Par la solution $u(z)$ la périodicité de la structure entraîne une périodicité analogue des champs $\psi(z)$ d'où la propagation d'une somme infinie d'ondes EM de même fréquence. En effet si $A(z)$ est de la forme :

$$(I.49) \quad A(r,z) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_n(r) e^{-j \frac{2\pi n}{H} z}$$

$$\text{il s'ensuit que } U(r,z) = A(r,z) e^{-\gamma z} = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_n(r) e^{-(\gamma + j \frac{2\pi n}{H} z)}$$

Pour une structure et un milieu non dispersif sans pertes, la constante γ est purement réelle si le mode est évanescent et imaginaire pure si il y a propagation du mode ($\gamma = \alpha + j\beta \Rightarrow j\beta$).

Si l'on pose : $\beta_n = \beta_0 + \frac{2\pi n}{H}$, il vient :

$$(I.50) \quad \psi(r,z,t) = U(r,z) e^{j\omega t} = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_n(r) e^{j(\omega t - \beta_n z)}$$

Le mode peut donc être considéré comme la superposition d'une infinité d'ondes progressives élémentaires de pulsation $\omega = 2\pi f$, ou harmoniques d'espace, dont les vitesses de phase sont $V_{\phi_n} = \omega/\beta_n$ avec β_n constante de phase du $n^{\text{ième}}$ harmonique et $\beta_0 = 2\pi/\lambda_{g0}$ celle de la composante fondamentale de plus grande vitesse de phase et de plus grande amplitude.

Attendu que dans la structure accélératrice à guide à iris on n'utilise que la première bande passante, celle relative au mode EH_{01} dont la fréquence de coupure est voisine de celle du guide circulaire lisse de même rayon et en raison de la symétrie de révolution on écrit :

$$(I.51) \quad \psi(\rho, z, t) = E(\rho, z, t) = E \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_n(\rho) e^{j(\omega t - \beta_n z)}$$

De $\beta_n = \beta_0 + \frac{2\pi n}{H}$ il résulte que toutes les ondes simples composantes sont lentes du point de vue vitesse de phase.

$$|\beta_n| > k = \frac{\omega}{c} \rightarrow |v_{\phi n}| < c$$

Les quantités C_n et β_n sont théoriquement calculables à partir des conditions aux limites qu'impose la configuration périodique de la structure.

I.7 STRUCTURES PERIODIQUES - FLUX DE PUISSANCE

THEOREMES DE J.S BELL

Dans les guides lisses ordinaires supposés sans pertes les modes T.E et T.M vérifient la relation d'orthogonalité.

$$(I.52) \quad \int_S (\vec{E}_{t_m} \times \vec{H}_{t_n}^*) \cdot \vec{u} \, dS = 0 \quad \text{si } m \neq n$$

ou m et n sont les indices relatifs au $m^{\text{ième}}$ et $n^{\text{ième}}$ modes et comme nous avons vu que les champs transversaux $\vec{E}_t$ et $\vec{H}_t$ sont orthogonaux entre eux et que le rapport de leurs amplitudes est constant et égal à Z en tout point d'une section droite, l'expression ci-dessus devient :

$$(I.53) \quad \int_S (\vec{E}_{t_m} \cdot \vec{E}_{t_n}^*) \, dS = \int_S (\vec{H}_{t_m} \cdot \vec{H}_{t_n}^*) \, dS = 0$$

ou encore d'après (39)

$$(I.54) \quad \int_S \vec{E}_{z_m} \cdot \vec{E}_{z_n}^* \, dS = \int_S \vec{H}_{z_m} \cdot \vec{H}_{z_n}^* \, dS = 0$$

Mais dans le cas d'un guide composite non périodique et sans pertes c'est la seule relation (52) qui est valable attendu que $\vec{E}_t$ et $\vec{H}_t$ ne sont plus nécessairement orthogonaux et que l'impédance d'onde dépend du point considéré. Pour les guides périodiques à "corrugations" tel le guide à iris cette relation n'est plus valable, cependant il existe tout de même une relation d'orthogonalité.

En effet par deux modes distincts qui sont solutions des équations de MAXWELL on a toujours :

$$(I.55) \quad \text{div}(\vec{E}_m \times \vec{H}_n^* + \vec{E}_n^* \times \vec{H}_m) = 0$$

en intégrant sur le volume V défini par la paroi métallique de k structure supposée sans pertes, et par deux plans de section droite distants du pas H de la structure.

$$(I.56) \quad \int_V \text{div}(\vec{E}_m \times \vec{H}_n^* + \vec{E}_n^* \times \vec{H}_m) dv = \int_{S_1+S_2} (\vec{E}_m \times \vec{H}_n^* + \vec{E}_n^* \times \vec{H}_m) \cdot \vec{n} dS$$

Mais d'après le théorème de FLOQUET lorsque l'on se déplace d'une quantité H le long de O_z les champs d'un mode qui se propage sont multipliés par l'expression complexe $e^{-j\beta_0 H}$ et comme les normales à S_1 et S_2 sont opposées.

$$(I.57) \quad (e^{-j(\beta_{om} - \beta_{on})H} - 1) \cdot \int_{S_1} (\vec{E}_m \times \vec{H}_n^* + \vec{E}_n^* \times \vec{H}_m) \cdot \vec{n} dS = 0$$

Si $(e^{-j(\beta_{om} - \beta_{on})H} - 1) \neq 0 \implies \beta_{om} - \beta_{on} \neq \frac{2\pi n}{H}$ on a alors :

$$(I.58) \quad \int_S (\vec{E}_m \times \vec{H}_n^* + \vec{E}_n^* \times \vec{H}_m) \cdot \vec{n} dS = 0$$

relation de l'orthogonalité fonctionnelle des modes d'une onde hybride EH. Remarquons que d'après (39) le produit scalaire de E_t et H_t est :

$$(\vec{E}_t \cdot \vec{H}_t) = \frac{j}{2\beta} \cdot (\text{grad}_t E_z + \text{grad}_t H_z)$$

considéré, car les amplitudes et l'angle varient.

Donnons les théorèmes de J.S. BELL relatifs à l'énergie et au flux de puissance dans les structures périodiques propageant des ondes EH.

THEOREME I : Dans les bandes passantes d'une structure périodique la valeur moyenne temporelle de l'énergie électrique emmagasinée par période spatiale est égale à la valeur moyenne temporelle de l'énergie magnétique emmagasinée par période spatiale.

$$\frac{1}{2} \iiint_V \frac{\epsilon \vec{E} \cdot \vec{E}^*}{2} dv = \frac{1}{2} \iiint_V \frac{\mu \vec{H} \cdot \vec{H}^*}{2} dv$$

THEOREME II : La valeur moyenne temporelle du flux de puissance dans les bandes passantes est égale au produit de la vitesse de groupe v_g par la valeur moyenne temporelle de l'énergie électromagnétique emmagasinée par période de la structure et divisé par cette période H .

$$\frac{1}{2} \oint_e \left\{ \iint_s \vec{E} \times \vec{H}^* dS \right\} = \frac{1}{2H} \frac{dW}{d\beta} \iiint_V \left(\frac{\epsilon \vec{E} \cdot \vec{E}^*}{2} + \frac{\mu \vec{H} \cdot \vec{H}^*}{2} \right) dv$$

d'où égalité de la vitesse de groupe V_g et de la vitesse de l'énergie V_e puisque par définition le flux moyen de puissance est égal au produit de l'énergie moyenne emmagasinée par la vitesse de l'énergie v_e .

$$\text{Soit : } V_g = \frac{d\omega}{d\beta} = C \frac{dk}{d\beta} = V_e .$$

1.2 STRUCTURES PERIODIQUES - DIAGRAMME DE BRILLOUIN

RELATIONS DE DISPERSION DES ONDES

L'existence d'un nombre infini d'ondes lentes se traduit pour ce type de guide par la propriété fondamentale d'être un filtre passer-bandes alors que les guides lisses classiques sont au contraire des filtres passe-haut.

La courbe de dispersion $\omega = f(\psi) = f(\beta H)$ est une fonction périodique de βH , de période 2π , mais comme la ligne est réciproque et qu'elle possède les mêmes propriétés pour les deux sens de propagation, cette courbe est symétrique par rapport à l'axe $\psi = 0$; ainsi est-elle entièrement définie si on la connaît sur l'intervalle $(0, \pi)$ (voir les graphiques N°s 9 et 10). A une fréquence déterminée, la vitesse de groupe $v_g = d\omega/d\beta$ est la même pour tous les harmoniques d'espace (directs ou rétrogrades.)

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta_m} = \frac{d\omega}{d\beta_0} = H \left. \frac{d\omega}{d\psi} \right|_0$$

Dans la zone cylindrique indéfinie comprise entre l'axe de la structure et le bord des iris, le champ E.M peut s'exprimer sous la forme d'une superposition d'ondes du type.

$$E_z = E_0 J_0(k_c \rho) \cos(\omega t - \beta z + \phi)$$

$$E_\rho = -E_0 \frac{\beta}{k_c} J_1(k_c \rho) \sin(\omega t - \beta z + \phi)$$

$$\mu c H_\theta = E_0 \frac{\omega}{c k_c} J_1(k_c \rho) \sin(\omega t - \beta z + \phi)$$

Mais comme $\beta = \omega/V_\phi$ peut prendre toutes les valeurs $\beta_m = \beta_0 + m 2\pi/H$ correspondant aux harmoniques d'espace il en sera de même du nombre d'onde de coupure k_c

$$k_c = \frac{2\pi}{\lambda_c} \quad \text{ou} \quad k_c^2 = \beta^2 - k^2 \quad \text{avec} \quad k = 2\pi/\lambda$$

Ainsi l'onde résultante aura des composantes qui seront des séries infinies de termes de la forme ci-dessus en particulier la composante longitudinale du champ électrique E aura la forme complexe suivante :

$$E_z = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} E_n J_0(k_{cm} \rho) e^{j(\omega t - \beta_m z + \phi)}$$

Cette onde résultante possède la symétrie de révolution, ces composantes sont des solutions des équations de MAXWELL, elle est du type *transverse* magnétique et le mode dominant s'apparente au mode TM_{01} du guide circulaire lisse, dont la longueur d'onde de coupure λ_c est la première racine de l'équation

$$J_0\left(\frac{(2\pi a)}{\lambda_c}\right) = 0$$

si a est le rayon de ce guide (en l'occurrence le rayon du bord de l'iris)

Dans la région cloisonnée par les iris, l'onde résultante est composée des harmoniques successifs des oscillations électromagnétiques des volumes définis par les cellules de la structure. les champs de cette onde sont stationnaires, il n'y a pas de propagation selon oz et la relation de dispersion de cette onde peut s'exprimer à partir de combinaisons linéaires des fonctions de BESSEL de première et seconde espèce. En effet si b est le rayon intérieur de la paroi cylindrique du guide et d l'espacement de deux iris, en posant :

$$\eta = m' \frac{\pi}{d} \quad \text{et} \quad \zeta^2 = k^2 - \eta^2$$

pour m' entier ; les champs développés par ces oscillations s'écriront :

$$\left\{ \begin{aligned} E_z = E_1 \{ J_0(\zeta, \rho) - \frac{J_0(\zeta b)}{N_0(\zeta b)} N_1(\zeta, \rho) \} \cos(\omega t + \phi) \cos \eta z \end{aligned} \right.$$

$$\begin{cases} E_{\rho} = E_1 \frac{\eta}{\zeta} \left\{ J_1(\zeta\rho) - \frac{J_0(\zeta b)}{N_0(\zeta b)} N_1(\zeta\rho) \right\} \cos(\omega t + \phi) \sin \eta z \\ \mu c H_{\theta} = E_1 \frac{\omega}{c \zeta} \left\{ J_1(\zeta\rho) - \frac{J_0(\zeta b)}{N_0(\zeta b)} N_1(\zeta\rho) \right\} \sin(\omega t + \phi) \cos \eta z \end{cases}$$

Si l'on ne considère que l'oscillation fondamentale

$$\eta = 0 \rightarrow \zeta = k$$

d'où $E_{\rho} = 0$ et en posant

$$\frac{E_1}{N_0(\zeta b)} = B = C^{\text{te}} \text{ ce système peut se mettre}$$

sous la forme complexe suivante :

$$\begin{cases} \tilde{E}_z = B F_{00}(k\rho) e^{j(\omega t + \phi - p\beta_0 H)} \\ E_{\rho} = 0 \\ \mu \frac{c^2 k}{\omega} = Z H_{\theta} = B F_{01}(k\rho) e^{j(\omega t + \phi - p\beta_0 H)} \end{cases}$$

Ceci dans la zone périphérique de la $p^{\text{ième}}$ cavité, avec $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$

pour impédance d'onde et les fonctions F_{00} et F_{01} de $(k\rho)$ comme combinaisons des fonctions $J(k\rho)$ et $N(k\rho)$

$$F_{00}(k\rho) = N_0(kb) J_0(k\rho) - J_0(kb) N_0(k\rho)$$

$$F_{01}(k\rho) = N_0(kb) J_1(k\rho) - J_0(kb) N_1(k\rho)$$

l'exponentielle $e^{-jp\beta_0 H}$ exprimant le déphasage entre les cavités successives séparées par le pas H .

Dans la zone frontière ($\rho \approx a$), intermédiaire entre la zone centrale où il y

a propagation et celle qui est cloisonnée par les iris où les champs sont stationnaires, il n'est possible de représenter analytiquement les champs, car on ne peut intégrer les équations de MAXWELL, les variables n'étant pas séparables. Mais la largeur de cette zone est petite devant la longueur d'onde en espace libre λ_0 , en effet si l'intérieur de la structure est divisé en trois zone.

- la zone centrale avec $\rho < a$
- la zone périphérique avec $a' < \rho < b$
- la zone intermédiaire avec $a < \rho < a'$

Cette largeur $(a - a')$ est de l'ordre d'une demi-épaisseur de la cloison de l'iris : $(a - a') \ll (H - d)/2 \ll \lambda_0$, aussi pouvons nous raccorder les champs des zones extérieures de manière approchée en prenant pour valeurs moyennes $\bar{E}_z$ et $\bar{H}_\phi$ de la zone intermédiaire les valeurs moyennes des solutions de la zone périphérique prolongées jusqu'à la frontière $\rho = a$.

La relation de dispersion des ondes du guide à iris prend alors diverses formes selon les méthodes utilisées pour effectuer le raccordements des champs et selon que l'on tient compte ou non des harmoniques d'espace, soient les trois formes les plus usuelles :

Relation de CHU et HANSEN (2)

$$\frac{F_{01}(ka)}{F_{00}(ka)} = \frac{d}{H} ka \frac{J_1(\chi_0 ka)}{(\chi_0 ka) J_0(\chi_0 ka)} \quad \text{avec } \chi_0 = \frac{k_{co}}{k}$$

Relation de WALKINSHAW (3)

$$\frac{F_{01}(ka)}{F_{00}(ka)} = \frac{d}{H} ka \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \frac{J_1(\chi_m ka)}{(\chi_m ka) J_0(\chi_m ka)} J_0\left(\beta_m \frac{d}{2}\right) \frac{\sin(\beta_m \frac{d}{2})}{(\beta_m \frac{d}{2})}$$

Relation de KVASIL (4)

$$\frac{F_{01}(ka)}{F_{00}(ka)} = \frac{d}{H} ka \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \frac{J_1(\chi_m ka)}{(\chi_m ka) J_0(\chi_m ka)} \left[\frac{\sin(\beta_m \frac{d}{2})}{(\beta_m \frac{d}{2})} \right]^2$$

CHAPITRE II

INTERACTIONS ONDE - FAISCEAU

Les interactions entre une onde E.M et un faisceau de particules chargées présentent différents aspects selon que la vitesse de ces particules est ultra-relativiste, seulement relativiste ou encore sub-relativiste. Le premier de ces aspects apparait dans un accélérateur linéaire à électrons dès que le faisceau est sorti du "rassembleur" ; le second se manifeste dans les klystrons amplificateurs multicavités de très grosse puissance (20 MW crête et des tensions accélératrices de plusieurs centaines de KV) et dans les structures rassembleuses ("buncher") des accélérateurs ; le troisième trouve son application dans les T.M.V de faible puissance (klystrons reflex et amplificateurs, T.P.O, carcinotrons "O" et "M").

II. 1 MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP E.M.

En mécanique relativiste une particule libre, non chargée, de masse au repos m_0 qui décrit une ligne d'univers avec une vitesse v est caractérisée par un certain nombre de grandeurs dont nous rappellerons les diverses relations qui les lient.

$$\text{Energie } \mathcal{E} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{m_0 c^2}{(1 - \beta^2)^{1/2}} = m c^2$$

$$\text{Lagrangien } L = - m_0 c^2 (1 - \beta^2)^{1/2} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \mathcal{E} = p v - L$$

$$\text{Impulsion } p = \frac{\partial L}{\partial v} = \frac{m_0 v}{(1 - \beta^2)^{1/2}} = m v \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{ avec } \beta = v/c \text{ et } m \text{ la masse relativiste.}$$

$$\text{Hamiltonien } H = C (m_0^2 c^2 + p^2)^{1/2}$$

$$\text{Action } S = \int_{t_1}^{t_2} L dt = - m_0 c \int_a^b dS$$

.../...

Ces relations étant liées par le principe de moindre action de MAUPERTUIS

$$\delta s = - m_0 c \int_a^b ds = 0$$

et par l'équation d'HAMILTON-JACOBI ; laquelle dans le formalisme quadridimensionnel s'écrit :

$$(II. 1) \quad \left(\frac{\partial S}{\partial x_i} \right)^2 = \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)^2 = m_0^2 c^2$$

Si maintenant nous considérons que cette particule porte une charge q et qu'elle est soumise à un champ E.M dont les potentiels scalaire et vectoriel V et $\vec{A}$ sont définis par (I. 13)

$$(II. 2) \quad H = c \left[m_0^2 c^2 + (\vec{p} - q\vec{A})^2 \right]^{1/2} + qV = mc^2 + qV.$$

en ajoutant l'énergie potentielle qV et en remplaçant le vecteur impulsion $\vec{p}$, dont les composantes sont les moments conjugués de LAGRANGE $p_i = \partial H / \partial \dot{q}_i$, par le vecteur $\vec{p} - q\vec{A}$ où $\vec{A}$ est le potentiel vecteur du champ E.M. Dans un système d'axes cartésiens rectangulaires Oxyz les équations canoniques d'HAMILTON s'écrivent :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_x} \quad \text{et} \quad \frac{d}{dt} p_x = - \frac{\partial H}{\partial x}$$

en les explicitant à partir de l'Hamiltonien H donné par la relation (II. 2), dans laquelle les potentiels V et $\vec{A}$ ne figurent que comme fonctions des seules variables (x, y, z, t) , on a :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_x} = c(m_0^2 c^2 + \vec{p}^2 - 2q \vec{p} \cdot \vec{A} + q^2 \vec{A}^2)^{-1/2} (p_x - q A_x)$$

d'où d'après (II. 2)

$$m \frac{dx}{dt} = (p_x - q A_x) \Rightarrow m\vec{v} = \vec{p} - q\vec{A} \quad (II. 3)$$

ce qui dérivé par rapport au temps nous donne :

$$(II. 4) \quad \frac{d}{dt} \left(m \frac{dx}{dt} \right) = \frac{d}{dt} p_x - q \frac{dA_x}{dt} = \frac{d}{dt} p_x - q \left(\frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{\partial A_x}{\partial x} v_x + \frac{\partial A_x}{\partial y} v_y + \frac{\partial A_x}{\partial z} v_z \right)$$

et en explicitant $d p_x / dt$, il vient :

$$\frac{d}{dt} p_x = - \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{m} \left[q \left(p_x \frac{\partial A_x}{\partial x} + p_y \frac{\partial A_y}{\partial x} + p_z \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - q^2 \left(A_x \frac{\partial A_x}{\partial x} + A_y \frac{\partial A_y}{\partial x} + A_z \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] - q \frac{\partial V}{\partial x}$$

en rapportant cette expression dans (II. 4) dont le premier membre est la force f_x on a :

$$\begin{aligned} f_x = \frac{d}{dt} \left(m \frac{dx}{dt} \right) &= \frac{1}{m} \left[q \left(p_x \frac{\partial A_x}{\partial x} + p_y \frac{\partial A_y}{\partial x} + p_z \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - q^2 \left(A_x \frac{\partial A_x}{\partial x} + A_y \frac{\partial A_y}{\partial x} + A_z \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] - q \frac{\partial V}{\partial x} \\ &= q \left(\frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{\partial A_x}{\partial x} v_x + \frac{\partial A_x}{\partial y} v_y + \frac{\partial A_x}{\partial z} v_z \right) \end{aligned}$$

Mais d'après II. 4 nous avons :

$$m v_x = p_x - q A_x \quad \text{d'où l'expression finale de } f_x :$$

$$\begin{aligned} f_x &= q \left(- \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial t} \right) + \frac{q}{m} \left[(m v_x + q A_x) \frac{\partial A_x}{\partial x} + (m v_y + q A_y) \frac{\partial A_y}{\partial x} + (m v_z + q A_z) \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] \\ &= \frac{q^2}{m} \left(A_x \frac{\partial A_x}{\partial x} + A_y \frac{\partial A_y}{\partial x} + A_z \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - q \left(v_x \frac{\partial A_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial A_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Mais comme } \vec{E} = - \vec{\text{grad}} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \Rightarrow E_x = - \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial t} \quad \text{finalement}$$

$$f_x = q \left[E_x + v_y \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - v_z \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] \quad \text{mais}$$

$$\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} = B_z \quad \text{et} \quad \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} = B_y \quad \text{car} \quad \vec{B} = \text{rot } \vec{A}.$$

Ainsi en opérant de la même manière pour f_y et f_z on obtient bien, à partir de cet hamiltonien H et des équations canoniques, l'expression de la force de LORENTZ s'exerçant sur une particule de charge q .

$$(II.5) \quad \vec{f} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

.../...

Multiplions scalairement les deux membres de cette expression par $\vec{v}$ soit :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = q \cdot \vec{E} \cdot \vec{v}$$

en intégrant entre les positions a et b avec $d\vec{l} = \vec{v} dt$ il vient :

$$\frac{1}{2} m (v_a^2 - v_b^2) = q \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = q \int_a^b \left(-\text{grad } V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{l}$$

mais $\text{grad } V \cdot d\vec{l} = dV - \frac{\partial V}{\partial t} dt$ soit finalement une valeur d'énergie W , acquise par la particule parcourant $\widehat{ab}$.

$$(III. 6) \quad W = \frac{1}{2} m (v_b^2 - v_a^2) = q (V_a - V_b) - q \int_a^b \frac{\partial V}{\partial t} dt - q \int_a^b \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot d\vec{l}$$

Cette relation nous permet de tirer certaines conclusions ; en particulier que l'énergie acquise W sera rendue proportionnelle à la différence de potentiel $(V_a - V_b)$ si :

- la particule est synchrone à l'onde développant les potentiels $\vec{A}$ et V , c'est-à-dire que sa vitesse $\vec{v}$ est égale et colinéaire à la vitesse de phase $\vec{v}_\phi$ de l'onde et le terme $\int_a^b \frac{\partial V}{\partial t} dt$ est alors nul.

- la structure propageant l'onde à $v_\phi \leq C$ est de révolution et que son axe coïncide avec une ligne nodale de l'induction magnétique $\vec{B}$ d'où un potentiel vecteur $\vec{A}$ qui peut être rendu nul sur l'axe de propagation portant a et b.

On notera que ces deux conditions sont généralement réalisées dans les accélérateurs linéaires et les tubes à propagation d'ondes avec $v_\phi \neq v_e \leq C$.

II - 2 CHAMP DE CHARGES EN MOUVEMENT - POTENTIELS DE LIENARD- WIECHERT. FREINAGE DE RAYONNEMENT.

Dans le vide, un système de distributions cubiques de charges et de courants de densités $\rho(t)$ et $\vec{i}(t)$, dépendantes du temps, émet un rayonnement qui à grande distance prend l'aspect d'une onde qui le fuit et à laquelle les potentiels retardés de LORENTZ donnés en (I. 17) satisfont.

La détermination du champ créé par un système de charges animé d'un mouvement de translation arbitraire est justiciable de l'application de la méthode des potentiels retardés ; en effet les expressions intégrales ne peuvent être différentes de zéro qu'en des points isolés, attendu que la "ligne d'univers" parcourue par le système de charge ne peut couper le "cône de lumière" qu'en un seul point, correspondant à l'instant retardé $t' = t - R'/C$ où t est l'instant d'observation au point $M(x, y, z)$ et $R' = R(t')$ la distance du centre de charge en $P' (x', y', z')$ au point M à l'instant t' . Soient les potentiels du champ E.M en $M(x, y, z)$.

$$(II.7) \quad \left\{ \begin{array}{l} V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{\tau} \frac{\rho}{R' (1 - \frac{v}{c} \cos \varphi')} d\tau \\ \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{\tau} \frac{\rho \cdot \vec{v}(t')}{R' (1 - \frac{v}{c} \cos \varphi')} d\tau \end{array} \right.$$

où φ' est l'angle fait par les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{R}$ au point $P'(x', y', z')$ à l'instant t' , soit $R' (1 - \frac{v}{c} \cos \varphi') = (R' - \vec{R} \cdot \frac{\vec{v}}{c})(t')$ d'autre part $\rho = \rho(t) = \rho(t')$.

Sous cette forme ces potentiels retardés s'appellent les potentiels de LIENARD-WIECHERT. Si maintenant on considère un mouvement rectiligne du système de charges et que de plus ce mouvement est supposé être uniforme ($v(t') = v(t) = c^{te}$) ces potentiels s'écrivent alors :

$$(II.8) \quad \left\{ \begin{array}{l} V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{\tau} \frac{\rho}{R(1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2 \varphi)^{1/2}} d\tau \\ \vec{A} = \frac{v}{c^2} \vec{V} \end{array} \right.$$

Ceci en utilisant les valeurs instantanées R et ρ au temps t pour lesquelles il vient :

$$R' \left(1 - \frac{v}{c} \cos \varphi'\right) = R \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2 \varphi\right)^{1/2}$$

Il est alors facile de déduire les champs E et H en $M(x, y, z)$

$\vec{E} = - \text{grad } V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = - \text{grad } V - \frac{\vec{v}}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t}$ où V est une fonction de x , y et $z - vt$ si le vecteur $\vec{v}$ est dirigé selon oz on aura :

$$\frac{\partial V}{\partial t} = - \frac{\partial V}{\partial z} v \Rightarrow \vec{E} = - \text{grad } V + \frac{v}{c^2} \frac{\partial V}{\partial z} \vec{v}$$

Les composantes de $\vec{E}$ s'écrivent alors :

$$(II.9) \quad \begin{cases} E_x = - \partial V / \partial x \\ E_y = - \partial V / \partial y \\ E_z = - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \partial V / \partial z \end{cases}$$

$$\text{avec } \vec{H} = \frac{\text{rot } \vec{A}}{\mu_0} = \frac{\text{grad } \vec{V} \times \vec{v}}{\mu_0 c^2} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left(\frac{\vec{v}}{c} \times \vec{E} \right) = \frac{1}{Z} \left(\frac{\vec{v}}{c} \times \vec{E} \right)$$

où $\vec{H}$ est en tout point perpendiculaire à $\vec{E}$.

Si le domaine d'intégration, là où existent les charges, est de dimensions négligeables, c'est-à-dire qu'en d'autres termes les différents points de ce domaine correspondent à des instants $t - R'/c$ confondus alors R' et φ' sont des constantes dans tout le volume τ et l'intégrale de ρ peut être remplacée par la grandeur q de la charge.

$$(II. 10) \quad \begin{cases} V = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 R} \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi}} & \text{avec } \alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 R^2} \times \frac{\alpha^2}{(\cos^2 \varphi + \alpha^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} \\ H = \frac{q v \sin \varphi}{4\pi R^2} \times \frac{\alpha^2}{(\cos^2 \varphi + \alpha^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} \end{cases}$$

.../...

En développant (II.7) avec $\vec{v}$ quelconque on montre que le champ E est formé de deux termes de caractères différents ; le premier dépendant de la vitesse $\vec{v}$ varie en $1/R^2$ comme (II.10) et correspond au champ créé à grande distance par une charge en mouvement uniforme, quant au second il dépend de l'accélération $\vec{a}$ et varie comme $1/R$ aux grandes distances ; il est lié aux ondes électromagnétiques rayonnées par les particules en mouvement non uniforme. En effet, exprimons les potentiels de LIENARD-WIECHERT d'une charge unique e en fonction de t'

$$V = \frac{e}{4\pi\epsilon_0(R - \frac{\vec{R} \cdot \vec{v}}{c})}, \quad A = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e\vec{v}}{(R - \frac{\vec{R} \cdot \vec{v}}{c})}$$

Les champs sont obtenus en dérivant V et A par rapport à xyz au temps t en utilisant les relations $t' + \frac{R(t')}{c} = t$ comme fonctions de x, y, z, t ; soient

$$(II.11) \left\{ \begin{aligned} \vec{E} &= \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\frac{a^2}{(R - \frac{\vec{R} \cdot \vec{v}}{c})^3} (\vec{R} - \frac{\vec{R} \cdot \vec{v}}{c}) + \frac{\vec{R}_x \{ (\vec{R} - \frac{\vec{R} \cdot \vec{v}}{c}) \times \vec{v} \}}{c^2 (R - \frac{\vec{R} \cdot \vec{v}}{c})^3} \right] \\ \vec{H} &= \frac{1}{Z} (\vec{n} \times \vec{E}) \end{aligned} \right.$$

$$\text{avec } Z = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \text{ et } \vec{n} = \frac{\vec{R}}{R}$$

On retrouve II.10 lorsque $\vec{a} = 0$; ainsi dans des petites régions de l'espace situées à de grandes distances du système de charges le champ E.M peut être assimilé à celui développé par une onde plane. Les conditions $R \gg \lambda \gg r$ ou λ est la longueur d'onde de la perturbation E.M, r le rayon vecteur du système de charges et R la distance de ce dernier au point d'observation, entraînent que $v \ll c$, d'où une distribution de charges quasi-stationnaire durant le temps R/c et un rayonnement de type dipolaire avec

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi R} \vec{d}$$

ou $\vec{d}$ est le moment dipolaire du système de charges.

Si la vitesse $\vec{v}$ est relativiste (m et $\vec{v}$ variables) les formules établies ne sont applicables que dans le référentiel où la particule est au repos. Nous avons vu que les ondes E.M rayonnées sont liées à l'accélération $\vec{v}$ du système de charge, ainsi dans la formule (II.III) du champ $\vec{E}$ nous ne retiendrons que le deuxième terme, lequel est du plus bas degré en $1/R$. Aux grandes distances le rayon vecteur $\vec{R}$ peut être considéré comme ayant une direction constante.

$$(II.12) \quad \begin{cases} \vec{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R} \frac{\vec{n} \times \{(\vec{n} - \frac{\vec{v}}{c}) \times \frac{\vec{v}}{c}\}}{(1 - \frac{\vec{n} \cdot \vec{v}}{c})^3} \\ \vec{H} = \frac{1}{Z} (\vec{n} \times \vec{E}) \end{cases}$$

l'intensité de rayonnement dI dans l'élément d'angle solide $d\Omega$ est liée au vecteur de POYNTING $\vec{S}$ par :

$$dI = S df = SR^2 d\Omega \quad \text{mais } \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$\text{ou encore } \vec{S} = \frac{1}{Z} \vec{E} \times (\vec{n} \times \vec{E}) = \frac{1}{Z} E^2 \vec{n} \text{ soit :}$$

$dI = \frac{E^2}{Z} R^2 d\Omega$ et comme E est inversement proportionnel à R on voit que la quantité d'énergie rayonnée par le système durant l'unité de temps dans l'angle solide $d\Omega$ est la même pour toutes les distances,

en explicitant E^2 il vient :

$$(II.13) \quad dI = \frac{e^2}{8\pi^2 \epsilon_0^2 c^4} \left\{ \frac{2(\vec{n} \cdot \vec{v})(\vec{v} \cdot \vec{v})}{c(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c})^5} + \frac{\frac{v^2}{c^2}}{(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c})^4} - \frac{\alpha^2 (\vec{n} \cdot \vec{v})^2}{(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c})^6} \right\} d\Omega$$

.../.....

En intégrant par rapport au temps t on obtient la distribution angulaire d'énergie rayonnée.

$$(II. 14) \quad d\xi_n = \frac{e^2}{Z 8\pi^2 \epsilon_0^2 c^4} \int \left\{ \frac{2(\vec{n} \cdot \vec{v})(\vec{v} \cdot \vec{v})}{c(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c})^4} + \frac{\dot{v}^2}{(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c})^3} - \frac{\alpha^2 (\vec{n} \cdot \vec{v})^2}{(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c})^5} \right\} dt$$

$$\text{sachant que } dt = \frac{\partial t}{\partial t'} \quad dt' = (1 - \frac{\vec{n} \cdot \vec{v}}{c}) dt'$$

Dans le cas ultra-relativiste ($v \# c = c^{te}$) la distribution angulaire ci-dessus à la particularité de n'exister que dans un intervalle d'angle solide θ autour de la direction de la vitesse, autrement dit une particule ultra-relativiste rayonne principalement dans le sens de son mouvement avec :

$$(II. 15) \quad \theta \sim \sqrt{1 - \frac{v}{c}} \sim \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{car } 1 - \frac{v}{c} \ll 1$$

Lorsque la vitesse et l'accélération sont colinéaires (mouvement rectiligne accéléré) on a :

$$(II. 16) \quad H = \frac{e}{4\pi \epsilon_0 c^2 R Z} \frac{\vec{v} \times \vec{n}}{(1 - \frac{\vec{n} \cdot \vec{v}}{c})^3} \quad \text{et } dI = \frac{e^2}{Z 8\pi^2 \epsilon_0 c^4} \times \frac{\dot{v}^2 \sin^2 \theta}{(1 - \frac{v}{c} \cos \theta)^6}$$

L'intensité de rayonnement est symétrique autour de la direction commune de $\vec{v}$ et $\dot{\vec{v}}$ et elle présente un double maximum de part et d'autre de cet axe sur lequel elle s'annule ($\theta = 0$ ou π). Le développement en série selon les puissances de v/c des potentiels de LIENARD-WIECHERT permet de montrer l'existence de "forces de freinage de rayonnement" ou "forces de freinage Lorentzienne". En effet si la distribution de charge ne varie pas notablement durant le temps R/c on a les développements de TAYLOR suivants :

$$\varphi = \int_{\tau} \frac{1}{R} \rho(t.R/c) d\tau = \int_{\tau} \frac{1}{R} \rho d\tau - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\tau} \rho d\tau + \frac{1}{2!} c^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{\tau} R \rho d\tau - \frac{1}{3!} c^3 \cdot$$

$$\frac{\partial^3}{\partial t^3} \int R^2 \rho d\tau \dots\dots$$

$$\text{et } \vec{a} = \frac{1}{c} \int_{\tau} \frac{1}{R} \vec{i} (t - R/c) d\tau = \frac{1}{c} \int_{\tau} \frac{\vec{i}}{R} d\tau - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\tau} \vec{i} d\tau \dots$$

$$\text{avec } \rho = 4 \pi \epsilon_0 V \quad \text{et} \quad \vec{a} = \frac{4\pi}{\mu_0 c} \vec{A}$$

Les termes $\rho_{(0)}$, $\rho_{(1)}$, $\rho_{(2)}$ et $a_{(1)}$ conduisent, en seconde approximation, à la fonction de LAGRANGE du système quant aux termes du troisième ordre $\rho_{(3)}$ et $a_{(2)}$ ils font apparaître les forces supplémentaires dites de freinage.

Si l'on fait une transformation de jauge du type de celle donnée en (I. 14) telle que $\rho_{(3)}$ s'annule on montre que le champ E est de la forme :

$$E = \frac{\mu}{6\pi c} \frac{\partial}{\partial t} \sum e \vec{v} = \frac{\mu}{6\pi c} \ddot{\vec{d}}$$

duquel découle la force de freinage qui introduit les pertes d'énergie et de moment cinétique. Dans le cas ultra relativiste cette force opposée à la vitesse du système est proportionnelle au carré de son énergie.

La décomposition spectrale des potentiels rayonnés par le système, sous forme d'ondes monochromatiques s'écrit :

$$V_{\omega} e^{j\omega t} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \int_{\tau} \rho_{\omega} \frac{e^{-j\omega(t - R/c)}}{R} d\tau$$

ou en introduisant le vecteur d'onde $k = \omega/c$

$$V_{\omega} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \int_{\tau} \rho_{(\omega)} \frac{e^{jkR}}{R} d\tau. \text{ Mais la composante } \rho_{\omega} \text{ peut}$$

être développée en intégrale de FOURRIER.

$$\rho_{\omega} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho e^{j\omega t} dt \Rightarrow V_{\omega} = \frac{1}{8\pi^2 \epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{\tau} \rho e^{j(\omega t + kR)} d\tau dt$$

Si nous avons affaire à une charge unique et non à une distribution continue

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{\omega} = \frac{e}{8\pi^2 \epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{R(t)} e^{j\omega(t - R/c)} dt \\ \vec{A}_{\omega} = \frac{e}{8\pi^2 \epsilon_0 c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\vec{v}(t)}{R(t)} e^{j\omega(t - R/c)} dt \end{array} \right. \dots/\dots$$

II.3 ONDES DE CHARGE D'ESPACE D'UN FAISCEAU NON RELATIVISTE

L'évolution d'un système de charges (électrons) libres dans le vide est déterminée, à la fois par les équations de MAXWELL et l'équation de conservation des charges qui leur est associée.

$$\begin{cases} \left(\nabla^2 - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\delta^2}{\delta t^2} \right) V = -\rho_1 / \epsilon_0 \\ \left(\nabla^2 - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\delta^2}{\delta t^2} \right) \vec{A} = -\rho_1 \vec{v}_1 \\ \text{div} (\rho_1 \vec{v}_1) = -\frac{\delta \rho_1}{\delta t} \end{cases}$$

auxquelles il faut ajouter l'équation du mouvement d'un électron, laquelle dans le domaine non-relativiste s'écrit :

$$\frac{dv_1}{dt} = \frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{\delta v_1}{\delta x} \frac{\delta x}{\delta t} + \frac{\delta v_1}{\delta y} \frac{\delta y}{\delta t} + \frac{\delta v_1}{\delta z} \frac{\delta z}{\delta t} = \frac{e}{m} \mathcal{E}$$

Les valeurs instantanées de la densité et de la vitesse des charges comportent des termes constants ρ_0 et v_0 et des termes variables $\tilde{\rho}$ et $\tilde{v}$, la linéarisation de cette équation ne peut se faire que si le terme non linéaire $\tilde{\rho} \tilde{v}$ peut être négligé, c'est-à-dire que si l'on a $\tilde{\rho} \ll \rho_0$ et $\tilde{v} \ll v_0$. D'autre part si pour une fréquence ω le système possède une symétrie cylindrique parallèlement à l'axe oz les solutions de ces équations peuvent s'écrire sous la forme de combinaisons linéaires de termes variant en z comme $e^{-j\beta z}$, les parties variables des grandeurs instantanées seront donc de la forme

$$\mathcal{E} = E e^{j(\omega t - \beta z)}, \quad \tilde{\rho} = \rho e^{j(\omega t - \beta z)} \quad \text{etc.....}$$

Les amplitudes E , ρ ne dépendent que des coordonnées transversales x et y , leurs amplitudes relatives ainsi que la constante β sont déterminées en appliquant aux équations les conditions aux limites transversales.

En portant la relation $\rho_1 v_1 \approx \rho_0 v_0 + \tilde{\rho} v_0 + \rho_0 \tilde{v}$ dans l'équation de conservation des charges ainsi que dans celle du mouvement on obtient

$$\begin{cases} (\omega - \beta v_0) \rho = \beta \rho_0 v \\ j(\omega - \beta v_0) v = -\frac{e}{m} E \end{cases}$$

Et pour la composante E_z l'équation

$$\frac{\delta^2 E_z}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 E_z}{\delta y^2} - (\beta^2 - k^2) E_z = -j\beta \frac{\rho}{\epsilon_0} + j\omega \mu_0 (\rho_0 v + v_0 \rho)$$

en éliminant ρ et v dans ces relations on obtient finalement l'équation des ondes

$$\frac{\delta^2 E_z}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 E_z}{\delta y^2} - (\beta^2 - k^2) \left(1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - \beta v_0)^2}\right) E_z = 0$$

où $\omega_p = \sqrt{\frac{e\rho_0}{m\epsilon_0}}$ est la pulsation de plasma

Dans l'hypothèse d'un système infiniment étendu en x ou y on aurait

$$\frac{\delta^2 E_z}{\delta x^2} = \frac{\delta^2 E_z}{\delta y^2} = 0 \quad \rightarrow \quad \beta = \begin{cases} \pm k \\ \frac{\omega \pm \omega_p}{v_0} \end{cases}$$

Les solutions correspondant à $\beta = \pm k$ sont les ondes de champ et celles avec $\beta = (\omega \pm \omega_p)/v_0$ sont les ondes de charge d'espace. Pour un système réel ; faisceau de section circulaire confiné sur l'axe d'un cylindre circulaire, ainsi que cela est réalisé dans les tubes à modulation de vitesse, les équations des ondes sont différentes selon que l'on considère l'espace intérieur au faisceau ou l'espace intermédiaire entre celui-ci et le tube enveloppe. A l'intérieur du faisceau ($r < a$) on a pour équation :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dE_z}{dr} \right) + \gamma^2 E_z = 0$$

avec $\gamma^2 = -(\beta^2 - k^2) \left(1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - \beta v_0)^2}\right)$

dont la solution est de la forme.

$$E_z = A J_0(\gamma r)$$

En dehors du faisceau ($a < r < b$) on a $\frac{\omega_p^2}{p} = 0$ et l'équation des ondes devient

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dE}{dr} \right) - \gamma_0^2 E = 0$$

avec $\gamma_0^2 = \beta^2 - k^2$

dont la solution est de la forme .

$$E_z = B J_0(\gamma_0 r) + c K_0(\gamma_0 r)$$

I_0 et K_0 étant les fonctions de BESSEL modifiées de première et seconde espèce d'ordre zéro.

Comme les conditions aux limites sur la paroi conductrice en $r = b$ imposent que le champ E_z soit nul on a :

$$E_z|_{r=b} = B I_0(\gamma_0 b) + C K_0(\gamma_0 b) = 0$$

Sur la surface $r = a$ la continuité des champs doit être assurée par l'égalité des E et $\frac{dE}{dr}$ des deux régions ce qui nous donne la relation nécessaire.

$$(II.18) - \gamma a \frac{J_1(\gamma a)}{J_0(\gamma a)} = \gamma_0 a \frac{I_1(\gamma_0 a) K_0(\gamma_0 b) + I_0(\gamma_0 b) K_1(\gamma_0 a)}{I_0(\gamma_0 a) K_0(\gamma_0 b) - I_0(\gamma_0 b) K_0(\gamma_0 a)}$$

II - 4 INTERACTION DANS LES TUBES A MODULATION DE VITESSE.

2 - 4 - 1 - Généralités sur les T.M.V.

La particularité des T.M.V. est d'utiliser le signal de commande non pas pour produire une modulation en densité des électrons du faisceau, mais essentiellement pour faire varier leur vitesse.

Mais cette modulation de vitesse entraînera une modulation de densité au niveau des électrodes d'extraction, laquelle s'obtient par regroupement, soit

- dans des espaces de glissement, ce qui nous donne les T.M.V du type klystron.
- par réflexion sur une électrode à champ retardateur, c'est le klystron reflex.
- par interaction onde-faisceau dans une structure périodique à ondes lentes, ce sont les tubes à propagation d'ondes (T.P.O.) à caractéristique directe ou inverse.

Contrairement aux tubes à grille de contrôle, les effets de la charge d'espace ne sont que "secondaires" du point de vue de la commande du courant. Cependant le champ de commande introduit quand même une modulation "parasite" de densité ce qui entraîne certaines limitations, que nous analyserons, afin de déterminer l'incidence qu'elles ont sur la fonction de transfert de la phase.

D'une manière générale la loi du mouvement des électrons est donnée par l'équation :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e}{m} \left[\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}) \right]$$

et comme la distribution des vitesses dans le faisceau peut être représentée par une fonction $\vec{v}(x,y,z,t)$ elle s'écrit :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} = \frac{e}{m} \left[\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}) \right]$$

Comme la vitesse de faisceau n'est pas relativiste, la composante magnétique du champ E.M n'intervient pratiquement pas dans les forces d'origine magnétique, dues aux champs focalisants caractérisés par une induction constante $\vec{B}_0$, laquelle étant perpendiculaire à $\vec{v}$, ne produit pas de travail.

Ainsi l'énergie cinétique acquise par les électrons transitant entre A et B est :

$$\frac{1}{2} m (V_B^2 - V_A^2) = e (U_A - U_B) - e \int_A^B \frac{\partial U}{\partial t} dt - e \int_A^B \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

mais dans les T.M.V l'axe de révolution coïncide avec une ligne nodale de l'induction H.F. ce qui entraîne que $\vec{A}$ est nul sur l'axe d'où l'expression :

$$\frac{1}{2} m (V_B^2 - V_A^2) = e (U_A - U_B) - e \int_A^B \frac{\partial U}{\partial t} dt$$

Le temps de transit des électrons dans les espaces d'interaction n'étant pas négligeable par rapport à la période T, cette expression ne peut être réduite à l'équation statique

$$\frac{1}{2} m (V_B^2 - V_A^2) = e (U_A - U_B)$$

mais cette dernière peut permettre le calcul de la contribution au potentiel U de la distribution des charges à l'instant t, car dans les T.M.V la durée de propagation des ondes dans les zones très localisées où se fait l'interaction est négligeable. En l'absence de charge d'espace si la vitesse des électrons est uniforme et égale à $V_0 \ll C$ le long d'un parcours AB de longueur l, on définit le temps de transit τ et l'angle de transit ϕ dont tourne la phase de l'oscillation durant τ , par :

$$\tau = \frac{l}{V_0} \quad \text{et} \quad \phi = \omega \tau \quad \text{ou} \quad \omega l \left(2 \frac{|e|}{m} U_0 \right)^{\frac{1}{2}}$$

si l'espace AB est soumis à une différence de potentiel U_0 .

Supposons que l'action sur les électrons soit sinusoïdale et son amplitude F, constante sur AB, alors l'action totale subie entre les époques t_A et t_B est :

$$S = \int_A^B F \sin \omega t dt = \frac{F}{\omega} (\cos \omega t_A - \cos \omega t_B)$$

ou encore :

$$S = \frac{2F}{\omega} \sin \omega \left(\frac{t_B - t_A}{2} \right) \sin \omega \left(\frac{t_B + t_A}{2} \right)$$

alors que si l'angle de transit $\phi = \omega(t_B - t_A)$ était négligeable on aurait :

$$S = (t_B - t_A) F \sin \omega t$$

ceci montre que l'effet d'un temps de transit fini est de réduire l'action totale subie, par un facteur :

$$(II.19) \quad \beta = \frac{\sin \phi/2}{\phi/2}$$

Dans l'hypothèse d'un faisceau confiné sur l'axe z et ne dépendant que de cette variable, l'équation de la conservation des charges s'écrit :

$$\text{div } \vec{i} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial i}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(i + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right) = 0$$

$$\text{ou} \quad \left(i + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right) = \rho v + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = i_{\text{total}}$$

Dans l'approximation du premier ordre qu'est le fonctionnement en petits signaux on a :

$$\rho = \rho_0 + \tilde{\rho} e^{j\omega t} \quad \text{et} \quad v = v_0 + \tilde{v} e^{j\omega t}$$

$$\text{d'où } \rho v = i_0 + \tilde{i} \quad \text{avec} \quad \tilde{i} = i_{(z)} e^{j\omega t}$$

car $\tilde{\rho} \ll \rho_0$ et $\tilde{v} \ll v_0$ conditions qui rendent linéaires les équations d'évolution du système de charges libres.

2-4-2 Klystron Amplificateur

L'amplificateur hyperfréquence à groupement par glissement (Klystron) est généralement constitué par deux ou plusieurs espaces d'interaction séparés par des "tunnels" de glissement dans lesquels s'opère des regroupements en paquets des électrons modulés en vitesse. Le diagramme espace-temps dans le tun-

nel de glissement (dit diagramme d'APPLEGATE) rend compte de ce regroupement cinématique, autour de l'électron central qui a traversé l'espace modulateur au moment où le champ retardateur s'annulait pour devenir accélérateur. Les électrodes HF délimitant les espaces d'interaction sont incorporées dans des cavités E.M. de type re-entrante, dont elles constituent des éléments de parois.

Si le premier espace d'interaction rencontré par le faisceau, là où se fait la modulation de vitesse, est court, le temps de passage, relativement à la durée de la période d'oscillation du champ E.M. sera négligeable et l'énergie des électrons qui valait $e V_0$ à l'entrée vaut à la sortie.

$$\frac{m}{2} V_s^2 = -e(U_0 + u_1) \quad \text{avec} \quad u_1 = U_1 \sin \omega t$$

$$\text{ou} \quad V_s = \sqrt{\frac{2|e|}{m} (U_0 + u_1)} = V_0 \sqrt{1 + \frac{U_1}{U_0} \sin \omega t}$$

Si $U_1 \ll U_0$ et en posant $\mu = U_1 / 2 U_0$ il vient :

$$V_s \approx V_0 (1 + \mu \sin \omega t)$$

Lorsque l'espace modulateur (rassembleur) est long, le temps de passage n'est plus négligeable, il faut alors intégrer l'équation du mouvement du faisceau, considéré comme unidimensionnel.

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = e E(z, t) = -e \frac{U_1}{d} \sin \omega t$$

où d est la longueur du rassembleur et si l'on pose

$$\zeta = \frac{\omega z}{V_0} ; \quad \theta = \omega t \quad \text{et} \quad \phi = \frac{\omega d}{V_0} \quad \text{il vient ;}$$

$$\frac{d^2 \zeta}{d\theta^2} = \frac{\mu}{\phi} \sin \theta$$

en intégrant par quadratures successives

$$\frac{V}{V_0} = \frac{d\zeta}{d\theta} = 1 + \frac{\mu}{\phi} (\cos \theta_e - \cos \theta)$$

et

$$\zeta = (1 + \frac{\mu}{\phi} \cos \theta_e) (\theta - \theta_e) - \frac{\mu}{\phi} (\sin \theta - \sin \theta_e)$$

mais à la sortie $\zeta = \frac{\omega z}{V_0} = \phi = \frac{\omega d}{V_0}$

$$\phi = (1 + \frac{\mu}{\phi} \cos \theta_e) (\theta_s - \theta_e) - \frac{\mu}{\phi} (\sin \theta_s - \sin \theta_e) \quad \dots/\dots$$

Avec $\theta_s = \theta_e + \phi$ on a

$$V_s = V_o \left[1 + \mu \frac{\phi}{\phi/2} (\cos \theta_e - \cos (\theta_e + \phi)) \right]$$

ou encore
$$V_s = V_o \left[1 + \mu \frac{\sin \phi/2}{\phi/2} \sin (\theta_e + \phi/2) \right]$$

avec $\beta = \frac{\sin \phi/2}{\phi/2}$ et $t_1 = \frac{1}{\omega} (\theta + \frac{\theta}{2})$ comme coefficient de

modulation de vitesse et instant moyen de passage dans le rassembleur.

$$V_s = V_o \left[1 + \mu \beta \sin \omega t_1 \right]$$

Dans un klystron à deux cavités, le temps de transit dans l'espace de glissement de longueur l , obtenu en négligeant les effets de charge d'espace sur la vitesse, a pour expression :

$$t_2 - t_1 = \tau = \frac{l}{V_o \left[1 + \mu \beta \sin \omega t_1 \right]}$$

mais en tenant compte de la condition $\mu \beta \ll 1$

$$\tau = \frac{l}{V_o} (1 - \mu \beta \sin \omega t_1) = \tau_o \left[1 - \mu \beta \sin \omega t_1 \right]$$

Expression qui montre que le temps de transit est lui aussi modulé sinusoïdalement et cette caractéristique sera la cause d'une distorsion des modulations de phase ou de fréquence portées par l'oscillation HF qui transite par cet amplificateur.

La phase à la sortie de l'espace de glissement sera :

$$\varphi_s = \omega t_1 = \omega \tau_o \left[1 - \mu \beta \sin \omega t_1 \right]$$

Résultat indicatif car l'hypothèse qui consiste à négliger les effets de la charge d'espace est trop restrictive, mais la détermination de ces effets peut être faite si les modèles d'interaction sont simples ; par exemple :

- Les effets statiques des charges sont compensés par les conditions de focalisation de BRILLOUIN.

- Le faisceau est transversalement infini, d'où une densité ρ_0 ne variant qu'en z .

Moyennant ces hypothèses on montre que les effets dynamiques dus à la charge d'espace introduisent une modulation du mouvement qui est liée à la pulsation de plasma ω_p du faisceau.

Si $U(z, t)$ et $\rho(z, t)$ sont les fonctions potentielle et densité de faisceau dans l'espace de glissement, elles sont liées par l'équation de POISSON :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\rho - \rho_0}{\epsilon_0} = 0$$

que l'on introduit dans l'équation de mouvement

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = - \frac{e}{m} \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{e}{m} \int_0^z \frac{\rho - \rho_0}{\epsilon} dz = \frac{e}{m} \frac{\rho_0}{\epsilon_0} (z_0 - z) = \omega_p^2 (z_0 - z)$$

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= - V_0 \mu \beta \sin \frac{\omega z_0}{V_0} \cos \omega_p t \\ z &= z_0 - V_0 \mu \beta \sin \frac{\omega z_0}{V_0} \frac{\sin \omega_p t}{\omega_p} \end{aligned}$$

D'où il apparaît que l'effet de dégroupement dû aux charges introduit le terme $\frac{\sin \omega_p t}{\omega_p}$ au lieu de t dans l'équation d'évolution en z , ceci entraîne une modification du degré de rassemblement qui maintenant s'écrit :

$$(II.21) \quad \delta = \mu \beta \frac{\omega}{\omega_p} \sin \omega_p t = \mu \beta \frac{\omega}{\omega_p} \sin \omega_p \frac{1}{V_p}$$

quant au groupement des électrons en paquets il sera caractérisé par le paramètre δ appelé "degré de rassemblement".

$$\delta = \frac{\omega l}{V_0} \mu\beta = \omega\tau_0 \mu\beta = \Lambda \mu\beta$$

où Λ est la mesure en angle de transit de l'espace de glissement.

Si $\omega t_1 = \theta_1$ et $\omega t_2 = \theta_2$, la conservation de la charge le long de l'axe z s'écrit :

$$I_0 dt_1 = I_s dt_2 \quad I_s = I_0 \frac{d\theta_1}{d\theta_2} = \frac{I_0}{1 - \delta \cos \theta_1}$$

Pour que l'interaction de sortie soit optimale il faut que les paquets d'électrons voient un champ de freinage présentant une différence de phase de $\pi/2$ avec l'action du rassemblement et cela compte tenu du temps de transit moyen. Ceci nous permet de développer le courant de sortie i_s en série de FOURIER.

$$(II \ 2^{\circ}) \quad I_s = I_0 \left[a_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} a_n \cos n(\theta_2 - \Lambda) \right]$$

dont les composantes s'écrivent :

$$i_{s\ n} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I_s \cos n(\theta_2 - \Lambda) d\theta_2 = \frac{I_0}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos n(\theta_1 - \delta \sin \theta_1) d\theta_1$$

$$= 2I_0 J_n(n\delta)$$

d'où :

$$I_s = I_0 \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i_{s\ n}}{I_0} \right] = I_0 \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{n=\infty} J_n(n\delta) \cos n(\theta_2 - \Lambda) \right]$$

Mais la cavité opère une troncature de spectre et le courant qui l'excite vaut :

$$I_2 = 2I_0 J_1(\delta) \cos(\theta_2 - \Lambda)$$

.../...

Mais le diamètre du faisceau est fini et de plus comme celui-ci est concentrique à un cylindre conducteur, les forces longitudinales de charge d'espace s'en trouvent modifiées. La théorie peut encore en être faite en linéarisant les équations de base, c'est-à-dire que les composantes variables $\tilde{\rho}$ et $\tilde{V}$ des grandeurs ρ et V intervenant dans les équations de MAXWELL et dans celle du mouvement, doivent être faibles vis à vis des composantes continues ρ_0 et V_0 . Alors les solutions de présentent sous la forme d'une combinaison linéaire d'une infinité d'ondes de charge d'espace progressives.

En se limitant à la superposition d'une onde lente de charge d'espace et d'une onde rapide de constantes de propagation $\omega \pm \omega_q$ avec $\omega_q = R \omega$ ou R est un facteur inférieur à l'unité tenant compte de la réduction des effets de charge d'espace par rapport à un faisceau transversalement infini.

Le courant d'excitation de la cavité de sortie a toujours la même expression qu'en (II.20).

$$I_2 = 2I_0 J_1(\delta) \cos \left(\omega t_2 - \frac{\omega l}{V_0} \right)$$

mais avec le "degré de rassemblement :

$$(II.22) \quad \delta = \mu \beta \frac{\omega}{\omega_q} \sin \omega_q \frac{l}{V_0}$$

lequel sera maximal si la distance de glissement l a pour valeur

$$l = \frac{\pi}{2} \frac{V_0}{\omega_q}$$

En théorie linéaire ($\delta \ll 1$) on a $J_1(\delta) \approx \delta/2$ soit pour l'amplitude de I_2 :

$$I_2 = I_0 \delta = I_0 \mu \beta \frac{\omega}{\omega_q} \sin \omega_q \frac{l}{V_0}$$

Mais le groupement dans la cavité de sortie est rendu maximal avec $J_1(\delta)$, ceci a lieu avec $\delta = \delta_0 = 1,84$ et donne $J_1(\delta_0) = 0,58$.

Soit :

$$I_2 = 2 I_0 J_1(\delta_0) = 1,16 I_0$$

La puissance cédée par le faisceau au collecteur HF qui est :

$$P_2 = - I_0 J_1(\delta) U_2 \sin(\Lambda + \psi)$$

sera rendue maximale si :

$U_2 = U_0$ (freinage maximal des paquets, pas de réflexion sur le collecteur)

$$J_1(\delta) \text{ maximale} \Rightarrow \delta = \delta_0 = 1,84$$

$$\sin(\Lambda + \psi) = -1 \Rightarrow \Lambda + \psi + \frac{\pi}{2} = 2n\pi$$

Moyennant quoi la valeur moyenne de P_2 sera :

$$P_2 = 0,58 I_0 U_0 \Rightarrow \eta \leq 58 \%$$

2-4-3 Klystron Reflex

Ce type de T.M.V. est un auto oscillateur, il se caractérise par le fait que les électrons modulés en vitesse par l'unique rassembleur, sont injectés dans une région où règne un champ retardateur. Le mouvement sera uniformément retardé si le gradient de potentiel est de la forme :

$$\text{grad } U = \frac{U_0 + U_R}{d_R} \quad \text{avec} \quad d_R = d \times \frac{U_0 + U_R}{U_0}$$

où d_R est la distance qui sépare le réflecteur du rassembleur et d , la profondeur de pénétration des électrons dans l'espace reflex, c'est-à-dire la distance du rassembleur à l'équipotentielle zéro.

Les équations de mouvement sont les suivantes :

$$(II.23) \left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 z}{dt^2} &= \frac{e}{m} \frac{U_0 + U_e}{d_R} \\ \frac{dz}{dt} &= \frac{e}{m} (t - t_1) \frac{U_0 + U_R}{d_R} + v_1 \\ z &= \frac{e}{m} \frac{(t - t_1)^2}{2} \frac{U_0 + U_R}{d_R} + v_1 (t - t_1) \end{aligned} \right.$$

avec v_1 = vitesse d'entrée dans l'espace retardateur après modulation dans le rassembleur.

Le temps de séjour des électrons à vitesse v_1 , dans l'espace reflex après un aller-retour tel que $z = 0$, s'écrit :

$$\tau = \frac{2v_1 d_R}{\frac{e}{m} (U_0 + U_R)}$$

mais pour des électrons non modulés, leur temps de séjour sera :

$$\tau_0 = \frac{4d}{v_0} = 4 \frac{d_R}{v_0} \frac{U_0}{U_0 + U_R} \quad \text{d'où} \quad \tau = \frac{v_1}{v_0} \tau_0$$

et si la modulation de vitesse est sinusoïdale avec $U_1 \ll U_0$ on aura :

$$\tau = \tau_0 \left(1 + \frac{U_1}{U_0} \sin \omega t_1 \right)^{1/2} \approx \tau_0 \left(1 + \mu \sin \omega t_1 \right)$$

avec $\mu = \frac{U_1}{2U_0}$ et en supposant que le temps de transit dans l'espace rassembleur est négligeable ($\beta = 1$)

Le courant modulé revenant à la cavité "rassembleuse" vaut :

$$I_2 = - I_0 \frac{dt_1}{dt_2} = I_0 \frac{1}{1 + \delta \cos \omega t_1} \quad \text{avec} \quad \delta = \omega \tau_0 \frac{U_1}{2U_0}$$

son développement de FOURIER sera :

$$(II.24) \quad I_2 = - I_0 \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n(n\delta) \cos n(\theta_2 - \Lambda - \pi) \right]$$

avec pour composante fondamentale :

$$i_{21} = 2 I_0 J_1(\delta) \cos(\theta_2 - \Lambda)$$

La puissance cédée par le faisceau à son retour dans la cavité sera :

$$P = - I_0 u J_1(\delta) \sin \Lambda$$

avec $u = \text{d.d.p}$ aux bornes du "gap" de la cavité.

et les modes d'oscillation auront lieu si :

$$\sin \Lambda = -1 \quad \text{avec} \quad \Lambda = 2 \left(n + \frac{3}{4} \right) \pi$$

2-4-4 Tube à propagation d'ondes :

Dans cette classe de T.M.V, qui s'apparente à la famille des accélérateurs linéaires, le faisceau électronique est en interaction constante et prolongée avec une onde à champ électrique axial, guidée par une structure périodique à faible vitesse de phase. Cette onde injectée à l'entrée de l'espace d'interaction a le caractère d'une onde à atténuation fortement négative et son action a pour effet de grouper le faisceau en paquets.

Dans l'hypothèse d'un régime à petits signaux les équations générales d'évolution :

.../...

$$(II.25) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dv}{dt} = \frac{e}{m} E(z) e^{j\omega t} \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \end{array} \right.$$

deviennent : avec $V_0 = \sqrt{2 \frac{|e|}{m}} U_0$

$$(II.26) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} V_0 + j\omega \tilde{v} = \frac{e}{m} E(z) \\ \frac{\partial \tilde{i}}{\partial z} + j\omega \tilde{\rho} = 0 \end{array} \right.$$

avec $i(z) = \rho_0 \tilde{v} + V_0 \tilde{\rho}$ et en éliminant $\tilde{\rho}$ et $\tilde{v}$ il vient

$$\frac{\partial^2 i}{\partial z^2} + 2j \frac{\omega}{V_0} \frac{\partial i}{\partial z} - \frac{\omega^2}{V_0^2} i = j \omega \frac{\rho_0}{V_0^2} \frac{e}{m} E(z)$$

Mais $i(z)$ ne dépend que de z et en posant

$$k_0 = \frac{\omega}{V_0} \quad \text{et} \quad Z_0 = \frac{U_0}{\sigma i_0} = \text{impédance du faisceau}$$

on obtient la première des deux équations différentielles décrivant le mécanisme du T.P.O.

$$(II.27) \quad \frac{d^2 i}{dz^2} + 2j k_0 \frac{di}{dz} - k_0^2 i = j \frac{k_0}{2\sigma Z_0} E(z)$$

La seconde nous sera fournie par le couplage du faisceau à la ligne à configuration périodique, qui sera supposée fermée à chaque extrémité sur son impédance caractéristique.

Si la ligne a une constante de propagation $\gamma = \alpha + j\beta$ le champ $E(z)$ résulte de la superposition :

a) Du champ E_0 se propageant vers la droite (du canon vers le collecteur) soit $E_0 e^{-\gamma z}$

.../

b) Du champ émanant de toutes les sources $A(x) dx$ à gauche de z et se propageant vers la droite, soit :

$$\frac{1}{2} \int_0^{x=z} A(x) e^{-\gamma(z-x)} dx$$

c) Du champ émanant de toutes les sources $A(x) dx$ à droite de z et se propageant vers la gauche, soit :

$$\frac{1}{2} \int_{x=z}^1 A(x) e^{\gamma(z-x)} dx$$

d'où :

$$E_{(z)} = E_0 e^{-\gamma z} + \frac{1}{2} \int_0^{x=z} A(x) e^{-\gamma(z-x)} dx + \frac{1}{2} \int_{x=z}^1 A(x) e^{\gamma(z-x)} dx$$

équation intégrale qui a même solution que l'équation différentielle

$$\frac{d^2 E}{dz^2} - \gamma^2 E = -\gamma A(z)$$

relatives aux conditions initiales :

$$(II.28) \quad \left\{ \begin{array}{l} E_{(0)} = E_0 + \frac{1}{2} \int_0^1 A(x) e^{-\gamma x} dx \\ \left. \frac{dE}{dz} \right|_0 = -\gamma E_0 + \frac{1}{2} \gamma \int_0^1 A(x) e^{-\gamma x} dx \\ E_{(0)} - \frac{1}{\gamma} \left(\frac{dE}{dz} \right)_0 = 2E_0 \end{array} \right.$$

en posant : $A(z) = -\beta^2 Z \sigma i(z)$ avec $\beta = \frac{\omega}{v}$ et σ = aire de la section droite du faisceau, il vient :

$$(II.29) \quad \frac{d^2 E}{dz^2} - \gamma^2 E = \gamma \beta^2 Z \sigma i(z)$$

avec les conditions initiales $i(0) = 0$ et $\left. \frac{di}{dz} \right|_0 = 0$

C'est la deuxième équation différentielle linéaire du deuxième ordre régissant l'interaction onde-faisceau d'un T.P.O. Relation obtenue avec l'hypothèse que l'intensité $A(z)$ de la source de champ induite par le faisceau est proportionnelle à la partie alternative $\tilde{\omega}$ du faisceau.

II - 5 INTERACTION AVEC UNE STRUCTURE PERIODIQUE

L'interaction d'un faisceau de particules chargées avec une structure périodique revêt plusieurs aspects selon que celle-ci est alimentée en énergie hyperfréquence et qu'elle propage des ondes accélératrices ou défléctrices ou bien qu'elle se comporte comme un circuit passif parce que non alimentée.

2-5-1 Interaction avec des ondes accélératrices :

Ici encore il faut distinguer deux cas, selon que le domaine des vitesses à atteindre est relativiste ou ultra-relativiste. Dans le premier cas, il y a accélération du mouvement et la vitesse du système de particules varie le long de l'axe z , ce qui entraîne que la vitesse de phase de l'onde, imposée par la structure, doit elle aussi faire de même ; par contre dans le second cas ($v \approx c$) seule la masse varie et la vitesse de phase de l'onde doit alors être constante et égale à c . Cette distinction essentielle entraîne une différence dans la conception des structures accélératrices ainsi qu'une spécialisation de leurs fonctions ; en effet le premier cas correspond aux structures à vitesse variables placées en tête des accélérateurs et dénommée "rassembleurs" ou encore aux structures accélératrices de particules lourdes tels que les protons et auxquels il n'est pas actuellement possible de communiquer une énergie correspondant au domaine ultra-relativiste, quant au second il a trait aux structures utilisées dans les accélérateurs linéaires à électrons ou positrons dont le type le plus employé est le guide à iris.

Ainsi que nous l'avons vu en I.5 cette structure propage une onde progressive à champ magnétique transversal avec une vitesse de phase $v_p \approx c$ et dont la symétrie en θ est d'ordre zéro.

Dans une zone voisine de l'axe le champ E_z est constant dans toute section droite, de telle sorte que $\vec{\text{grad}}_t E_z = 0$, relation qui rend compatibles les équations (I. 34) lorsque $\beta \rightarrow k$. Si E_z est le champ électrique longitudinal développé par cette structure et si la particule est synchrone à l'onde ($\vec{v} \approx \vec{u}$ et colinéaire à $\vec{E}_z$) la force accélératrice subie par la charge à l'abscisse z s'écrit :

$$(II.30) \quad f_z = \frac{d}{dt} (m v_z) = \frac{m_0 \dot{v}_z}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{3/2}} = e E_z \sin(\omega t - \frac{\omega z}{c})$$

.../...

quant à l'énergie cinétique acquise par les particules elle a pour valeur :

$$(II.31) \quad W = \gamma - m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{(1 + \beta^2)^{1/2}} - m_0 c^2$$

En introduisant la variable $u = z - ct$, cette relation intégrée par rapport au temps s'écrit :

$$\frac{m_0 c u'}{\sqrt{-\left(\frac{2u'}{c} + \frac{u'^2}{c^2}\right)}} = \frac{e c E}{\omega} \left(\cos \frac{\omega u}{c} - \cos \varphi_0 \right)$$

où $\cos \varphi_0$ est une constante d'intégration et si l'on pose $\Delta = \frac{\omega u}{c}$

$$\text{il vient : } \frac{2E \lambda}{2\pi m_0 c^2} \left[\cos \varphi_0 - \cos \Delta \right] = 1 / \sqrt{-\frac{2c}{u'} - 1}$$

on peut aussi représenter le premier membre de cette relation à partir de l'énergie cinétique W acquise par les électrons

$$\frac{W + m_0 c^2}{m_0 c^2} = \frac{-c/u'}{\sqrt{-\frac{2c}{u'} - 1}}$$

Le mouvement des électrons peut alors se représenter dans l'espace des phases défini par les deux variables canoniques $\Delta\phi$ et W et cela pour deux valeurs du paramètre $\alpha = \frac{eE\lambda}{2}$; soient $\alpha \geq \pi$ et $\alpha < \pi$, lesquelles soulignent les différences qui existent entre un accélérateur à électrons et un accélérateur à protons.

Pour les accélérateurs à électrons, actuellement utilisés et fonctionnant avec des champs de 10 à 15 MV/m, à la fréquence de 3 Ghz, ce paramètre $\alpha = \frac{eE\lambda}{2} \sim 3$

II-5.2 Ondes défectrices propagées par une structure périodique

L'interaction d'une onde E.M qui se propage au synchronisme avec une particule de charge q qui se déplace parallèlement à Oz avec une vitesse $\vec{v} \leq c$, se traduit par une force transversale défectrice F_t donnée par :

$$\vec{F}_t = q (\vec{E}_t + \vec{v} \times \vec{B}_t) e^{j\phi_0}$$

ou $\vec{v} = v \cdot \vec{u}$, $\vec{B}_t = \mu \vec{H}_t$ si le milieu est isotrope et avec ϕ_0 comme déphasage à l'origine entre les composantes longitudinales du champ de l'onde et la particule.

Mais d'après les relations du premier chapitre concernant les transformations des équations de MAXWELL, ceci peut s'écrire :

$$\vec{F}_t = q \left\{ \left(1 - \frac{v}{v_\phi}\right) \vec{E}_t + j \frac{v}{\omega} \overrightarrow{\text{grad}}_t E_z \right\} e^{j(\omega t - \beta z + \phi_0)}$$

au synchronisme $v_\phi = v$ et $\frac{\omega}{v} z = \beta z$ si $\phi_0 = \pm \pi/2$ on obtient :

$$(II.32) \quad \vec{F}_t = \pm \frac{q}{\beta} \overrightarrow{\text{grad}}_t E_z$$

=====

Cette expression de la force de déflexion, valable pour tous les types d'ondes et toutes les valeurs de la vitesse v synchrone à v_ϕ , nous montre que l'action de déflexion des champs transversaux E_t et B_t est toujours proportionnelle au gradient transversal de la composante longitudinale du champ électrique de l'onde.

Les modes classiques T.E et T.M propagés par les guides lisses ne peuvent en aucune façon produire cette force déflexrice, puisque pour le premier type, la composante E_z est toujours nulle quelle que soit la vitesse $v = v_\phi$, alors que pour le second type $\text{grad}_t E_z \rightarrow 0$ $v = v_\phi \rightarrow c$. Or dans les structures périodiques à $v_\phi = c$, et en particulier dans le guide à iris utilisé comme structure accélératrice d'électrons, l'existence de cette force n'est plus à mettre en doute, elle est en partie responsable du phénomène d'éclatement de faisceau connu sous le vocable anglo-saxon de B.B.U (Beam Break Up) qui se produit dans les accélérateurs linéaires à fort courant. Elle est aussi à l'origine d'une recherche systématique sur les ondes déflexrices de particules ultra-relativistes, laquelle a comme corollaire l'étude des structures susceptibles de propager ces ondes ; aussi Y.GARAULT (5), associé à l'équipe de recherches sur les accélérateurs du CERN, a-t-il montré que

celles-ci formaient à elles seules une classe d'ondes électromagnétiques guidées particulière, distincte de celles des modes T.E et T.M et pour lesquelles on avait $\vec{\text{grad}}_t \vec{E}_z \neq 0$ pour $v_\phi = 0$ avec des composantes longitudinales et H_z qui vérifient la relation :

$$Z (\vec{u} \times \vec{\text{grad}}_t H_z) = \vec{\text{grad}}_t E_z$$

avec $\vec{u}$ comme vecteur unitaire de l'axe oz et $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$ l'impédance d'onde du milieu.

Dans cette étude l'auteur arrive à la conclusion que : toute structure du type à ondes lentes qui peut propager des modes à symétrie d'ordre n en θ est un guide d'ondes EH, dans les zones où le milieu est homogène et isotrope et où la vitesse de phase v_ϕ peut être égale à c.

En particulier le guide à iris métalliques dont le mode TM_{01} utilisé pour l'accélération est à symétrie cylindrique d'ordre zéro en θ , propagera des ondes E.H et en tout premier lieu le mode déflecteur EH_{11} à symétrie d'ordre un en θ .

A l'approximation du modèle idéal à iris infiniment minces et à pas infiniment petit, la relation de dispersion des ondes E.H qui découle de cette étude s'écrit :

$$(II.33) \quad \frac{\bar{\beta}^2}{\chi^2} - \frac{n^2}{k_a^2} J_n^2(\chi, ka) = J_n^{\prime 2}(\chi, ka) \left[\frac{J_n^0(\chi, ka)}{\chi^2} - J_n^0(\chi, ka) \frac{Z_n(kb, ka)}{Y_n(kb, ka)} \right]$$

$$\text{avec } \bar{\beta} = \frac{\beta}{k}, \quad \chi = \frac{k}{k_c}, \quad J_n^0(\chi_c, ka) = \frac{J_n(\chi_c ka)}{\chi_c^n}$$

$$\text{et } \begin{cases} Y_n(kb, ka) = N_n(kb) J_n(ka) - J_n(kb) N_n(ka) \\ Z_n(kb, ka) = N_n(kb) J_n'(ka) - J_n(kb) N_n'(ka) \end{cases}$$

A la coupure, la vitesse de phase des modes devient infinie, $\bar{\beta} = 0$ et $\chi = 1$; la relation de dispersion prend alors la forme :

$$J_n'(\chi_c ka) \left[J_n'(\chi_c ka) - J_n(\chi_c ka) \frac{Z_n(kb, ka)}{Y_n(kb, ka)} \right] = 0$$

soit pour le terme entre crochets, la forme.

$$J_n(kb) \times \frac{N_n(ka) J'_n(ka) - J_n(ka) N'_n(ka)}{N_n(kb) J_n(ka) - J_n(kb) N_n(ka)}$$

Or le deuxième facteur de cette expression n'est jamais nul pour $ka \neq 0$, ce qui entraîne que la relation de dispersion se réduit, à la coupure, aux deux possibilités suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} J'_n(ka) = 0 \\ J_n(kb) = 0 \end{array} \right.$$

Lorsque $J'_n(ka)$ est nulle, les modes EH sont alors des modes TE purs qui s'identifient aux modes TE_{np} du guide lisse de même diamètre $2a$ et de même lorsque $J_n(kb)$ est nulle on a alors des modes TM purs identiques aux modes TM_{nq} du guide lisse de diamètre $2b$.

C'est à ces modes quasi-TM que nous nous intéressons car ce sont eux qui en définitive seront les agents d' B.B.U.

En posant :

$$\gamma = \frac{ka}{n} \frac{J_{n+1}^0(\chi, ka)}{J_n^0(\chi, ka)}$$

et à partir de la relation générale (II.33), on obtient les composantes de l'onde E.H

$$(II.34) \quad \left\{ \begin{array}{l} E_z = E J_n^0(\chi, kp) \cos n\theta \\ ZH_z = - \frac{\bar{\beta} E}{1-\gamma\chi^2} J_n^0(\chi, kp) \sin n\theta \\ E_\rho = j \bar{\beta} E \left\{ \frac{\alpha}{1-\gamma\chi^2} \frac{n}{kp} J_n^0(\chi, kp) + J_{n+1}^0(\chi, kp) \right\} \cos n\theta \\ ZH_\rho = - j E \left\{ \frac{1-\alpha}{1-\gamma\chi^2} \frac{n}{kp} J_n^0(\chi, kp) + \frac{\beta}{1-\gamma\chi^2} J_{n+1}^0(\chi, kp) \right\} \sin n\theta \end{array} \right.$$

$$(II.34) \quad \begin{cases} E_{\theta} = -j \bar{\beta} E \left[\frac{\alpha}{1-\gamma\chi^2} \frac{n}{k\rho} J_n^0(\chi, k\rho) - \frac{J_{n+1}^0(\chi, k\rho)}{1-\gamma\chi^2} \right] \sin n \theta \\ Z H_{\theta} = -j E \left[\frac{1-\alpha}{1-\gamma\chi^2} \frac{n}{k\rho} J_n^0(\chi, k\rho) - J_{n+1}^0(\chi, k\rho) \right] \cos n \theta \end{cases}$$

A la coupure $\bar{\beta} = 0$, $\chi = 1 \rightarrow H_z = E_{\rho} = E_{\theta} = 0$

le système ci-dessus s'écrit alors :

$$\begin{cases} E_z = E J_n(k\rho) \cos n \theta \\ Z H_{\rho} = -j E \frac{n}{k\rho} J_n(k\rho) \sin n \theta \\ Z H_{\theta} = -j E J'_n(k\rho) \cos n \theta \end{cases} \quad \text{expressions}$$

d'une onde TM_{nq} à la coupure

Si maintenant nous faisons $v_{\phi} = c$ cela entraîne que $\beta = k$, donc que $\bar{\beta} = 1$ et $\chi = 0$; le système (II.34) représentant les modes EH, quasi T.M, à la coupure, vient se confondre avec celui représentant les modes quasi TE pour ne former qu'un système unique. Comme $\chi \rightarrow 0$ il en est de même de χk_{ρ} d'où

pour χk_{ρ} petit, l'équivalence :

$$J_n(\chi k_{\rho}) \sim \frac{(\chi k_{\rho})^n}{2^n \cdot n!}$$

$$\text{et } J_n^0(\chi, k_{\rho}) = \frac{J_n(\chi k_{\rho})}{\chi^n} \rightarrow \frac{(k_{\rho})^n}{2^n \cdot n!}$$

Soit le système de composantes à $v = c$

$$(II.35) \quad \begin{cases} E_z = \frac{E}{2^n \cdot n!} (k\rho)^n \cos n \theta \\ H_z = -\frac{E}{2^n \cdot n!} (k\rho)^n \sin n \theta \\ E_{\rho} = j \frac{E}{2^{n+1} (n+1)!} (k\rho)^{n-1} (k^2 a^2 + k_{\rho}^2) \cos n \theta \\ Z H_{\rho} = j \frac{E}{2^{n+1} \cdot (n+1)!} (k\rho)^{n-1} \{k^2 a^2 - 2n(n+1) - k_{\rho}^2\} \sin n \theta \end{cases}$$

$$(11.35) \quad \begin{cases} E_{\theta} = -j \frac{E}{2^{n+1}(n+1)!} (k\rho)^{n-1} (k^2 a^2 - k^2 \rho^2) \sin n\theta \\ ZH_{\theta} = j \frac{E}{2^{n+1}(n+1)!} (k\rho)^{n-1} \{k^2 a^2 - 2N(n+1) + k^2 \rho^2\} \cos n\theta \end{cases}$$

Pour $n = 1$ les modes particuliers EH_1 sont de la forme :

$$(11.36) \quad \begin{cases} E_z = \frac{E}{2} k \rho \cos \Theta \cos kz \\ E_{\theta} = \frac{E}{8} [k^2 a^2 + k^2 \rho^2] \cos \Theta \sin kz \\ E_{\phi} = -\frac{E}{8} k^2 [a^2 - \rho^2] \sin \Theta \sin kz \\ ZH_z = -\frac{E}{2} k \rho \sin \Theta \cos kz \\ ZH_{\rho} = \frac{E}{8} |k^2 a^2 - 4 + k^2 \rho^2| \sin \Theta \sin kz \\ ZH_{\theta} = \frac{E}{8} |k^2 a^2 - 4 + k^2 \rho^2| \cos \Theta \sin kz \end{cases}$$

Le flux de puissance :

$$\Phi_{\pi} = \frac{1}{2} \int_S (\mathbf{E}_t \times \mathbf{H}_t^*) \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{2k^2} \int_0^{ka} \int_0^{2\pi} (\mathbf{E}_{\rho} \mathbf{H}_{\theta}^* - \mathbf{E}_{\theta} \mathbf{H}_{\rho}^*) \rho \, d\rho \, d\theta$$

qui a pour expression générale

$$\Phi_{\pi} = \pi a^2 \cdot \frac{E^2}{Z} \cdot \frac{(ka)^{2n}}{2^n \cdot n! \cdot 2^{n+1} (n+1)!} \left[\frac{k^2 a^2}{n(n+2)} - 1 \right]$$

devient pour $n = 1$

$$\Phi_{\pi} = \pi a^2 \cdot \frac{E^2}{Z} \cdot \frac{(ka)^2}{16} \left[\frac{(ka)^2}{3} - 1 \right]$$

et change de signe pour $ka = \sqrt{3}$

D'après (II.34) les composantes longitudinales de l'onde E.H varient en $k\rho$ comme les fonctions de BESSEL trigonométriques modifiées

$$J_n^0(\chi, k\rho) = \frac{J_n(\chi k\rho)}{\chi^n}$$

fonctions oscillantes de $k\rho$ dont les zéros sont donnés par les valeurs $(k_\pm)_q = y_{nq}/\chi$ ou y_{nq} est la $q^{i\text{ème}}$ racine de

$$J_n(\chi k\rho) = J_n(Y) = 0$$

et la configuration du mode déflecteur fondamental, EH_{II} peut être obtenue par l'analyse des ondes EH stationnaires du guide à iris transformé en cavité résonnante, fonctionnant sur le mode $\Pi/2$.

L'application au guide accélérateur (trou d'iris petit) montre que cette configuration a la structure d'un "type TM"; et dans la $p^{i\text{ème}}$ cavité, en omettant le terme $e^{j\omega t}$, les composantes s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_z \approx A(pH, t) J_I(y_{II}^0) \cos\theta e^{-jkpI} \\ ZH_\theta \approx -j A(pH, t) J_I\left(\frac{y_{II}^0}{b}\right) \cos\theta e^{-jkpI} \end{array} \right.$$

Si y_{II} est la première racine non nulle de $J_n(Y) = 0$ et si H et $A(pH, t)$ sont respectivement le pas et la caractéristique d'affaiblissement de la structure accélératrice réelle (avec pertes); les autres composantes étant approximativement nulles.

L'équation d'interaction entre le flux de puissance du mode déflecteur EH_{II} propagé par une structure à "onde lente", et un faisceau d'électrons dérive de considérations sur le théorème de POYNTING.

$$(II.37) \quad \int_{\tau} \left\{ \frac{\delta w}{\delta t} + \vec{E} \cdot \vec{i} \right\} d\tau = \int_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \vec{ds}$$

si w est la densité d'énergie stockée dans le volume τ , fermé par S et $\vec{i}$ la densité de courant du faisceau.

La puissance

$$(II.38) \quad \mathcal{P}(z, t) \approx v_g \frac{W_c(z, t)}{H}$$

ou v_g est la vitesse de groupe du mode défecteur et $W_c(z, t)$ est la valeur moyenne de l'énergie stockée dans la cavité

$$W_c(z, t) \approx \frac{\epsilon_0}{4} \int_{\tau_c} |E|^2 d\tau \approx \frac{\mu_0}{4} \int_{\tau_c} |H|^2 d\tau$$

ou

$$W_c(z, t) = \frac{\epsilon_0}{8} \pi b^2 H J_0^2(Y_{11}) A^2(z, t)$$

Des relations (II.37) et (II.38) on tire l'expression.

$$\frac{\delta w(z, t)}{\delta t} - v_g \frac{\delta w(z, t)}{\delta z} + 2\alpha v_g w - P(z, t) - v_g P_b(z, t) = 0$$

ou α est le coefficient linéique d'atténuation de la structure et P_b la puissance linéique cédée au faisceau par le champ

$$P_b = \vec{E} \cdot \vec{i}$$

CHAPITRE III.

GENERALITES SUR LES MODULATIONS DE PHASE
ET DE FREQUENCE ET LEURS DISTORSIONS.

Ce rappel de certaines généralités sur les modulations de phase et de fréquence va nous permettre dans ce chapitre de dégager les caractères essentiels des modulations apparaissant dans un accélérateur linéaire, en particulier leurs caractères parasites, leurs combinaisons et leurs distorsions.

3- 1 Notion de fréquence instantanée - Spectre d'une modulation .

Avant d'introduire les concepts classiques de modulation de phase et de fréquence, il paraît opportun de rappeler la notion de "fréquence instantanée" introduite par HELMHOLTZ (1) et dont le concept sera étendu aussi bien à la fréquence angulaire ou pulsation $\omega(t)$ qu'à la fréquence proprement dite $f(t)$. Bien que cette notion soit très largement utilisée dans les techniques de liaisons à modulation de fréquence (calculs des distorsions harmoniques et de la diaphonie multiplex) elle n'en est pas moins inexacte et dans certains cas totalement injustifiée ; nous préciserons ces points dans l'annexe à la deuxième partie de ce rapport, ainsi d'ailleurs que certaines considérations sur les signaux analytiques et la dualité signal-spectre développés par GABOR et VILLE (2). Cependant dans notre problème son utilisation reste justifiée et à partir de la phase instantanée $\varphi(t)$ d'une oscillation permanente de pulsation moyenne ω_0 dont l'expression en fonction du temps est :

$$(III. 1) \quad y = V_0 \sin(\omega_0 t + \phi) = V_0 \sin \varphi(t)$$

on définit une fréquence instantanée $f(t)$ telle que :

$$(III.2) \quad f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \varphi(t) \quad \text{et} \quad \omega(t) = \frac{d}{dt} \varphi(t)$$

Si l'écart de phase ϕ est une fonction non linéaire du temps représentant une certaine loi de phase, alors $f(t)$ n'est pas une constante et sa valeur moyenne sur un intervalle de temps τ a pour expression

$$(III. 3) \quad f_o = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} f(t) dt = \frac{1}{2\pi\tau} \int_0^{\tau} d\phi(t) = \frac{1}{2\pi\tau} [\varphi(\tau) - \varphi(0)]$$

Il s'ensuit donc que cette modulation de phase s'accompagne d'une modulation de pulsation ou de fréquence, en effet :

$$(III. 4) \quad \omega(t) - \omega_o = \delta\omega = \frac{d}{dt} \phi(t) = \left[\frac{d}{dt} \varphi(t) - \frac{\varphi(\tau) - \varphi(0)}{\tau} \right] = 2\pi \delta f$$

On peut donc passer d'une modulation à l'autre en dérivant ou en intégrant le signal modulant et la distinction entre ces deux types de modulation provient du fait que moduler un signal, c'est lui donner une "intelligence", un contenu informationnel et cela entraîne la nécessité de définir les caractéristiques de ce signal modulant.

- soit par un écart de phase maximum ϕ_m alors dans ce cas on a affaire à une modulation de phase.

- soit par une déviation maximale de fréquence Δf , c'est alors une modulation de fréquence.

Mais dans notre problème cette distinction disparaît puisque les modulations qui nous préoccupent sont des modulations parasites, indésirables qui ne véhiculent, ni ne transmettent d'informations utiles.

En effet ces modulations sont dues à des causes multiples qui n'ont pas nécessairement de corrélation entre elles, leurs lois sont pour une bonne part aléatoires, mais cependant nous nous intéresserons tout principalement à la phase, attendu que cette "grandeur" mathématique est physiquement essentielle dans un accélérateur linéaire.

Précisons que l'opération modulation de fréquence qui fait passer d'un signal $f(t)$ à l'onde modulée

$$(III 5) \quad y(t) = A \sin \left[2\pi f_o t + B \int_0^t f(t) dt \right]$$

.../...

n'est pas une opération linéaire en effet si f_1 donne l'onde y_1 et f_2 l'onde y_2 le signal ayant pour fréquence la somme $f_1 + f_2$ ne donne pas $y_1 + y_2$; cette remarque prendra toute sa valeur lorsque nous aurons affaire à un signal, non sinusoïdal, mais recurrent et par là décomposable en série de FOURIER.

Si sur la phase on réalise la loi sinusoïdale

$$(III/6) \quad \phi(t) = \phi_m \sin \Omega t + \phi_0 \quad \text{où } \phi_0 \text{ peut être nul avec } \Omega = 2\pi F$$

ce qui correspond à l'écart de fréquence

$$(III.7) \quad \begin{cases} \delta_w = \frac{d\phi}{dt} = \Omega \phi_m \cos \Omega t \\ \Delta_f = F \phi_m \cos \Omega t = \Delta f \cos \Omega t \quad \text{avec } \Delta f = F \phi_m \end{cases}$$

où Ω et F sont respectivement la pulsation et la fréquence de la modulation. Ainsi les modulations de phase et de fréquence sont sinusoïdales, en quadrature et elles sont de plus caractérisées par la relation :

$$\phi_m = \frac{\Delta f}{F} = m \quad \text{rapport généralement nommé "indice de modulation".}$$

Compte tenu de la loi de variation imposée à la phase par (III.6) l'expression du signal s'écrit :

$$y = V_0 \sin \left[\omega_0 t + m \sin \Omega t \right]$$

Expression qui peut être développée et ses termes explicités à l'aide des fonctions de BESSEL.

$$(III.8) \quad \begin{aligned} y = V_0 & \left[J_0(m) \sin \omega_0 t \right. \\ & + J_1(m) \left[\sin (\omega_0 + \Omega)t - \sin (\omega_0 - \Omega)t \right] \\ & + J_2(m) \left[\sin (\omega_0 + 2\Omega)t + \sin (\omega_0 - 2\Omega)t \right] \\ & \dots / \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + J_{2n}^{(m)} \left[\sin(\omega_0 + 2n\Omega) t + \sin(\omega_0 - 2n\Omega) t \right] \\
& + J_{2n+1}^{(m)} \left[\sin(\omega_0 + (2n+1)\Omega) t - \sin(\omega_0 - (2n+1)\Omega) t \right]
\end{aligned}$$

d'où il ressort qu'une onde modulée en phase est décomposable en une double infinité d'oscillations non modulées, constituées en un spectre de raies discrètes, symétriquement distribuées autour de la porteuse avec la particularité suivante ; deux raies symétriques correspondant au même harmonique de pulsation $n\Omega$ sont en phase si n est pair et en opposition de phase si n est impair.

Dans le cas d'une modulation de fréquence (Δf maximum recurrent et constant) la puissance fournie à l'ensemble des bandes latérales est :

$$(III.9) \quad W = W_0 \left[1 - J_0^2(m) \right]$$

si W_0 est la puissance transportée par l'onde non modulée.

En négligeant les composantes latérales dont l'amplitude est réduite à moins de 1% de celle de la porteuse, la bande utile du spectre est alors :

$$(III.10) \quad B \approx 2\Delta f \left(1 + \frac{2}{m} \right)$$

Si l'indice de modulation est faible ($m \ll 0,2$) le spectre se réduit à une paire de raies latérales tout comme dans une modulation d'amplitude et l'enveloppe du signal a une modulation résiduelle d'amplitude dont le pourcentage a pour valeur :

$$(III.11) \quad \frac{E}{E_0} \approx 2 \frac{J_1^2(m)}{J_0^2(m)} \quad \text{avec } E_0 \text{ comme amplitude minimale.}$$

.../...

III - 2 DISTORSIONS NON - LINEAIRES AFFECTANT UNE MODULATION EN REGIME QUASI - STATIONNAIRE.

3-2-1 Types de distorsions et leurs combinaisons

D'une manière générale, il y aura distorsion non-linéaire sur un signal de modulation parasite ou non, chaque fois que la valeur instantanée $x(t)$ de celui-ci subira une modification quelconque de fait de la non linéarité des éléments de transmission que celle-ci soit due à des imperfections ou à des réponses intrinsèquement non linéaires. On distinguera cinq types de distorsions non linéaires, à savoir.

- a) Distorsions dues à la non - linéarité des caractéristiques de modulation (système modulant et démodulant).
- b) Distorsions dues à la troncature du spectre par un quadripôle sélectif centré sur la porteuse.
- c) Distorsions dues à une limitation insuffisante de l'amplitude de la porteuse (Fluctuations ou modulations résiduelles de l'amplitude).
- d) Distorsions dues aux variations du temps de propagation en fonction de la fréquence (Feeder-dispersif - Amplificateurs etc...)
- e) Distorsions dues à des réflexions multiples sur un trajet de propagation guidée.

Dans le cas d'une non-linéarité du système modulant, le signal sortant pourra généralement être développé sous la forme d'une série entière, représentant la courbe de correspondance "Amplitude - amplitude" soit :

$$(III\ 12) \quad y_s = a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$$

où les coefficients $a_1, a_2 \dots a_n$ fonctions de l'amplitude du signal entrant, sont supposés être constants quelle que soit la loi de variation de fréquence de celui-ci.

D'autre part si le signal $x(t)$ transite à travers un réseau de transfert l'affectant d'un déphasage $\varphi(\omega)$ et par là d'une distorsion non-linéaire du type d ; ce déphasage est lui aussi justiciable d'une décomposition en série entière de la forme :

$$(III\ 13) \quad \varphi(\omega) = b_0 + b_1 \delta_\omega + b_2 \delta_\omega^2 + \dots$$

Or ces deux types de distorsions ne se compensent pas ; en effet si le signal modulant est :

$$x_t = \delta\omega = \frac{d}{dt} \phi(t)$$

la phase à la sortie du réseau de transfert sera :

$$\varphi_s = \phi(t) + \varphi(\omega) \quad \text{et la pulsation} \quad \frac{d}{dt} \phi(t) + \frac{d}{dt} \varphi(\omega)$$

d'où le signal de sortie :

$$(III.14) \quad y_s = \delta\omega + \frac{d}{dt} \varphi(\omega) = \delta\omega + \frac{d}{dt} \left[b_1 \delta\omega + b_2 \delta\omega^2 \dots \right]$$

si $x = \delta\omega$ est une forme sinusoïdale pure, les harmoniques introduits par cette distorsion sont en quadrature avec ceux de la forme (III.12) et leurs combinaisons donneront, pour le rang n , la résultante

$$(III.15) \quad H_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

Dans une chaîne de transmission ces types de distorsions sont généralement imbriqués, mais il est toujours possible de décomposer (virtuellement) cette chaîne en une **suite** d'étages constitués de deux éléments en série. L'un α_m produisant une distorsion non-linéaire sans déphasage, l'autre β_m produisant un déphasage sans distorsion. Ainsi les calculs peuvent se faire sur les groupements séparés des α_m et β_m , puisque la phase des harmoniques de (III 12) est indépendante de l'amplitude.

A noter qu'en vertu du "principe de transposition de fréquence" ces considérations valent autant pour les éléments de transmission B.F placés en **amont** du modulateur que pour ceux qui véhiculent la porteuse modulée, le spectre couvert autour de la porteuse étant relativement peu étendu dans le cas considéré (bien inférieur à 10 % de f_0).

3-2-2 Hypothèse du régime stationnaire - Retard du fondamental

La détermination de la distorsion apportée par un réseau de transfert à partir de son déphasage $\rho(\omega)$ suppose que cette loi de phase relevée en régime quasi stationnaire d'onde entretenue reste valable en régime dynamique; lorsque la fréquence instantanée varie sous l'influence de la modulation.

Cette hypothèse implique une lente variation de la pulsation, ce qui d'après CARSON et FRY (3) puis VANDER POL (4) revient à supposer.

- Une courbe de réponse sensiblement constante en amplitude
- Une loi de phase très proche d'une loi linéaire
- Le respect de la condition suivante.

$$(III.16) \quad \boxed{\frac{1}{2} \Omega \Delta\omega = \frac{1}{2} m \Omega^2 < < \frac{1}{\tau_g^2}}$$

$$\text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Omega : \text{pulsation de modulation} \\ \Delta\omega : \text{déviati} \text{on de } \omega \text{ autour de } \omega_0 \\ \tau_g = \text{temps de transit ou de propagation, qui est lié à } \rho(\omega) \text{ par} \\ \tau_g = - \frac{d}{d\omega} \rho(\omega) \end{array} \right.$$

En se limitant au seul calcul de la distorsion, les résultants resteront valables si la condition moins restrictive suivante est satisfaite :

$$(III.17) \quad \underline{\underline{\Omega \tau_g < < 1}}$$

Ce qui correspond à la condition de validité de l'évaluation du retard de la composante fondamentale de modulation, à partir de l'expression (III 13)

Si la modulation de la pulsation est de forme sinusoïdale

$$\Delta\omega = \Delta\omega \sin \Omega t$$

à la sortie du réseau, la modulation fondamentale sera :

$$\delta\omega + \frac{d}{dt} \rho(\omega) \approx \delta\omega + b_1 \frac{d}{dt} \delta\omega = \Delta\omega \left[\sin \omega t + b_1 \Omega \cos \omega t \right]$$

Mais le terme additif $b_1 \Omega \cos \omega t$ est en quadrature arrière, car b_1 est normalement négatif, d'où le déphasage du fondamental sortant :

$$(III. 18) \quad \varphi_0 = \text{Arc tg } b_1 \Omega$$

auquel correspond un retard de modulation dans le temps tel que

$$(III 19) \quad \tau = \left| \frac{\varphi_0}{\Omega} \right| = \left| \frac{1}{\Omega} \text{Arc tg } b_1 \Omega \right|$$

Une onde modulée en fréquence selon (III.8); qui se propagerait dans un milieu non dispersif verrait toutes ses composantes retardées d'une même quantité τ , soit pour une composante y quelconque :

$$y_e = a \sin \omega t \quad \text{et} \quad y_s = a \sin \omega(t-\tau) = a \sin (\omega t - \omega \tau)$$

ce milieu réaliserait donc la loi de phase

$$\varphi(\omega) = -\omega \tau \quad \text{ou encore} \quad \phi(\omega) = -\omega_0 \tau - \tau \delta \omega$$

en développant $\varphi(\omega)$ autour

de ω_0 , ce qui d'après (III.13) entraîne que :

$$b_0 = -\omega_0 \tau \quad \text{et} \quad b_1 = \tau \quad \text{et en appliquant (III;17) il est possible}$$

$$\text{d'écrire} \quad \tau = \left| \frac{1}{\Omega} \text{Arc tg } \tau \Omega \right| \quad \text{si} \quad \left| \frac{b_1 \Omega}{1} \right| = \tau \Omega \ll 1$$

.../...

III - 3 DISTORSIONS DUES A UN QUADRIPOLE SELECTIF

3_3-1 Lois de BODE sur les réseaux. Transposition de fréquence

Nous rappellerons brièvement les développements théoriques qui ont amenés BODE (5) à formuler les trois lois de base qui constituent la théorie générale des réseaux. Ces lois trouveront des applications immédiates dans cette étude puisqu'elles ont trait aux fonctions de transfert d'un réseau quelconque ; à savoir son atténuation et sa phase et cela aussi bien pour un réseau passif qu'actif avec ou sans retro-action. Les éléments de ces réseaux sont cependant supposés être linéaires en fonction des niveaux, les solutions des équations différentielles qui régissent les circuits font donc intervenir des termes de la forme $K e^{a + j\omega t}$ d'où le choix de $p = a + j\omega$ comme variable indépendante de la fonction de transfert θ du réseau.

$$(III. 20) \quad \theta = A(p) + j B(p)$$

où $\left\{ \begin{array}{l} A \text{ est la fonction atténuation, fonction paire de la fréquence} \\ B \text{ est la fonction phase, fonction impaire de la fréquence.} \end{array} \right.$

La représentation de la fonction complexe θ consiste à associer deux plans complexes ; celui des p et celui des θ ; en notant que a peut être positif ou négatif.

Sous certaines hypothèses qui seront toujours vérifiées si la fonction représente un circuit physiquement réalisable, il peut être admis que la fonction de transfert est analytique aux fréquences zéro et infinie d'où la possibilité d'effectuer les développements en série entière.

$$\theta = \begin{cases} A_0 + j B_0 \omega + A_1 \omega^2 + j B_1 \omega^3 \dots\dots\dots \\ A_\infty + j \frac{B_\infty}{\omega} + \frac{A_1'}{\omega^2} + j \frac{B_1'}{\omega^3} \dots\dots\dots \end{cases}$$

et d'après le théorème de CAUCHY, si $f(z)$ est analytique dans une région limitée par un contour, son intégrale suivant celui-ci est nulle, soit

$$(III \ 21) \quad \oint (\theta - A_\infty) d\omega = 0$$

.../...

ou
$$\oint_{-\infty}^{+\infty} (\theta - A^\infty) d\omega + \int_{\widehat{ABC}} (\theta - A^\infty) d\omega = 0$$

$\widehat{ABC}$ étant un arc de cercle de rayon R s'appuyant sur l'axe des $A(\omega)$

Finalement on obtient la première relation de base

$$(III\ 22) \quad \underline{\underline{\int_0^\infty (A - A^\infty) d\omega = -\frac{\pi}{2} B^\infty}}$$

Sur ce même contour il en est de même de l'intégrale de θ/ω

ou bien
$$\oint \frac{\theta}{\omega} d\omega = 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\theta}{\omega} d\omega + \int_{\widehat{ABC}} \frac{\theta}{\omega} d\omega + \int_0 \frac{\theta}{\omega} d\omega = 0 \quad \text{le troisième}$$

terme étant dû au contournement du pôle à l'origine.

$$2j \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B}{\omega} d\omega + \int_{\widehat{ABC}} \frac{A^\infty}{\omega} d\omega + \int_0 \frac{A_0}{\omega} d\omega = 0$$

Mais
$$\int_{\widehat{ABC}} \frac{A^\infty}{\omega} d\omega = -\pi j A^\infty \quad \text{et} \quad \int_0 \frac{A_0}{\omega} d\omega = \pi j A_0$$

et en posant $du = d(L\omega) = \frac{d\omega}{\omega}$ il vient

$$(III\ 23) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \underline{B} du = \frac{\pi}{2} (A^\infty - A_0)$$

relation entre "l'aire de la phase" et l'atténuation aux fréquences zéro et infinie.

Dès relations (III 22) et (III 23) BODE en déduit une formule plus précise quant aux relations entre A et B, soit la loi de phase :

$$(III \ 24) \quad B_{(\omega_0)} = \frac{\pi}{2} \left[\frac{dA}{du} \right]_0 + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{dA}{du} - \frac{dA}{du} \right]_0 \cdot L \coth \frac{|u|}{2} du$$

et sa deuxième loi s'énonce comme suit.

"Lorsque la caractéristique de transmission en amplitude d'un réseau est entièrement fixée dans tout le spectre, la loi de phase se trouve déterminée de ce fait".

Si A(u) est cette caractéristique d'amplitude, la phase au point est donnée par (24) et il apparait que B_(ω) est déterminée :

- par un terme local $\frac{\pi}{2} \left[\frac{dA}{du} \right]_0$

- par un terme résultant d'une intégration sur tout le spectre.

La fonction $L \coth \frac{|u|}{2}$ apparaissant sous le signe $\int$ est une fonction "poids" qui pondère avec plus d'importance les régions du spectre voisines de $u = 0$ ou $\omega = \omega_0$ et comme $\left[\frac{dA}{du} \right]_0$ est une constante au point considéré

$$-\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{dA}{du} \right]_0 \cdot \text{Log} \coth \frac{|u|}{2} du = -\frac{1}{\pi} \left[\frac{dA}{du} \right]_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Log} \coth \frac{|u|}{2} du = -\frac{\pi}{2} \left[\frac{dA}{du} \right]_0$$

soit,
$$B_{(\omega_0)} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dA}{du} \text{Log} \coth \frac{|u|}{2} du \quad (III \ 25)$$

avec $u = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{F}{F}$ variable réduite.

Si maintenant le spectre est supposé séparé en deux tranches par une frontière ; la première couvrant les fréquences de $F = 0$ à $F = F_1$, là où la loi d'amplitude est supposée entièrement définie et la seconde avec $F > F_1$ où c'est la loi de phase qui est connue ; alors les grandeurs non définies sont calculables par les relations suivantes.

- Phase en un point $F_0 < F_1$

$$\frac{\pi B_{(F_0)}}{2F_0 \sqrt{F_1^2 - F_0^2}} = \int_0^{F_1} \frac{A dF}{\sqrt{F_1^2 - F^2} (F^2 - F_0^2)} + \int_{F_1}^{\infty} \frac{B dF}{\sqrt{F^2 - F_1^2} (F^2 - F_0^2)}$$

- Amplitude en un point $F_0 > F_1$

$$(III\ 27) \quad - \frac{\pi A(F_0)}{2F_0 F_0^2 - F_1^2} = \int_0^{F_1} \frac{A dF}{\sqrt{F_1^2 - F^2} (F^2 - F_0^2)} + \int_{F_1}^{+\infty} \frac{B dF}{F^2 - F_1^2 (F^2 - F_0^2)}$$

Cette troisième loi est utilisée par BODE pour les applications de retro-action sur les réseaux (amplificateurs à contre-réaction et systèmes d'asservissements divers).

Ces données sont applicables à un réseau soumis à une BF directe mais elles sont transposables en HF modulée autour d'une porteuse f_0 ; l'écart $f - f_0$ jouant le rôle des fréquences F pour la partie supérieure et par symétrie pour la demi-bande inférieure.

- Application de la deuxième loi de BODE pour l'évaluation de la distorsion de phase introduite par un quadripôle sélectif.

En s'imposant un gabarit sur la loi d'amplitude, qui soit de forme simple tout en s'approchant des conditions pratiques,

- Bande passante de 0 à F_1 : $A = c^{te} = 0$

- Bande supérieure ($F > F_1$) : $A = -1,44 N_0 \log u$

soit pour cette bande, un affaiblissement progressif réalisant une chute de N_0 (nepers) par octave à partir du point F_1 .

Alors :

$$B(u) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dA}{du} \log \coth \frac{|u|}{2} du \quad \text{ou } A = c^{te}$$

pour toutes les valeurs de u comprises entre $-\infty$ et u_{01} , valeur de discontinuité en F_1 . Ainsi l'intégrale se réduit à :

$$B(u) = \frac{1}{\pi} \int_{u_{01}}^{+\infty} \frac{dA}{du} \log \coth \frac{|u|}{2} du$$

Dans $[u_{01}, \infty]$ on a : $A = -1,44 N_0 \text{ Log } F/F_1 = -1,44 N_0 \left[\text{Log } \frac{F}{F_0} - \text{Log } \frac{F_1}{F_0} \right]$

soient $A = -1,44 N_0 (u - u_{01})$, $\frac{dA}{du} = -1,44 N_0$

et finalement :

$$(III \ 28) \quad B(u) = -\frac{1,44 N_0}{\pi} \int_{u_{01}}^{+\infty} \text{Log coth } \frac{|u|}{2} du$$

comme il est usuel de représenter la distorsion de phase à partir du temps de transit
il vient :

$$\tau = -\frac{dB(\omega)}{d\Omega_0} = -\frac{dB}{du_{01}} \cdot \frac{du_{01}}{d\Omega_0} \text{ mais } \frac{du_{01}}{d\Omega_0} = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dF_0} \left(\text{Log } \frac{F_1}{F_0} \right) = \frac{1}{2\pi F_0}$$

donc

$$\tau = -\frac{1,44 N_0}{2\pi^2 F_0} \frac{d}{du} \int_{u_{01}}^{\infty} \text{Log coth } \frac{|u|}{2} du$$

finalement

$$\tau = \frac{1,44 N_0}{2\pi^2 F_0} \text{Log coth } \frac{|u_{01}|}{2} \text{ avec } u_{01} = \frac{F_1}{F_0}$$

il vient :

$$(III \ 29) \quad \tau = \frac{0,0732 N_0}{F_0} \text{Log } \frac{\frac{F_1}{F_0} - 1}{\frac{F_1}{F_0} + 1}$$

avec $\begin{cases} F_1 = \text{limite de la bande BF (demi-largeur de la bande HF)} \\ F_0 = \text{fréquence considérée (écart } f - f_0 \text{ dans la transposition HF)} \end{cases}$

3-3-2 Quadripôle sélectif symétrique autour de f_0

Si l'onde incidente est modulée en fréquence par une forme sinusoïdale pure, le spectre de cette onde sera celui donné en (III. 8) et après son passage dans le quadripôle sélectif centré sur ω_0 , les raies latérales d'ordre n sont atténuées dans le rapport a_n et déphasées de φ_n si l'on suppose que les caractéristiques d'affaiblissement et de phase sont symétriques. Mais comme ces raies sont des ondes monochromatiques les a_n et φ_n sont données par les fonctions de transfert du quadripôle en régime "lent".

Le spectre de sortie s'écrit :

$$\begin{aligned}
 & J_0(m) \sin \omega_0 t \\
 (III\ 30) \quad & + a_1 J_1(m) \left\{ \sin [(\omega_0 + \Omega)t - \varphi_1] - \sin [(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_1] \right\} \\
 & + a_2 J_2(m) \left\{ \sin [(\omega_0 + 2\Omega)t - \varphi_2] - \sin [(\omega_0 - 2\Omega)t + \varphi_2] \right\} \\
 & \quad \quad \quad \text{---} \quad \quad \quad \text{---} \quad \quad \quad \text{---} \quad \quad \quad \text{---} \quad \quad \quad \text{---} \quad \quad \quad \text{---} \quad \quad \quad \text{---}
 \end{aligned}$$

ou encore :

$$\begin{aligned}
 & J_0(m) \sin \omega_0 t \\
 & + 2a_1 J_1(m) \cos \omega_0 t \sin (\Omega t - \varphi_1) \\
 (III.31) \quad & + 2a_2 J_2(m) \sin \omega_0 t \cos (2\Omega t - \varphi_2) \\
 & \quad \quad \quad \text{---} \quad \quad \quad \text{---} \quad \quad \quad \text{---} \quad \quad \quad \text{---} \quad \quad \quad \text{---}
 \end{aligned}$$

Si l'on construit le diagramme de FRESNEL avec $\omega_0 t$ comme origine des phases et en portant les termes pairs sur OX et les impairs sur OY on obtient :

$$(III\ 32) \quad \phi_s = \text{Arc tg} \frac{2 \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n+1} J_{2n+1}(m) \sin [(2n+1)\Omega t - \varphi_{2n+1}]}{J_0(m) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} a_n J_{2n}(m) \cos (2n\Omega t - \varphi_{2n+1})}$$

alors que la phase d'entrée avait pour expression :

$$(III\ 33) \quad \phi_e = \text{Arc tg} \frac{2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(m) \sin (2n+1) \Omega t}{J_0(m) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(m) \cos n 2\Omega t}$$

.../...

d'où il s'en suit que le déphasage introduit par le quadripôle vaut :

$$\varphi(t) = \phi_s - \phi_e \text{ et la distorsion de pulsation qui en résulte}$$

$$\delta_\omega = \frac{d}{dt} \varphi(t) = \frac{d}{dt} (\phi_s - \phi_e)$$

- Application à un filtre passe-bande.

Soit un quadripôle de filtrage à flancs raides ne présentant aucun affaiblissement, ni déphasage à l'intérieur de ses frontières

$$(a_1 = a_2 \dots = a_n = 1 \quad \text{et} \quad \varphi_1 = \varphi_2 \dots \varphi_n = 0)$$

Si l'indice de modulation $m \leq 3$ d'après (III.10) l'onde incidente est pratiquement localisée dans une bande couvrant trois paires de raies ($J_n(m) \neq 0$ pour $n > 3$), d'autre part si la bande passante du filtre, centrée sur ω_0 ; est suffisamment étroite pour opérer la troncature des raies d'ordre 2 et 3 alors la différence de phase introduite vaut :

$$(III \quad 34) \quad \varphi = \phi_s - \phi_e = \frac{2J_0(m) \sin \Omega t}{J_0(m)} - \frac{2 [J_1(m) \sin \Omega t + J_3(m) \sin 3\Omega t]}{J_0(m) + 2J_2(m) \cos 2\Omega t}$$

D'autre part il a été vu qu'une modulation à une paire de raies équivalait à une porteuse modulée en amplitude : En effet si le filtre laisse passer les raies suivantes :

$$E_0 = J_0(m) \sin \omega_0 t \quad (\text{porteuse})$$

$$E_1 = (2J_1(m) \sin \Omega t) \cos \omega_0 t$$

dont l'une est la porteuse non modulée de pulsation ω_0 et l'autre une raie modulée en amplitude par des arceaux sinusoïdaux, de même pulsation ω_0 que la première mais en quadrature avance. Une construction de FRESNEL avec $\cos \omega_0 t$ comme phase origine montre que la résultante $E_0 + E_1$ varie entre les limites suivantes

$$|E_0 + E_1|_{\max} = \sqrt{J_0^2(m) + 4J_1^2(m)}$$

$$|E_0 + E_1|_{\min} = J_0(m)$$

Le taux de modulation résiduelle de cette résultante sera :

$$k = \frac{|E_0 + E_1|_{\max} - |E_0 + E_1|_{\min}}{|E_0 + E_1|_{\max} + |E_0 + E_1|_{\min}} = \frac{J_0(m) \sqrt{1 + \frac{4J_1^2(m)}{J_0^2(m)}} - J_0(m)}{J_0(m) \sqrt{1 + \frac{4J_1^2(m)}{J_0^2(m)}} + J_0(m)}$$

(III 35)

$$k = \frac{\sqrt{1 + \frac{4J_1^2(m)}{J_0^2(m)}} - 1}{\sqrt{1 + \frac{4J_1^2(m)}{J_0^2(m)}} + 1}, \text{ si } m = 0,20$$

$$\frac{J_1(m)}{J_0(m)} \neq 0,10 \quad \text{et} \quad k \neq \frac{J_1^2(m)}{J_0^2(m)}$$

d'où le pourcentage d'ondulation :

$$\frac{|E_0 + E_1|_{\max} - |E_0 + E_1|_{\min}}{|E_0 + E_1|_{\min}} = \frac{2k}{1-k} \approx 2k = \frac{2J_1^2(m)}{J_0^2(m)}$$

alors qu'à l'entrée du réseau l'amplitude était sensiblement constante puisque les E_n ($n = 1, 2$ et 3) qui sont alternativement en quadrature et de fréquences harmoniques de Ω , se compensent à l'ordre près des termes négligés (E_n pour $n > 3$)

Ainsi il apparaît que la troncature d'un spectre par un réseau sélectif introduit une distorsion de phase et dans certains cas ($m \leq 3$) elle engendre de manière concomitante une modulation d'amplitude.

- Application à un circuit anti-résonnant centré sur ω_0 .

Dans ce cas les fonctions de transfert sont les suivantes :

.../...

Affaiblissement $A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + 4Q_0^2 x^2}}$ en module

Phase $B(\omega)$ ou $\varphi(\omega) = - \text{Arc tg } 2Q_0 x$

avec $\left\{ \begin{array}{l} Q_0, \text{ coefficient de surtension du circuit en charge, pour la} \\ \text{pulsation } \omega_0 \\ x = \text{dissonance} = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \approx \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{\delta\omega}{\omega_0} \text{ ou écart relatif} \\ \text{de fréquence} \end{array} \right.$

Si les caractéristiques de modulation (m et $\Omega = 2\pi F$) sont connues l'écart des raies est : $x_n = \frac{n\Omega}{\omega_0}$ d'où les valeurs des a_n et φ_n

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{1 + 4Q_0^2 \frac{n^2 \Omega^2}{\omega_0^2}}} \text{ et } \varphi_n = - \text{Arc tg } 2Q_0 \frac{n\Omega}{\omega_0}$$

expressions que l'on porte dans (III 32) d'où ϕ_s et par là $(\phi_s - \phi_e)$, différence qui traduit la distorsion de phase introduite. La distorsion de pulsation ou de fréquence est obtenue en dérivant cette différence par rapport à t .

Une autre manière d'avoir accès à la distorsion de fréquence est d'introduire la notion de temps de transit du quadripôle, notion dont il a été question dans l'application des lois de BODE et qui sera plus longuement développée au chapitre des distorsions de propagation. Mais donnons tout de même la valeur de ce temps dans le cas de ce C.O puisque $\varphi(\omega)$ est connue.

$$\tau = - \frac{d\varphi}{d\omega} = - \frac{d\varphi}{dx} \cdot \frac{dx}{d\omega} \text{ mais } \frac{d\varphi}{dx} = - \frac{2Q_0}{1 + 4Q_0^2 x^2}$$

$$\text{et } \frac{dx}{d\omega} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\omega} + \frac{\omega_0}{\omega^2} \right] = \frac{1}{2\omega} \left[\frac{\omega}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{\omega} \right] \neq \frac{1}{\omega} \text{ mais dans le}$$

cas de l'approximation $x = \frac{\delta\omega}{\omega_0} \Rightarrow \omega \approx \omega_0$, il vient :

$$\tau(\omega) = \frac{2Q_0}{\omega_0} \times \frac{1}{1 + 4Q_0^2 \frac{x^2}{\omega_0^2}} \quad (\text{symétrie par rapport à } \omega_0)$$

sinon il faut introduire le désaccord relatif :

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{\delta\omega}{\omega_0} = \varepsilon \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} = 1 + \varepsilon \quad \text{et} \quad x \neq \varepsilon \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right)$$

soit finalement :

$$(III\ 37) \quad \tau(\omega) = \frac{2Q_0}{\omega_0} \times \frac{1}{1 + 4Q_0^2 \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^2 + \varepsilon}} \quad (\text{réponse dissymétrique par rapport à } \omega_0.)$$

NOTA Si la bande passante du quadripôle a une forme quelconque non symétrique par rapport à ω_0 , les bandes latérales seront différemment atténuées et dans ce cas seule la méthode rigoureuse exposée ci-dessus permettra d'atteindre le but fixé et cela en opérant numériquement avec les a_n et φ_n obtenus soit par la loi de BODE soit en régime stationnaire. Il en sera de même pour une modulation dont le spectre ne serait pas symétrique.

Enfin pour des modulations paraistes qui seraient récurrentes mais non sinusoïdales il faudrait alors développer directement le signal en série de FOURIER plutôt qu'en série entière et considérer que l'on a affaire à une somme de modulations pures.

Dans le cas général un tel signal s'écrirait en notation complexe :

$$u(t) = U e^{j\omega_0 t} \times e^{jm_1 \sin \Omega_1 t} \times e^{jm_2 \sin \Omega_2 t}$$

ce qui d'après la formule $e^{jz \sin \theta} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(z) e^{jn\theta}$ permet

d'écrire que : $U(t) = U \sum_{n_1, n_2, \dots = -\infty}^{+\infty} J_{n_1}(m_1) J_{n_2}(m_2) \dots e^{jt(\omega_0 + n_1\Omega_1 + n_2\Omega_2)}$

formule qui met en évidence les pulsations :

$$\omega_0 + n_1 \Omega_1 + n_2 \Omega_2 + \dots + n_x \Omega_x$$

et les amplitudes proportionnelles à :

$$J_{n_1}(m_1), J_{n_2}(m_2), \dots$$

Si les fonctions sinusoïdales constituant la modulation ont des pulsations incohérentes, les amplitudes seront égales et le spectre sera symétrique autour de ω_0 . Mais si cette modulation contient deux ou plusieurs fonctions sinusoïdales dont les pulsations ont un rapport simple (par exemple un nombre entier comme dans le cas d'un signal périodique développé en série de FOURIER) il n'en sera pas du tout de même.

Admettons qu'il existe la relation $\Omega_2 = 2\Omega_1$ entre Ω_1 et Ω_2 ; pour la raie $\omega_0 + \Omega_1(n_1 + 2n_2)$ on obtiendra la même fréquence pour les valeurs $(n_1 = 1, n_2 = 3)$ et pour $(n_1 = 3, n_2 = 2)$ ainsi que pour $(n_1 = 5, n_2 = 1)$.

L'amplitude résultante contiendrait le terme :

$$J_1(m_1) J_3(m_2) + J_3(m_1) J_2(m_2) + J_5(m_1) J_1(m_2)$$

alors que pour les valeurs opposées $-n$ la fréquence serait symétrique par rapport à la porteuse mais l'amplitude contiendrait le terme

$$J_1(m_1) J_3(m_2) - J_3(m_1) J_2(m_2) + J_5(m_1) J_1(m_2)$$

qui n'est pas égal au précédent d'où un spectre dissymétrique en amplitude.

III - 4 DISTORSIONS DUES A DES MODULATIONS RESIDUELLES D'AMPLITUDE

Il a été montré qu'une modulation de fréquence à faible indice de modulation ($m \leq 0,28$) ne laissant subsister que deux raies latérales engendrait une modulation d'amplitude ; réciproquement une onde monochromatique, qui, transistant dans une chaîne de modulation, verrait son niveau affecté de fluctuations (jitter d'amplitude) ou de modulations périodiques deviendrait porteuse d'une information parasite, sous la forme d'une modulation de fréquence.

Si une porteuse modulée dont l'expression générale est la suivante

$$y = A(t) \sin \omega_0 t$$

a pour enveloppe d'amplitude une loi telle que

$$A(t) = A_0 (1 + k \sin \Omega t)$$

d'après (III.35)

$$k = \frac{\sqrt{1 + \frac{4J_1^2(m)}{J_0^2(m)} - 1}}{\sqrt{1 + \frac{4J_1^2(m)}{J_0^2(m)} + 1}}$$

ou $\frac{J_1(m)}{J_0(m)} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(1+k)^2}{1-k} - 1}$ connaissant k le

rapport $\frac{J_1(m)}{J_0(m)}$ est déterminé, donc d'après les tables des fonctions

de BESSEL ; m est connu et il sera plus petit que $m_0 = 2,40$ (première racine de $J_0(m)$), car dans l'intervalle $0 \leq m \leq m_0$ ce rapport décrit toute la demi droite $(0, +\infty)$

En première approximation, pour m supposé $\ll 1$ on a :

$$\begin{cases} J_0(m) \approx 1 - \left(\frac{m}{2}\right)^2 \\ J_1(m) \approx \frac{m}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{J_1(m)}{J_0(m)} = \alpha \# \frac{2m}{4 - m^2}$$

soit en ne conservant que la racine positive :

$$m \# \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\alpha^2}}{\alpha}$$

la distorsion de phase sera donc :

$$\varphi = m \sin \Omega t \quad m = f(k)$$

et celle de fréquence

$$\frac{d\varphi}{dt} = m \Omega \cos \Omega t \quad \text{ou} \quad mF \cos \Omega t$$

.../...

Si $A(t)$ est une fonction de modulation quelconque, mais périodique et de surcroît bornée et intégrable, il est alors possible de la décomposer en une série de FOURIER à spectre de raies, limité ou illimité mais dénombrable ; soit la forme suivante :

$$(III \quad 39) \quad A(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\Omega t + B_n \sin n\Omega t$$

ou encore :

$$A(t) = A_0 \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} k_n \cos (n\Omega t + \phi_n) \right]$$

$$\text{avec } k_n = \frac{A_n}{A_0} \quad \text{et} \quad \phi_n = \frac{A_n}{\cos \phi_n} = \frac{B_n}{\sin \phi_n}$$

mais $n\Omega t = (\omega_n - \omega_0)t$ et pour $n = 1$ on a :

$$A(t) = A_0 \sqrt{1 + 2k_1 \cos [(\omega_1 - \omega_0)t + \phi_1] + k_1^2 \cos^2 [(\omega_1 - \omega_0)t + \phi_1]}$$

en négligeant les termes du second ordre ($k_1^2 \ll 1$) le développement de TAYLOR nous donne :

$$A(t) = A_0 \left[1 + k_1 \cos [(\omega_1 - \omega_0)t + \phi_1] \right]$$

et à la phase, elle vaut :

$$\varphi_1 = \omega_0 t + \text{Arc tg} \frac{k_1 \sin [(\omega_1 - \omega_0)t + \phi_1]}{1 + k_1 \cos [(\omega_1 - \omega_0)t + \phi_1]} \approx \omega_0 t + k_1 \sin [(\omega_1 - \omega_0)t + \phi_1]$$

si maintenant on ajoute les termes relatifs à $n = 2, 3 \dots$ etc, on aura :

$$A(t) \approx A_0 \left\{ 1 + k_1 \cos [(\omega_1 - \omega_0)t + \phi_1] + k_2 \cos [(\omega_2 - \omega_0)t + \phi_2] \dots + \right\}$$

et

$$\varphi_n = \omega_0 t + k_1 \sin [(\omega_1 - \omega_0)t + \phi_1] + k_2 \sin [(\omega_2 - \omega_0)t + \phi_2] \dots$$

en dérivant cette expression on obtient la fréquence instantanée du signal HF

.../...

modulé en amplitude.

$$f = \frac{1}{2\pi} \left\{ \omega_0 + (\omega_1 - \omega_0) k_1 \cos [(\omega_1 - \omega_0)t + \phi_1] + (\omega_2 - \omega_0) k_2 [\cos (\omega_2 - \omega_0)t + \phi_2] \right\}$$

ou encore :

$$(III \quad 40) \quad f = f_0 + \sum_{n=1}^{\infty} k_n \Delta f_n \cos (n\Omega t + \phi_n)$$

Si l'enveloppe du signal n'est plus périodique, sa représentation ne peut se faire qu'à l'aide d'un développement en intégrale de FOURIER, dont nous rappellerons le processus pour mémoire.

En considérant Ω comme l'accroissement $\Delta\omega$ de ω , l'expression (39) devient :

$$G(t) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} G(\tau) d\tau + \frac{1}{\pi} \sum_{\omega=\Omega}^{\infty} \Delta\omega \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} G(\tau) [\cos \omega\tau \cos \omega t + \sin \omega\tau \sin \omega t] d\tau$$

Si $T \rightarrow \infty$, $\overline{G(t)} \rightarrow 0$ et si $\Delta\omega \rightarrow d\omega$ il vient :

$$G(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \left\{ \cos \omega t \int_{-\infty}^{+\infty} G(\tau) \cos \omega\tau d\tau + \sin \omega t \int_{-\infty}^{+\infty} G(\tau) \sin \omega\tau d\tau \right\} d\omega$$

expression qui peut se mettre sous la forme :

$$G(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} S(\omega) \cos [\omega t + \phi(\omega)] d\omega$$

en considérant que $G(t)$ n'est plus un spectre de raies, mais un spectre de bande, constitué par une infinité d'oscillations sinusoïdales d'amplitudes.

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\left(\int_{-\infty}^{+\infty} G(\tau) \cos \omega\tau d\tau \right)^2 + \left(\int_{-\infty}^{+\infty} G(\tau) \sin \omega\tau d\tau \right)^2}$$

et de phase :

$$\phi(\omega) = \text{Arc tg} \frac{- \int_{-\infty}^{+\infty} G(\tau) \sin \omega\tau d\tau}{\int_{-\infty}^{+\infty} G(\tau) \cos \omega\tau d\tau}$$

.../...

III - 5 LES MODULATIONS PARASITES ET LEURS DISTORSIONS DANS UN ACCELERATEUR LINEAIRE :

3-5-1 Sources de modulations - Analyse

Dans un accélérateur linéaire les sources hyperfréquences sont généralement des tubes à modulation de vitesse (T.M.V), en particulier les amplificateurs destinés à fournir des niveaux élevés ($10 \text{ kw} \leq P \leq 25 \text{ MW}$) sont essentiellement des klystrons mais pour les faibles niveaux ($W \leq P \leq W$) nécessités par l'ensemble de pilotage on peut rencontrer des triodes UHF ou des T.M.V du genre klystron reflex, tube à propagation d'ondes (T.P.O), klystron oscillateur stabilisé par une cavité extérieure... etc.

Dans ces quadripôles actifs deux types de modulation parasite de fréquence peuvent être générés.

- a) Les modulations de fréquence récurrentes dues à des modulations du faisceau électronique.
- b) Les modulations de fréquence erratiques liées aux phénomènes de bruit.

Dans le premier cas les modulations de faisceau ont des origines diverses telles que :

- Fluctuations d'amplitude et modulations résiduelles des sources HT alimentant les électrodes.
- Distorsion périodique de la distribution du faisceau, au niveau de cathode, par effet secondaire du champ magnétique crée par le courant du chauffage du filament.

Dans le deuxième cas il faut distinguer les différents types de bruit ; à savoir :

- Le bruit des faisceaux électroniques eux-mêmes, où se mêlent les effets du temps de transit, de l'influence électrostatique des électrodes dans la répartition spatiale du faisceau et celle de la charge d'espace.
- Le bruit SCHOTTKY et les effets de scintillation, lesquels apparaissent à la surface de la cathode avec des spectres limités vers les hyperfréquences, mais qui cependant peuvent être transmis par le faisceau, ce der-

nier pouvant être considéré comme un quadripôle transmetteur d'un type particulier.

3-5-2 Causes de distorsions - Analyse

Les modulations décrites ci-avant seront diversement traduites par les différents organes de transmission utilisés autour d'un accélérateur linéaire.

Les distorsions non linéaires du type a apparaîtront chaque fois que le signal original sera déformé par :

- non linéarité de la caractéristique du réflecteur du klystron pilote
- résidu de ronflement, riche en harmoniques, affectant les sources continues HT et BT.
- réponse non-linéaire dans les équipements de démodulation de phase ou de fréquence.

Les distorsions du type b apparaîtront chaque fois que l'onde modulée (ou le signal modulant) transitera à travers un réseau sélectif. Par exemple :

- fenêtre anti-résonnantes d'isolement de vide.
- coupleurs directifs à bande étroite
- transitions de mode à bande étroite $\left\{ \begin{array}{l} \text{Têtes HF des structures} \\ \text{Modes TE} \Leftrightarrow \text{TM} \\ \text{Modes TE} \Leftrightarrow \text{TEM} \end{array} \right.$
- réseaux passifs et actifs d'atténuation et de déphasage à caractéristiques filtrantes (HF ou BF)

Les distorsions du type C apparaîtront lorsque les causes (fluctuation et modulations d'amplitude) situées en aval de système modulant n'aurent pas de cohérence avec ce dernier, quant à celles des types d et e elles interviennent tout le long de la chaîne de transmission, attendu que :

- les lignes de distribution HF sont des guides d'ondes (feeder dispersif à distorsion harmonique négligeable)
- les klystrons utilisés en cascade et en parallèle sont des amplificateurs à temps de transit variable.
- la distribution HF est faite en "arborescence" et non en étoile d'où des désadaptations successives.
- les transformations de mode entraînent des désadaptations et des réflexions multiples.

CHAPITRE IV

DISTORSIONS DE PHASE
DANS
UNE PROPAGATION GUIDÉE.

Ce chapitre traite des distorsions introduites par la propagation guidée d'une onde EM porteuse d'un contenu informationnel ou parasite. Les considérations générales qui en découlent sont ensuite appliquées au cas de la transmission de l'onde accélératrice d'un linéaire à électrons.

4-1 DISTORSIONS DE PROPAGATION - PRINCIPE DE LA PHASE STATIONNAIRE

Considérons un signal haute fréquence servant de support à une modulation quelconque : modulation d'amplitude par impulsion associée à de la modulation de fréquence ou de phase ; le signal complexe, fonction du temps est représentable au moyen de l'intégrale de FOURIER.

$$(IV.1) \quad G(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) \cos \left[\omega t + \phi(\omega) \right] d\omega$$

et si l'énergie se trouve pratiquement localisée dans les raies du spectre comprises entre les frontières ω_1 et ω_2 , l'intégration se trouve limitée à l'intervalle $\{\omega_1, \omega_2\}$

Sous la réserve que $S(\omega)$ varie lentement avec ω il résulte du "Principe de la phase stationnaire" énoncé par Lord KELVIN (6) que l'intégrale ci-dessus est non nulle dans le seul intervalle de pulsation $\Delta\omega$ où la phase est stationnaire. En considérant la phase globale $\left[\omega t + \phi(\omega) \right]$ la relation dite "de phase stationnaire" s'écrit :

$$(IV.2) \quad \frac{d}{d\omega} (\omega t + \phi(\omega)) = t + \frac{d}{d\omega} \phi(\omega) = 0$$

ce qui permet d'obtenir la valeur de t où le signal se trouve "localisé" soit :

$$(IV.3) \quad t = - \frac{d}{d\omega} \phi(\omega)$$

Le temps de propagation d'une onde libre ou guidée traversant un milieu non dispersif se déduit de ce principe ; en effet si lors d'un trajet libre ou à travers un quadripôle de guidage, le signal $G(t)$ subit un déphasage $\phi(\omega)$ sur toute composante sinusoïdale le constituant, le signal de sortie s'écrit :

$$(IV.4) \quad G_s(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) \cos [\omega t + \phi(\omega) + \varphi(\omega)] d\omega$$

quant à la localisation à la sortie, elle est donnée par la relation :

$$(IV.5) \quad \frac{d}{d\omega} [\omega t + \phi(\omega) + \varphi(\omega)] = t + \frac{d}{d\omega} \phi(\omega) + \frac{d}{d\omega} \varphi(\omega) = 0$$

d'où :

$$(IV.6) \quad t = - \frac{d}{d\omega} \phi(\omega) - \frac{d}{d\omega} \varphi(\omega)$$

cette dernière relation nous montre que le signal sortant est en retard par rapport au signal entrant de la quantité : $\tau = - \frac{d}{d\omega} \varphi(\omega)$

appelée temps de propagation de groupe :

a) Si le milieu est non-dispersif toutes les fréquences constituant la bande utile du spectre se propagent avec la même vitesse ($\tau(\omega) = c^{te}$) et il n'en résulte aucune distorsion du signal ; seulement une translation dans le temps. C'est le cas de la propagation d'une onde plane dans un milieu isotrope et celui d'une onde TEM dans une ligne coaxiale. En effet pour une onde progressive de pulsation ω , se propageant dans un milieu isotrope non-dispersif, le champ produit à une distance z de la source origine est de la forme :

$$y = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right) = A \cos \omega \left[t - \frac{z}{v_p} \right]$$

où v_p est la vitesse de propagation de la phase de cette onde monochromatique. Pour un trajet de propagation de longueur l la phase de sortie

.../...

relativement à celle de l'entrée est :

$$(IV. 8) \quad \varphi_s = - \omega \frac{1}{v_p}$$

Il en est de même pour toutes les raies monochromatiques d'un spectre car $v_p(\omega) = c^{te}$ ce qui entraîne que le temps de propagation est lui aussi constant :

$$(IV.9) \quad \tau(\omega) = - \frac{d}{d\omega} \varphi_s = 1/v_p$$

b) Mais si le milieu (ou le réseau de transfert) est dispersif il faut introduire le déphasage $-\frac{\omega x}{v}$ sur chaque composante de $G(t)$ avec

$$v_p = f(\omega)$$

$$G(t) = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} S(\omega) \cos \left[\omega t + \phi(\omega) - \frac{\omega x}{v_p} \right] d\omega$$

or l'origine est toujours localisée, là où la relation

$$\frac{d}{d\omega} \left[\omega t + \phi(\omega) - \frac{\omega x}{v_p} \right] = 0$$

est satisfaite

en particulier pour $t = t_0$ ou $x = 0$ d'où

$$t_0 = - \frac{d}{d\omega} \phi(\omega)$$

et à une époque quelconque t cette localisation est déduite de :

$$t - t_0 - \frac{d}{d\omega} \left(\frac{\omega x}{v_p} \right) = 0 \quad \text{avec} \quad t - t_0 = \tau_g$$

au temps de propagation de groupe; soit pour le trajet l

$$(IV.10) \quad \tau_g = 1 \frac{d}{d\omega} \left(\frac{\omega}{v_p} \right) \quad \text{ou encore les formes suivantes :}$$

$$\tau_g = 1 \left[\frac{v_p - \omega \frac{dv_p}{d\omega}}{v_p^2} \right] = \frac{1}{v_p} \left[1 - \frac{\omega}{v_p} \frac{dv_p}{d\omega} \right] = \tau_p \left[1 - \frac{\omega}{v_p} \frac{dv_p}{d\omega} \right]$$

.../...

où τ_g correspond à la vitesse de groupe V_g

$$V_g = \frac{1}{\tau_g} = \frac{1}{\frac{d}{d\omega} \left(\frac{\omega}{V_\alpha} \right)} = \frac{1}{\frac{d\beta}{d\omega}} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{\omega}{V_\alpha}$$

constante de propagation de la phase dans ce milieu

Les distorsions introduites par les variations du temps de propagation d'un quadripôle dispersif peuvent se calculer à partir de la fréquence instantanée de l'onde de sortie.

À l'entrée on a :

$$(IV.11) \quad \omega_e = \omega_0 + \frac{d}{dt} \Phi(t) = \omega_0 + \delta\omega(t)$$

ou $\delta\omega = (\omega - \omega_0) = \Phi'(t)$ en première approximation à la sortie.

$$(IV.12) \quad \omega_s = \omega_e + \frac{d}{dt} \varphi(\omega) = \omega_e + \frac{d}{d\omega} (\varphi(\omega)) \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

ou $\varphi(\omega)$ est la réponse en phase du quadripôle soumis à un régime "lent :

$$\text{Mais } \frac{d}{d\omega} \varphi(\omega) = -\tau(\omega) \quad \text{et} \quad \frac{d\omega}{dt} = \Phi''(t) \quad \text{où} \quad \Delta\omega_0 = g'(t)$$

en exprimant $\delta\omega(t)$ en terme de modulation de fréquence soit :

$$\omega_s = \omega_0 + \Phi'(t) - \tau(\omega) \Phi''(t) = \omega_0 + \Delta\omega_0 \left[g(t) - \tau(\omega) g'(t) \right]$$

en développant $\tau(\omega)$ en série de Mac-Laurin et Taylor autour de ω_0 et en fonction de la loi de phase on a :

$$(IV.13) \quad \tau(\omega) = \tau(0) + \Phi'(t) \tau'(0) + \frac{1}{2!} (\Phi'(t))^2 \cdot \tau''(0) \dots$$

ou encore en utilisant la loi de fréquence :

$$\tau(\omega) = \tau(0) + \Delta\omega_0 g(t) \tau'(0) + \frac{1}{2!} \left[\Delta\omega_0 g(t) \right]^2 \tau''(0) \dots$$

.../...

finalement la fréquence instantanée s'écrit :

$$(IV.14) \quad \omega_s = \omega_o + \dot{\phi}(t) - \tau(o) \ddot{\phi}(t) - \tau'(o) \dot{\phi}(t) \ddot{\phi}(t) - \frac{1}{2!} \tau''(o) \dot{\phi}^2(t) \ddot{\phi}(t) + \dots$$

ou encore :

$$\omega_s = \omega_o + \Delta\omega_o g(t) - \tau(o) \Delta\omega_o g'(t) - \tau'(o) \Delta\omega_o^2 g(t) g'(t) - \frac{1}{2} \tau''(o) \Delta\omega_o^3 g^2(t) g'(t) + \dots$$

Avec une modulation $\phi(t) = m \sin \Omega t$

l'expression (IV.14) devient :

$$(IV.15) \quad \omega_s = \omega_o + m\Omega \left[\cos \Omega t + \Omega \tau_o \sin \Omega t + \frac{m\Omega^2 \tau'_o}{2} \sin 2\Omega t + \frac{m^2 \Omega^3 \tau''_o}{8} \sin 3\Omega t + \dots \right]$$

Dans l'expression (IV.15) ci-dessus on remarque :

- la porteuse de pulsation ω_o
- la modulation principale $\phi'(t) = m\Omega \cos \Omega t$
- un terme de distorsion linéaire en quadrature de phase
- les termes de distorsions harmoniques d'ordre-supérieur.

Pour ces distorsions harmoniques, on a pour les ordres 2 et 3 les taux suivants :

$$(IV.16) \quad \begin{cases} H_2 = \frac{1}{2} m\Omega^2 \tau'_o \\ H_3 = \frac{1}{8} m^2 \Omega^3 \tau''_o \end{cases}$$

4-2 DISTORSIONS INTRODUITES PAR UN "FEEDER"

4-2-1 "Feeder" dispersif adapté

La propagation guidée d'ondes EM à l'intérieur de tuyaux creux est caractérisée par l'absence d'un mode principal de type transverse électromagnétique et il en résulte une limitation vers les grandes longueurs d'ondes de l'ordre des dimensions mêmes de la section droite du tuyau.

Plus précisément on introduit par cette limitation, l'existence d'une longueur d'onde de coupure λ_c . Ces ondes se propagent avec des vitesses de phase et de groupe qui sont liées par la relation :

$$(IV.17) \quad v_g \cdot v_\phi = v^2$$

où v serait la vitesse des ondes libres dans le milieu intérieur au guide
Si ce milieu est homogène avec $\epsilon = \epsilon_0$ et $\mu = \mu_0$ alors $v = c$ et
l'on a :

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{ck}{\beta} = c / \sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}$$

où ω_c est la pulsation de coupure $= 2\pi f_c = 2\pi c / \lambda_c$

Cette relation montre que v_p dépend de la fréquence, ainsi d'ailleurs que V_g ; comme conséquence (IV.17) : cette dispersion est normale et au voisinage de la coupure où $v_p \rightarrow \infty$ entraîne $V_g \rightarrow 0$ et les solutions d'ondes TE et TM ne se propagent plus.

Nous étudierons comme modèle de feeder dispersif la propagation du mode fondamental TE_{01} dans un guide d'onde rectangulaire. Partant de la longueur d'onde λ_g dans le guide, on obtient :

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} = \frac{v_p}{f}$$

et pour la constante de propagation β

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{(\omega^2 - \omega_c^2)^{1/2}}{c} = \frac{2\pi}{c} (f^2 - f_c^2)^{1/2}$$

nous pouvons exprimer la loi de phase de ce feeder par :

$$\varphi_s = \beta(\omega)l = \frac{1}{c} (\omega^2 - \omega_c^2)^{1/2} = \frac{2\pi l}{c} (f^2 - f_c^2)^{1/2}$$

que nous développons en série de Mac-Laurin autour de ω_0 et en fonction de l'écart de pulsation $\delta\omega$

$$(IV.18) \quad \varphi_s = l \left[\beta(\omega_0) + \beta'(\omega_0) \delta\omega + \frac{1}{2!} \beta''(\omega_0) \delta\omega^2 + \dots \right]$$

Avec

$$\lambda_c = 2b = 0,132 \text{ m} \quad \text{d'où} \quad f_c = \frac{c}{\lambda_c} = 2,271 \text{ Ghz.}$$

et $f_o = 2,998 \text{ Ghz}$

on peut calculer les coefficients de la série (IV.18) en utilisant plus commodément la variable f au lieu de ω et en exprimant φ en degrés plutôt qu'en radians.

On notera $\beta_{(o)}$ pour $\beta_{(\omega_o)}$ et de même pour $\beta'_{(\omega_o)}$, $\beta''_{(\omega_o)}$ etc

$$\begin{aligned}
 \beta_{(o)} &= 1201 (f_o^2 - f_c^2)^{1/2} = 2350,2^\circ/\text{m} \\
 \beta'_{(o)} &= 1201 \frac{d}{df} (f_o^2 - f_c^2)^{1/2} = 1201 \cdot 10^{-9} \frac{f_o}{(f_o^2 - f_c^2)^{1/2}} = 1,8394 \cdot 10^{-6}^\circ/\text{mhz} \\
 \beta''_{(o)} &= 1201 \cdot 10^{-9} \frac{d}{df} \frac{f_o}{(f_o^2 - f_c^2)^{1/2}} = -1201 \cdot 10^{-9} \frac{f_c^2}{(f_o^2 - f_c^2)^{3/2}} = -0,82610^{-15}^\circ/\text{mhz}^2 \\
 \beta'''_{(o)} &= -1201 \cdot 10^{-9} \frac{d}{df} \frac{f_c^2}{(f_o^2 - f_c^2)^{1/2}} = 1201 \cdot 10^{-9} \frac{3f_c^2 f_o}{(f_o^2 - f_c^2)^{5/2}} = 1,9396 \cdot 10^{-24}^\circ/\text{mhz}^3
 \end{aligned}$$

Ces coefficients, qui sont ceux du guide CNET λ_7 utilisé sur le linéaire d'ORSAY, montrent que pour un spectre étroit autour de la porteuse, seule la distorsion linéaire est en cause, les termes de distorsion harmonique n'apparaissant que pour les raies latérales éloignées (voir les graphiques N°1 et 2) Attendu que le temps de propagation de groupe τ_g est lié à β par

$$\tau_g = \frac{\ell}{c} \frac{\omega}{(\omega^2 - \omega_c^2)^{1/2}} = \ell \frac{d\beta}{d\omega}$$

on pouvait exprimer la loi de phase φ_s à partir d'un développement de $\tau(\omega)$ ainsi que nous l'avons montré au chapitre précédent

$$\tau_{(o)} = \ell \beta'_{(o)}, \quad \tau_{(o)} = \ell \beta''_{(o)} \dots \text{etc}$$

Mais cette manière de faire est plus adaptée pour traiter de la modulation de fréquence.

4-2-2 "FEEDER NON DISPERSIF DESADAPTE"

Considérons un feeder de transmission, non dispersif, dont l'adaptation aux extrémités n'est pas parfaitement réalisée, mais les coefficients de réflexion sont cependant suffisamment petits pour que l'on ait à ne considérer que deux trajets dus aux extrémités diffractantes

Soient les paramètres suivants :

l = longueur du feeder

$\tau = \frac{1}{v}$ = temps de propagation en onde progressive

$v = v_p = v_g$ vitesse de l'onde

α = coefficient linéique d'affaiblissement en dB/m

$\rho_1 = |\rho_1| e^{j\psi_1}$

$\rho_2 = |\rho_2| e^{j\psi_2}$ coefficients de réflexion des extrémités.

ω_0 = pulsation de la porteuse modulée

$\phi(t)$ = terme de modulation de phase.

Si l'onde à l'entrée du feeder est de la forme $\cos[\omega_0 t + \phi(t)]$ l'onde résultante sur la charge réceptrice sera la somme vectorielle de deux ondes :

- l'onde directe O_d atteignant la charge après un temps τ et qui s'écrit :

$$(IV\ 20) \quad O_d = \cos [\omega_0 (t-\tau) + \phi(t-\tau)]$$

et sa phase relative à une origine fixe :

$$\eta = \omega_0 (t-\tau) + \phi(t-\tau)$$

- l'onde réfléchie O_r , qui ayant effectué deux trajets se voit affaiblie de la quantité $|\rho_1| \cdot |\rho_2| e^{-2\alpha l}$ et que nous écrivons :

$$O_r = |\rho_1| |\rho_2| e^{-2\alpha l} \cos [\omega_0 (t-3\tau) + \phi(t-3\tau) + \psi_1 + \psi_2]$$

ou encore :

$$O_r = \rho \cos \left[\omega_0 (t-\tau) + \Phi(t-\tau) + \psi \right]$$

en posant

$$\rho = |\rho_1| \cdot |\rho_2| e^{-2\alpha l} \quad \text{et} \quad \psi = 2\omega_0 \tau - \psi_1 - \psi_2$$

ainsi la phase de O_r relativement à O_d s'écrit :

$$\theta = \Phi(t-\tau) - \Phi(t-3\tau) + \psi$$

quant à celle de la résultante relativement à O_d elle vaut :

$$\xi = \text{Arc tg} \frac{\rho \sin \theta}{1 + \rho \cos \theta}$$

mais avec l'hypothèse que ρ est petit devant 1 ($\rho \ll 1$)

$$(IV 21) \quad \xi \approx \rho \sin \theta = \rho \sin [\Phi(t-\tau) - \Phi(t-3\tau) + \psi]$$

et sa phase par rapport à l'origine fixe est :

$$\Phi_s = \eta + \xi = \omega_0 (t-\tau) - \Phi(t-\tau) + \rho \sin [\Phi(t-\tau) - \Phi(t-3\tau) + \psi]$$

La fréquence cyclique instantanée de cette onde résultante sera :

$$(IV 22) \quad \omega_s = \frac{d\Phi_s}{dt} = \omega_0 + \Phi'(t-\tau) + \rho [\Phi'(t-\tau) - \Phi'(t-3\tau)] \cos [\Phi(t-\tau) - \Phi(t-3\tau) + \psi]$$

alors que celle d'entrée était $\omega_e = \omega_0 + \Phi'(t)$

Dans la relation (IV 22) nous remarquons trois termes :

- le premier qui n'est autre que la pulsation ω_0 de la porteuse
- le second $\Phi'(t-\tau)$ qui a trait à la modulation de fréquence, retardée du temps $\tau = l/v$
- le troisième qui n'est autre que le terme de distorsion de fréquence introduite par l'écho.

Notons qu'aucune hypothèse n'a été faite quant à la "lenteur" du régime c'est dire que ces résultats sont valables quelle que soit la rapidité de la modulation.

Cette distorsion est de même nature que celle subie par une onde modulée en fréquence qui transite dans un quadripôle dont le temps de transit est une fonction sinusoïdale de la fréquence (amplificateur à T.M.V.). En effet en l'absence de modulation, l'onde arrivant sur la charge aurait la forme :

$$\cos [\omega_0 (t-\tau) + \rho \sin \psi]$$

et le déphasage introduit par le feeder désadapté serait :

$$(IV\ 23) \quad \varphi_s = -\omega_0 \tau + \rho \sin \psi = -\omega_0 \tau + \rho \sin [2\omega_0 \tau - \psi_1 - \psi_2]$$

or d'après la relation (IV.9) le temps de propagation ou de transit a pour valeur :

$$\tau(\omega) = -\frac{d\varphi}{d\omega} = \tau - 2\rho\tau \cos [2\omega\tau - \psi_1 - \psi_2] = \tau - \delta\tau \cos [2\omega\tau - \psi]$$

avec $\begin{cases} \delta\tau = 2\rho\tau = \text{amplitude de la modulation de } \tau \\ \psi = \psi_1 + \psi_2 = \text{déphasage global dû aux extrémités diffractantes.} \end{cases}$

Pour appliquer ces résultats au cas le plus simple d'une modulation à fréquence pure de la forme $\Phi(t) = m \sin \Omega t$, prenons l'origine des temps sur la charge, afin de simplifier la relation (IV 22) qui devient :

$$\omega = \omega_0 + \Phi'(t) + \rho [\Phi(t) - \Phi'(t-2\tau)] \cos [\Phi(t) - \Phi(t-2\tau) + \psi]$$

ou encore en explicitant $\Phi(t)$ et $\Phi'(t)$

$$\omega = \omega_0 + m\Omega \cos \Omega t + \rho m \Omega [\cos \Omega t - \cos \Omega(t-2\tau)] \cos [m \sin \Omega t - m \sin \Omega(t-2\tau) + \psi]$$

après développement

$$(IV\ 24) \quad \omega = \omega_0 + m \Omega \cos \Omega t - 2\rho m \Omega [\Omega \sin \Omega \tau \sin \Omega(t-\tau) \cos [2\tau \sin \Omega \tau \cos \Omega(t-\tau) + \psi]]$$

posons $a = 2m \sin \Omega \tau$ et $t' = t - \tau$ alors le troisième terme de (IV 24) s'écrit :

$$X = \rho a \Omega \sin \Omega t' \cos [a \cos \Omega t' + \psi]$$

$$X = \rho a \Omega [\cos (a \cos \Omega t') \cos \psi - \sin \psi \cdot \sin (a \cos \Omega t')] \sin \Omega t'$$

et comme :

$$\cos (a \cos \Omega t') = J_0(a) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(a) \cos 2n\Omega t' \quad \text{et}$$

$$\sin (a \cos \Omega t') = 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(a) \cos (2n+1) \Omega t'$$

en tenant compte de la relation de récurrence des fonctions de BESSEL

$$J_{n-1}(a) + J_{n+1}(a) = \frac{2n}{a} J_n(a)$$

l'expression de X devient :

$$X = 2\rho\Omega \sum_{n=1}^{\infty} n J_n(a) \sin \left(\psi + \frac{n\pi}{2} \right) \sin n\Omega t'$$

et finalement la fréquence instantanée s'écrit :

$$(IV\ 25) \quad \omega = \omega_0 + m\Omega \cos \Omega t - 3\rho\Omega \sum_{n=1}^{\infty} n J_n(2m \sin \Omega \tau) \cdot \sin \left(\psi + \frac{n\pi}{2} \right) \cdot \sin n\Omega (t-\tau)$$

Mais le terme X n'étant autre que celui de la distorsion de fréquence introduite ; analysons le en taux de distorsion harmonique, relativement à l'amplitude $m\Omega$ de la modulation.

Soient les taux suivants :

En régime rapide	En régime lent
$H_1 = \frac{2\rho}{m} J_1(2m \sin \Omega \tau) \cos \psi$	$2\rho\Omega \tau \cos \psi$
$H_2 = \frac{4\rho}{m} J_2(2m \sin \Omega \tau) \sin \psi$	$2\rho\Omega \tau (m\Omega \tau) \sin \psi$
$H_3 = \frac{6\rho}{m} J_3(2m \sin \Omega \tau) \cos \psi$	$\rho\Omega \tau (m\Omega \tau)^2 \cos \psi$
$H_n = \frac{2n\rho}{m} J_n(2m \sin \Omega \tau) \sin \left(\psi + \frac{n\pi}{2} \right)$	$\frac{2\rho\Omega \tau}{(n-1)!} (m\Omega \tau)^2 \sin \left(\psi + n \frac{\pi}{2} \right)$

.../...

En admettant qu'en régime "lent" on ait $2m \Omega \tau \ll 1$ ce qui permet de développer les fonctions de BESSEL en série entière en ne gardant que le premier terme tel que $J_n(a) = a^n / 2^n n!$. D'autre part comme ces fonctions sont périodiques en prenant les maxima des J_n on obtient les valeurs majorantes des taux par exemple :

$$H_2 < \frac{2\rho}{m} \quad \text{et} \quad H_3 < 2,6 \frac{\rho}{m}$$

On remarquera que les J_n étant liés à $\tau = \frac{1}{v}$ donc à la longueur du feeder, leurs zéros seront répartis le long de ce dernier, de plus le coefficient $k = 2\rho\Omega\tau$ qui intervient dans tous les taux ne dépend nullement de la pulsation de la porteuse mais uniquement du retard de propagation et du coefficient ρ lié aux coefficients de réflexion et à l'affaiblissement.

Si le feeder est dispersif (guide d'ondes) on a $v_p \neq v_g$ et le temps de propagation intervenant est le temps de groupe $\tau_g = 1/v_g$ et ainsi à l'effet de désadaptation de la ligne se superpose l'effet du à la courbure de la caractéristique du temps de propagation $\tau_g = f(\omega)$ qu'il faut développer en série de MAC LAURIN autour de la valeur ω_0 de la porteuse ainsi qu'il a été montré dans le cas d'un feeder dispersif adapté.

Si l'hypothèse $\rho_1, \rho_2 \ll 1$ n'est pas satisfaite il faut alors faire intervenir des trajets multiples et le problème en sort singulièrement compliqué. En effet le processus de calcul pourrait être le suivant :

Avec un coefficient de transmission $t = a e^{j\psi}$ où a est l'affaiblissement $e^{-\alpha l}$ du tronçon l et $r = \rho e^{j\psi}$ l'expression générale du coefficient de réflexion; la somme des ondes "aller" arrivant sur la charge aurait pour expression :

$$\text{ondes directes} = t + t^3 r_1 r_2 + t^5 r_1^2 r_2^2 \dots t^{2n+1} r_1^n r_2^n$$

progression géométrique de raison $t^2 r_1 r_2$ dont la somme a pour valeur :

$$\sum O_d = \frac{t}{1 - t^2 r_1 r_2} \quad \text{car} \quad t^2 r_1 r_2 \ll 1$$

en retranchant de cette somme celle relative aux ondes réfléchies par la charge on obtient l'onde transmise au delà de celle-ci.

$$O_t = \sum O_d \cdot (1 - \rho e^{j\psi}) = \frac{t}{1 - t^2 r_1 r_2} (1 - r_2)$$

Ceci pouvant s'appliquer à un obstacle en amont d'une charge parfaite.

A cette onde transmise on appliquerait la même méthode que précédemment en dérivant son déphasage par rapport à t .

4-3 APPLICATIONS AUX ONDES GUIDÉES D'UN ACCELERATEUR LINEAIRE

4-3-1 Distribution d'énergie HF aux klystrons amplificateurs

Dans un accélérateur linéaire à électrons, la vitesse ultra-relativiste ($v_e \approx c$) est pratiquement atteinte dès la sortie du rassembleur, d'autre part, après ce dernier et pour une fréquence particulière f_0 la vitesse de phase de l'onde accélératrice est constante et égale à C , d'où la condition de synchronisme onde-faisceau qui est essentielle dans un accélérateur. Mais la production d'une telle onde est subordonnée à la fourniture par des klystrons amplificateurs, d'une énergie hyperfréquence régulièrement distribuée le long du guide accélérateur. Or ces klystrons sont eux-mêmes alimentés en énergie HF par des "feeder" de distribution, constitués en un réseau, dont il importe de préciser les caractéristiques minimales, requises pour satisfaire aux exigences d'une transmission correcte de l'information. Lesquelles supposent.

- Une distribution adéquate de la phase, afin de conserver la condition de synchronisme, au niveau des têtes HF d'entrée des sections accélératrices.
- Une distorsion minimale des informations parasites irréductibles qui sont générées en amont ou le long de la chaîne de transmission.

En considérant le plan de sortie du rassembleur comme l'origine du faisceau et en prenant comme origine du temps l'instant où le champ accélérateur est maximal dans ce plan, on appellera "phase du faisceau" à l'origine, la phase de l'onde synchrone "vue" par l'électron central d'un paquet qui transite au travers de ce plan.

Si nous notons ϕ_0 la phase du faisceau en 0 et ω_0 la pulsation de synchronisme nous exprimerons la phase de ce dernier en un point courant z tel que $\frac{z}{C} = 1$, vaut :

$$\phi(z) = \phi_0 - \frac{\omega_0 z}{C}$$

Si l'onde d'alimentation qui est distribuée au point z, après avoir effectué un trajet dont la longueur est l' , avait au départ une phase :

$$\psi_0 = \phi_0 + c^{te}$$

sa phase au point z sera :

$$\psi(z) = \psi_0 - \beta l'$$

où β est la constante de propagation de la phase dans le ou les feeder considérés.

La différence de phase

$$\varphi = \psi(z) - \phi(z) = \frac{\omega l}{c} - \beta l' + c^{te}$$

qui doit être rendue nulle pour tout ω autour de ω_0 , afin de satisfaire au régime synchrone, va nous fournir la condition nécessaire et suffisante pour que la ligne n'introduise pas de distorsion de phase lorsque $\omega \neq \omega_0$.

Mais pour cela il faut connaître la variation de $\beta(\omega)$ autour de ω_0 , en considérant que la phase du faisceau au point z, évolue comme celle de l'onde de synchrone en milieu non dispersif. De cette façon nous pouvons juger la chaîne de transmission indépendamment des effets produits sur le faisceau par la vitesse de phase dispersive du guide accélérateur.

Dérivons $\varphi(\omega)$ par rapport à ω il vient :

$$\frac{d\varphi}{d\omega} = \left[\frac{1}{c} - \frac{d\beta}{d\omega} l' \right] = \frac{1}{c} - \frac{1}{v_g}$$

où v_g est la vitesse de groupe dans le feeder.

La condition de synchronisme exige que $\varphi(\omega) \equiv 0$ ce qui entraîne que l'on doit avoir $\frac{d\varphi}{d\omega} \equiv 0 \iff l v_g = l' c$ pour tout ω , donc

une fois que l et l' sont fixées, $v_g = v_{g0} = c^{te}$.

Mais v_g est nécessairement majoré par c et d'autre part comme le trajet du faisceau est rectiligne et que celui de l'onde d'alimentation bien que parallèle emprunte les dérivations où interviennent les temps de transit des klystrons, l' est strictement minoré par l . Donc la solution de

$$\frac{d\varphi}{d\omega} \equiv 0 \iff \begin{cases} v_g = c \\ l' = l \end{cases}$$

.../...

ne peut être qu'approchée car si la première égalité $v_g = c$ peut être réalisée avec une bonne approximation par une distribution guidée en onde T.E.M avec une ligne coaxiale à air ($\bar{v}_\phi = v_g = c$), la seconde ne pouvant être, au mieux, approchée de λ , que de la quantité $c\tau$, où τ est le temps de transit du klystron.

Cependant cette solution assez satisfaisante ne pourra être retenue pour l'extension de l'accélérateur linéaire d'ORSAY en raison des objections suivantes :

- 1) Raccord avec la distribution existante de l'ancienne machine laquelle se fait en guide d'onde rectangulaire CNET λ_g
- 2) Nécessité d'utiliser une distribution en ébole car la puissance crête que peut véhiculer une ligne coaxiale reste limitée à quelques dizaines de kW
- 3) Utilisation d'un grand nombre de transformateur de mode, car les fonctions atténuation et phase ne peuvent être effectuées que par des éléments sur guide.
- 4) Coût très élevé

Reste donc la solution d'une distribution par guide, dont il convient maintenant d'analyser les contre-performances, voire les effets nuisibles qu'elle peut introduire sur la condition du régime synchrone. Nous utiliserons pour cela les résultats généraux acquis dans les chapitres précédents. Si une onde est perturbée (modulée) en amplitude ou en fréquence et qu'on vise en représenter les caractéristiques le long du trajet on verrait la perturbation se déplacer à la vitesse de groupe. Au contraire, une oscillation monochromatique (absence de modulation) serait "vue" s'écouler avec la vitesse de phase. Ainsi il conviendra de distinguer deux cas, à savoir :

- Les variations très lentes de ω ; variations de type "dérive" qui peuvent être rattrapées manuellement ou automatiquement, mais où l'on peut considérer que l'on est en régime quasi-stationnaire d'ondes entretenues donc tributaire de la vitesse de phase.
- Les variations rapides, du type modulations ou fluctuations ; qui ne peuvent être réduites et où il est nécessaire de faire intervenir la vitesse de groupe V_{g0} pour la valeur moyenne ω_0 et même son développement limité si la bande de fréquence occupée par la perturbation est telle que V_g ne peut plus être considéré comme constante et égale à V_{g0} .

Nous avons vu que la phase à la sortie d'un guide d'onde de longueur l' est :

$$\varphi_s = -\frac{l'}{c} (\omega^2 - \omega_c^2)^{1/2} = -\beta_{(\omega)} l' \quad \text{et si dans}$$

(IV 27) la constante est faite égale à $-2k\pi$ ou $0 \leq k \leq 1$

La condition de synchronisme à $\omega = \omega_0$ s'écrit :

$$(IV 29) \quad \left[\omega_0 \frac{1}{c} - \frac{l'}{c} (\omega_0^2 - \omega_c^2)^{1/2} - 2k\pi \right] = \left[\frac{\omega_0 l}{c} - \beta_{(0)} l' - 2k\pi \right] = 0$$

Condition qui peut toujours être satisfaite puisque l'on peut faire varier k (en l'occurrence le quadripôle déphaseur de longueur négligeable).

Supposons maintenant que la pulsation ait dérivé d'une quantité $\delta\omega$ et que le régime de ω soit ensuite redevenu stationnaire, alors on devrait avoir.

$$(IV 30) \quad \left[(\omega_0 + \delta\omega) \frac{1}{c} - l' \left(\beta_{(0)} + \beta'_{(0)} \delta\omega + \beta_{(0)} \frac{\delta\omega^2}{2!} \dots \right) - 2k\pi \right] = 0$$

alors que compte tenu de (IV 29) on a :

$$(IV 31) \quad \delta\varphi = \left[\frac{1}{c} - l' \left(\beta_{(0)} + \beta''_{(0)} \frac{\delta\omega}{2!} \dots \right) \right] \delta\omega$$

expression qui ne sera rendue nulle que si l'on modifie k primitivement fixé par (IV 29) ; c'est-à-dire qu'il faut agir sur le quadripôle déphaseur.

Calculons la distribution des écarts de phase $\delta\varphi_n$ résultant de la variation $\delta\omega$ et de la distribution des sources le long de l'axe. On appellera l_0 la longueur de la maille du faisceau et l celle de la dérivation (klystron compris). La représentation graphique de cette distribution HF quelque peu idéalisée nous est donnée par la figure n° 1.

Exprimons les k_n pour $\omega = \omega_0$

.../...

$$k_1 = -\frac{1}{2\pi} \beta(0)$$

$$k_2 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\omega_0 l_0}{c} - (l_0 + 1) \beta(0) \right]$$

$$k_n = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\omega_0 l_0}{c} (n-1) - [(n-1) l_0 + 1] \beta(0) \right]$$

et les écarts de phase pour $\omega \neq \omega_0$

$$(IV\ 32) \quad \begin{aligned} \delta\varphi_1 &= -1 \left(\beta'(0) + \beta''(0) \frac{\delta\omega}{2!} \dots \right) \delta\omega \\ \delta\varphi_n &= \left[(n-1) \frac{l_0}{c} - [(n-1) l_0 + 1] \beta'(0) + \beta''(0) \frac{\delta\omega}{2!} \dots \right] \delta\omega \end{aligned}$$

Notons que ces $\delta\varphi_n$ n'existent que lorsque le régime transitoire est terminé c'est-à-dire après un temps

$$\tau_g(n) = \frac{(n-1) l_0 + 1}{v_{g_0}} = 1,53 \frac{(n-1) l_0 + 1}{c} \approx 1,53 \tau_f(n)$$

car dans le guide à $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \cdot 2,998 \cdot 10^9 \text{ rad/sec}$ on a :

$$v_{g_0} = \frac{1}{1,53} c \quad \text{c'est-à-dire que pour } (n-1) l_0 \neq 300 \text{ m le}$$

temps de transit du faisceau $\tau_f \neq 1 \mu\text{sec}$ et $\tau_g = 1,53 \mu\text{sec}$.

Les écarts ci-dessus seront réduits par une action manuelle ou automatique sur les k_n si toutefois la variation $\delta\omega$ est plus lente que celle de l'asservissement.

Si maintenant on considère non plus une dérive mais une modulation de phase de forme sinusoïdale telle que

$$\phi(t) = m \sin \Omega t \quad \longleftrightarrow \quad \delta\omega = m \Omega \cos \Omega t$$

avec $\Omega = 2\pi F$ et $m = \phi_{\max} = \frac{\Delta\phi}{F}$ et cela autour de ω_0

Avec les restrictions suivantes :

1°) La période $\frac{1}{F}$ de la modulation est plus petite que le temps de réponse du système de rattrapage sur les k_n .

2°) La période $\frac{1}{F}$ est beaucoup plus grande que le plus grand temps de transit $\tau_g(n)$ rencontré sur le feeder. Alors on aura :

$$(IV\ 33) \quad \delta\varphi_n = \left[(n-1) \frac{l_0}{c} - ((n-1) l_0 + 1) \cdot \left(\beta'(0) + \beta''(0) \frac{m\Omega \cos \Omega t}{2!} \right) \right] m\Omega \cos \Omega t$$

.../...

Si la deuxième condition n'était qu'imparfaitement remplie on aurait une modulation retardée :

$$m \Omega \cos \Omega (t - \tau_g(n))$$

avec l'approximation $\tau_{g(\omega)} = \tau_{g0} = \beta'(0)$ et sous la réserve que la condition

$$\Omega \tau_g \ll 1$$

soit satisfaite.

Examinons maintenant la distorsion de phase due à des réflexions à double trajet sur la ligne principale et ses dérivations. Au paragraphe 2-2-2 nous avons vu que sur un feeder non dispersif un tel défaut conduisait à un déphasage.

$$\varphi_s = - \omega \tau + \rho \sin [2\omega \tau - \psi_1 - \psi_2]$$

Le terme en sinus exprimant un arc en radians (voir l'approximation justifiée de la tangente à l'arc dans la relation (IV 21)) quant à $\tau = \frac{1}{v}$ c'est le temps de propagation de phase ou de groupe puisque $v = v_p = v_g$

Mais notre guide est dispersif, donc le temps de propagation à considérer est le temps de groupe, dont la valeur de ω_0 a pour expression.

$$\tau_g = 1' \frac{d\beta}{d\omega} = 1' \left[\beta'(0) + \beta''(0) \omega + \beta'''(0) \frac{\delta \omega^2}{2!} \right] = \tau(0) + \tau'(0) \delta \omega + \tau''(0) \frac{\delta \omega^2}{2!}$$

ainsi pour $\omega = \omega_0$ et à la distance l' on aura la phase de sortie :

$$\psi = \psi_0 - \omega_0 l' \beta'(0) + \rho \sin [2\omega_0 l' \beta'(0) - \psi_1 - \psi_2]$$

En posant $2\psi = \psi_1 + \psi_2$ et en admettant que le régime de réflexion est le même dans la ligne principale que dans les dérivations, alors la condition du régime synchrone s'écrit :

$$(IV 34) \quad \varphi(0) = \omega_0 \left[\frac{1}{c} - 1' \beta'(0) \right] + \rho \sin 2 \left[\omega_0 l' \beta'(0) - \psi \right] - 2k\pi = 0$$

Si l'on compare cette relation à celle obtenue avec une propagation en onde progressive (IV 27) on voit qu'elles ne sont pas réductibles l'une à l'autre en rendant nul le seul coefficient $|\rho| = |\rho_1| \cdot |\rho_2| e^{-2\alpha l}$ lié aux réflexions et à l'atténuation, mais ceci tient au fait qu'en régime

.../...

avec réflexions nous avons introduit le temps de groupe.

$\tau_g = \frac{1'}{v_g} = \frac{1'}{\omega_0} \beta'(0)$ en lieu et place du temps de propagation de la phase en régime établi.

$\tau_p = \frac{1'}{v_p} = \frac{1'}{\omega_0} \beta(0)$ ainsi le passage de (IV.34))

à (IV 29) demande que :

$$\begin{cases} 2\psi = \psi_1 + \psi_2 = 0 \\ \rho = |\rho_1| + |\rho_2| e^{-2\alpha l} = 0 \\ \tau_g \rightarrow \tau_p \quad \text{où} \quad \omega_0 \frac{1'}{\beta'(0)} \rightarrow \frac{1'}{\beta(0)} \end{cases}$$

si $\omega = \omega_0 + \delta\omega$ il vient :

$$\varphi = (\omega_0 + \delta\omega) \left[\frac{1}{c} - \frac{1'}{\omega_0} \left(\beta'(0) + \beta''(0)\delta\omega + \beta(0) \frac{\delta\omega^2}{2!} \right) \right] - 2k\pi \\ + \rho \sin 2 \left[(\omega_0 + \delta\omega) \frac{1'}{\beta'(0)} \left(\beta'(0) + \beta''(0)\delta\omega + \beta(0) \frac{\delta\omega^2}{2!} \right) - \psi \right]$$

ou en se limitant aux seuls termes prépondérants et en faisant l'approximation

$(\omega_0 + \delta\omega) \frac{1'}{\beta'(0)} \left(\beta''(0)\delta\omega + \beta(0) \frac{\delta\omega^2}{2!} \right) \approx \omega_0 \frac{1'}{\beta'(0)} \left(\beta''(0)\delta\omega + \beta(0) \frac{\delta\omega^2}{2!} \right)$
il vient :

$$(IV 35) \quad \varphi = \omega_0 \left[\frac{1}{c} - \frac{1'}{\omega_0} \beta'(0) \right] - \omega_0 \frac{1'}{\beta'(0)} \left[\beta''(0)\delta\omega + \beta(0) \frac{\delta\omega^2}{2!} \dots \right] \\ + \left[\frac{1}{c} - \frac{1'}{\omega_0} \left(\beta'(0) + \beta''(0)\delta\omega \dots \right) \right] \delta\omega \\ + \rho \sin 2 \left[(\omega_0 \frac{1'}{\beta'(0)} - \psi) + \frac{1'}{\beta'(0)} \left(\beta'(0) + \omega_0 \beta''(0) \right) \delta\omega \right] - 2k\pi$$

Posons $a = \omega_0 \frac{1'}{\beta'(0)} - \psi$ et $b = \frac{1'}{\beta'(0)} \left(\beta'(0) + \omega_0 \beta''(0) \right) \delta\omega$

d'où $\sin 2(a+b) = 2 \sin(a+b) \cos(a+b) = 2 \sin(a+b) \cos(a-b) = 4 \sin(a+b) \sin a \sin b$.

d'où l'expression du terme sinusoïdal de (75)

$$\rho \sin 2 \left(\omega_0 \frac{1'}{\beta'(0)} - \psi \right) + \rho \sin 2 \frac{1'}{\beta'(0)} \left(\beta'(0) + \omega_0 \beta''(0) \right) \delta\omega$$

$$- 4\rho \sin \left[\left(\omega_0 \frac{1'}{\beta'(0)} - \psi \right) + \frac{1'}{\beta'(0)} \left(\beta'(0) + \omega_0 \beta''(0) \right) \delta\omega \right] \sin \left(\omega_0 \frac{1'}{\beta'(0)} - \psi \right) \sin \frac{1'}{\beta'(0)} \left(\beta''(0) + \omega_0 \beta'''(0) \right) \delta\omega \\ \dots / \dots$$

mais si $\beta'_{(0)} \approx \omega_0 \beta''_{(0)}$ on a $\omega_0 \beta'_{(0)} \gg \beta'_{(0)} \delta\omega$ d'où la valeur du dernier terme.

$$-4\rho \sin^2(\omega_0 l' \beta'_{(0)} - \psi) \sin l'(\beta'_{(0)} + \omega_0 \beta''_{(0)}) \delta\omega$$

Soit finalement pour $\varphi_{(\omega)}$ en tenant compte de la condition de régime synchrone.

$$\begin{aligned} \text{(IV 36)} \quad \varphi_{(\omega)} = & \omega_0 \left[\frac{1}{c} - l' \beta'_{(0)} \right] + \rho \sin 2 \left[\omega_0 l' \beta'_{(0)} - \psi \right] - 2k\pi \\ & - \omega_0 \left[\beta''_{(0)} \delta\omega + \beta'''_{(0)} \frac{\delta\omega^2}{2!} \right] \cdot l' \\ & + \left[\frac{1}{c} - l' (\beta'_{(0)} + \beta''_{(0)} \delta\omega) \right] \delta\omega \\ & + \rho \sin \left[2l' (\beta'_{(0)} + \beta''_{(0)} \delta\omega) \cdot \delta\omega \right] \\ & - 4\rho \sin^2(\omega_0 l' \beta'_{(0)} - \psi) \cdot \sin \left[l' (\beta'_{(0)} + \omega_0 \beta''_{(0)}) \cdot \delta\omega \right] \end{aligned}$$

Expression groupant cinq termes différents, dont les origines sont les suivantes.

1°) Condition de synchronisme à $\omega = \omega_0$

2°) Distorsions d'ordres 1 et 2 apparaissant lorsque la propagation se fait avec un temps de groupe dispersif.

3°) Distorsions d'ordres 1 et 2 apparaissant lorsque la constante de propagation de la phase est dispersive (relation IV 31 du feeder adapté).

4°) Distorsion sinusoïdale liée aux réflexions et dont la période est fonction de la distance à l'origine et de la dérive de fréquence.

5°) Distorsion liée aux réflexions et dont l'amplitude qui varie en $\sin^2 \beta'_{(0)} l' \omega_0$ le long de l'axe est modulée sinusoïdalement par la dérive de fréquence $\delta\omega$.

Ces différents types de distorsions nous sont montrés par les graphiques nos 3-4-5-6-7.

4-3-2 Ondes guidées dans les structures accélératrices

Pour étudier la distorsion de phase dans une structure accélératrice nous considérerons celle-ci sous le seul aspect d'une ligne de transmission propageant une onde en interaction avec un faisceau, mais sans faire intervenir les problèmes, de rendement, de phase optimum et de charge de faisceau.

.../...

Dans la première partie de cet exposé nous avons vu qu'une structure ondes lentes, destinée à l'accélération de particules légères (électrons ou positrons) présentait une caractéristique de dispersion, qui en première approximation était assimilable à une sinusoïde. (Diagramme de BRILLOUIN) graphiques n°s 9 et 10 d'où une certaine connaissance de la loi d'évolution de la phase autour du point

Au point d'abscisse Z , l'écart de phase entre l'onde synchrone au faisceau et l'onde accélératrice est :

$$(IV\ 37) \quad \delta p(z, \omega) = \delta(0) + \omega \left[\frac{z}{c} - \int_0^z \frac{dz}{V_p} \right]$$

ou $\delta(0)$ est la différence de phase à l'entrée de la section en $z = 0$, laquelle est ici considérée comme une constante alors que dans le paragraphe précédent nous avons vu comment elle pouvait varier lorsque l'on s'écartait de la condition dite de régime synchrone ou pour $\omega = \omega_0$ on avait $\delta(0) = 0$

Pour une valeur déterminée ω_s de ω la structure propage une onde dont la vitesse de phase est égale à c ce qui d'après (IV 37) nous conduit à :

$$\delta p(z, \omega_s) = \delta(0) = c^{te}$$

constante qui est nulle dans le cas où la structure est correctement réglée en fréquence, c'est-à-dire si ω_s coïncide avec ω_0 , pulsation de régime synchrone à l'entrée.

En introduisant les notations déjà utilisées, il vient :

$$\varphi(z) = \delta(0) + \frac{\omega}{c} z - \int_0^z \beta(\omega) dz$$

avec $\beta(\omega) = \frac{\omega}{V_p}$

ou en développant $\varphi(z, \omega)$ en série de TAYLOR - MAC LAURIN autour de ω_s

$$(IV\ 38) \quad \varphi(z, \omega_s + \delta\omega) = \delta(0) + \left[\frac{z}{c} - \int_0^z \left(\beta'(0) + \beta''(0) \frac{\delta\omega}{2!} \right) dz \right] \delta\omega$$

.../...

Lorsque $\omega_s = \omega_o \Rightarrow \delta(o) = 0$ et si l'on néglige les termes du second ordre, en se rappelant que $\beta'(o)$ est le temps de groupe linéique

$$\int_0^z \beta'(o) dz = \int_0^z \frac{dz}{V_{g_o}} = \tau_g(z)$$

il vient

$$\varphi(z) = \left[\tau_f(z) - \tau_g(z) \right] \cdot \delta\omega$$

où $\tau_f(z)$ est le temps de transit du faisceau en Z.

Appliquons ces résultats à une structure réelle type 60M Ω de l'accélérateur d'ORSAY, dont les caractéristiques sont les suivantes.

- La structure est composée d'une suite de paliers ayant des C/V_g différents mais constants raccordés par des tronçons à C/V_g variable ainsi que nous le montre le graphique n° 11.

- Les caractéristiques de dispersion des paliers extrêmes ainsi que celle du palier central étant représentés sur le graphique n° 10.

En approximant cette fonction en escalier à une série entière de la forme :

$$\frac{C}{V_g}(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \dots$$

de telle sorte que leurs intégrales, au sens de RIEMANN, convergent on obtient en exprimant z en mètres :

$$\frac{C}{V_{g_o}}(z) = 20,5 + z^2 + 4 \cdot 10^{-2} z^3 \quad \text{d'où une valeur moyenne de}$$

C/V_g sur la longueur $l = 6m$, de la structure.

$$\frac{C}{V_{g_o}} = \frac{1}{l} \int_0^l (20,5 + z^2 + 4 \cdot 10^{-2} z^3) dz \neq 34,6$$

ce qui veut dire que l'on a :

$$\tau_g(l) = 34,6 \tau_f \neq 0,69 \mu\text{sec.}$$

quant à la distorsion de phase elle a pour expression :

$$\varphi(z) = \frac{1}{c} \left[z - \int_0^z (20,5 + z^2 + 4 \cdot 10^{-2} z^3) dz \right] \cdot \delta\omega$$

.../...

ou encore :

$$(IV\ 41) \quad \varphi(z) = -\frac{1}{c} \left[19,5 + \frac{z^2}{3} + 10^{-2} z^4 \right] \cdot \delta\omega$$

Pour de faibles variations de f autour de f_0 , le graphique n° 12 traduit cette expression et nous montre que les valeurs expérimentales de $\varphi(r)$ pour l'ensemble des structures de ce type sont normalement distribuées autour des valeurs calculées par (IV.41). Ce qui veut dire que cette expression, dans laquelle interviennent les valeurs expérimentales de C/V_g obtenues par des mesures à froid sur les cavités, est bien représentative de la distorsion de phase introduite par la structure lorsque $\omega \neq \omega_0$. De plus ces valeurs ayant été obtenues dans des conditions réelles de fonctionnement, ces résultats sont donc exploitables sur l'accélérateur.

Montrons que l'approximation faite sur $\beta(\omega)$ en limitant le développement au seul terme $\beta'(0)$ est justifiée pour de larges excursions de $\delta\omega$ autour de $\omega_0 = \omega_s$ en effet on a :

$$\delta\omega = A \sin \beta H \quad \text{et comme} \quad \left. \frac{d(\delta\omega)}{d\beta} \right|_{\beta=0} = AH = V_{g0}$$

il vient $\beta(\omega) = \frac{1}{H} \text{Arc sin } \frac{H \delta\omega}{V_{g0}}$ dont le développement est

$$\beta(\omega) = \frac{1}{H} \left[\frac{H\delta\omega}{V_{g0}} + \frac{1}{6} \left(\frac{H\delta\omega}{V_{g0}} \right)^3 \dots \right]$$

l'erreur relative introduite a pour valeur :

$$\left. \frac{\Delta\beta}{\beta} \right|_{\omega_0} = -\frac{1}{6} H^2 \frac{\delta\omega^2}{V_{g0}^2}$$

or même pour la plus petite valeur de V_{g0} , celle correspondant au dernier palier à $C/V_{g0} = 57$, cette erreur reste inférieure au % pour des $\delta f \leq \pm 8 \text{ MHz}$.

Ainsi pour une structure du type 60 M Ω , de C/V_{g0} moyen = 34.6 la caractéristique de phase peut être considérée comme linéaire en fonction de ω , les distorsions harmoniques n'apparaissant que pour des raies très éloignées de f_0 .

Cette courbe $\varphi = f(\delta\omega)$ dont la pente est de $250^\circ/\text{MHz}$ est confirmée par des mesures différentielles entrée-sortie, effectuées à l'aide d'un comparateur de phase à Te-magique ; de plus la valeur du temps de propagation de groupe

.../...

$$\tau_g(l) = \frac{dY}{d\omega}$$

qui a été trouvée par ces mesures recoupe la valeur calculée à l'aide de (IV.14C).

Le graphique n° 13 qui donne l'impédance d'entrée de la structure autour de f_0 , nous montre que celle-ci est bien adaptée, mais qu'il y aura une troncature de spectre par la tête HF si ce dernier s'étend au-delà de quelques Mhz, d'autre part un régime de distorsion sinusoïdale peut apparaître entre cette tête et la sortie du klystron (ou sa fenêtre d'isolement) pour des raies latérales distantes de f_0 de ± 1 Mhz, si cette sortie est réfléchissante.

CHAPITRE V

MODULATIONS ET DISTORSIONS DANS LES T.M.V.

Ce chapitre a pour objet l'étude des modulations parasites générées par les tubes amplificateurs (et oscillateurs) hyperfréquences que sont les tubes à modulation de vitesse, ainsi que les distorsions que ceux-ci introduisent sur le contenu d'une transmission.

5 - 1 MODULATIONS RECURRENTES

Les oscillations produites ou amplifiées par un tube à modulation de vitesse (T.M.V.-) peuvent être modulées en amplitude, en fréquence; en phase ou en impulsions codées. En effet si l'expression analytique du signal est :

$$y = A \sin \omega t + \phi$$

et que l'un des facteurs A , ω ou ϕ varie, alors que les deux autres restent constants on a des modulations pures d'amplitude, de fréquence ou de phase. Or dans un T.M.V. ces facteurs sont fonction des paramètres électriques

U_0 et I_0 du tube, mais ils ne sont pas indépendants, leurs couplages se faisant par le temps de transit τ ; ainsi est-il pratiquement impossible d'obtenir une modulation d'amplitude sans avoir une modulation de fréquence ou de phase et vice-versa.

C'est cet aspect nuisible, par son incidence sur la fréquence (ou la phase) instantanée de sortie, qu'il importe de déterminer et cela pour les trois types de T.M.V. utilisés (klystrons amplificateurs multicavités, klystron oscillateur reflex et tube à propagation d'ondes).

Que cette modulation d'amplitude soit voulue ou qu'elle soit indésirable elle ne dépend que des seuls paramètres électriques U_0 et I_0 pour autant que dans la plage de variation de ces paramètres le confinement du faisceau soit toujours correctement réalisé.

5-1-1 Klystron amplificateur multicavités

Dans un klystron à deux cavités le courant collecteur est donné par :

$$(V/1) \quad I_s = x I_0 \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n(n\delta) \cos n(\theta_2 - \Lambda) \right]$$

.../...

$$\text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \text{transparence de grille du faisceau} \\ \theta_2 = \text{angle de transit en sortie du "rassembleur"} \\ \Lambda = \text{angle de transit de l'espace de glissement} \\ \delta = \text{degré de rassemblement} = \lambda \mu \\ \mu = \text{profondeur de modulation de vitesse} \end{array} \right.$$

La composante fondamentale de ce courant, rapportée à l'instant d'entrée dans le "rassembleur" a pour amplitude.

$$(IV.2) \quad i_{s1} = 2x I_0 J_1(\delta) e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \lambda\right)}$$

La puissance extraite dépendra de l'amplitude du champ de freinage développé par la cavité de sortie et de la phase ψ de ce champ par rapport à la composante fondamentale du courant.

$$(V.3) \quad P_s = I_0 J_1(\delta) U_2 \sin(\Lambda + \psi)$$

avec $x=1$ et U_2 le potentiel crée par la cavité aux bornes de son "gap".

D'autre part, la composante continue est liée au potentiel U_0 d'accélération cathode-collecteur du tube par la pervéance $\mathcal{P}$ du faisceau.

$$(V.4) \quad I_0 = \mathcal{P} U_0^{3/2}$$

Il résulte de ces relations qu'une modulation d'amplitude de la puissance de sortie P_s peut être obtenue par une modulation de I_0 et cela de deux manières différentes.

a) Modulation de I_0 par action sur $\mathcal{P}$, soit par l'intermédiaire d'une grille de contrôle comme c'est le cas sur des klystrons de faible puissance, soit par une action parasite du champ magnétique du courant de chauffage du tube.

b) modulation de I_0 par action sur U_0 ; soit avec un modulateur approprié, soit par des instabilités inhérentes au système producteur de U_0 s'il s'agit de modulations parasites.

Dans le premier cas, la modulation d'amplitude de I_0 entraînera une modulation d'amplitude de P_s qui sera assez pure, car la phase n'est liée aux fluctuations de densité que par la pulsation de plasma ω_p . Mais dans le second cas elle s'accompagnera d'une modulation de phase donc de fréquence, laquelle

pourra être importante puisque les paramètres Λ et δ ainsi que la vitesse du faisceau v_0 sont des fonctions de U_0 .

L'angle de phase au niveau du collecteur, là où se fait l'extraction du signal, dépend essentiellement du temps de transit dans l'espace de glissement, or pour une tension accélératrice constante U_0 , celui-ci a pour valeur moyenne.

$$\tau_0 = \frac{1}{v_0} = \frac{1}{\sqrt{2 \frac{|e|}{m} U_0}}$$

où e est la charge de l'électron et m sa masse non relativiste c'est-à-dire que

$v_0 \ll c$. Dans les klystrons de très grosse puissance où $U_0 = 250 \text{ Kv}$ $v_0 = 0,74c$ il faut alors introduire les corrections relativistes sur les paramètres du faisceau.

Si pour obtenir une modulation d'amplitude de P_s , nous modulons faiblement U_0 par un signal $\Delta U_0 \sin \Omega t$, de telle sorte que $\Delta U_0 \ll U_0$; alors le temps de transit instantané a pour valeur :

$$\tau = \tau_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta U}{U_0} \sin \Omega t \right)$$

Car avec $\Omega \ll \omega$, l'angle de transit du "rassembleur" est négligeable et le coefficient de modulation de vitesse

$$(V. 5) \quad \beta = \frac{\sin \Omega d / 2v_0}{\Omega d / 2v_0} \neq 1$$

En première approximation et compte tenu de l'écart de phase de $\pi/2$ entre la modulation de V_0 et l'extraction, la phase de sortie s'écrit :

$$\varphi_s = \omega_0(t - \tau) - \frac{\pi}{2} = \omega_0 t - \omega_0 \tau_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta U_0}{U_0} \sin \Omega t \right) - \frac{\pi}{2}$$

quant à la fréquence instantanée de sortie elle a pour valeur :

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\varphi_s}{dt} = f_0 + \frac{\omega_0 \tau_0}{2} F \frac{\Delta U_0}{U_0} \cos \Omega t$$

.../...

et fait apparaître une modulation sinusoïdale de fréquence qui est caractérisée par une excursion :

(V.6)

$$\delta f = \frac{\omega_o \tau_o}{2} \cdot F \cdot \frac{\Delta U_o}{U_o} \cos \Omega t$$

et par un indice demodulation :

(V. 7)

$$m = \frac{\Delta f}{F} = \frac{\omega_o \tau_o}{2} \cdot \frac{\Delta U_o}{U_o}$$

proportionnel au temps de transit moyen et à la modulation relative de la tension accélératrice.

Alors que la cavité "rassembleur" n'intervient en aucune manière sur la modulation de phase, la sélectivité de la cavité de sortie introduira une distorsion de cette modulation, par troncature du spectre et en affectant l'amplitude et la phase relative des raies latérales transmises.

a) Temps de transit avec modulation profonde et effets de charge d'espace non négligeables.

c'est par exemple le cas d'une modulation par impulsions de largeur et de position constantes, dans lequel ce résultat ne peut être appliqué pour la détermination des modulations de phase qui apparaissent durant les régimes transitoires des temps de montée et de descente. En effet le courant du tube passant de 0 à I_o entraîne une variation de la pulsation de plasma.

(V.8)

$$\omega_q = R \omega_p = R \sqrt{\frac{e}{m} \cdot \frac{\rho_o}{\epsilon_o}}$$

où R est le facteur de réduction des effets de charge d'espace introduit par HAHN et RAMO (7) pour tenir compte des dimensions transversales finies du faisceau.

Or cette pulsation propre de plasma est liée au "degré de rassemblement" donc au temps de transit:

(V.9)

$$\delta = \Lambda \mu = \omega \tau_o \mu = \mu \frac{\omega}{\omega_q} \sin \left(\omega_q \cdot \frac{1}{V_o} \right)$$

expression qui est rendue maximale par la condition $\omega_q \cdot \frac{1}{V_o} = \pi/2$

.../...

qui fixe l pour la valeur nominale de U_0 en régime permanent. Mais pour
 $0 \leq U \leq U_0$ on a :

$$\Lambda = \omega \tau = \frac{\omega}{\omega_q} \sin \left(\omega_q \cdot \frac{l}{v} \right)$$

ou encore

$$\tau = \frac{1}{\omega_q} \sin \omega_q \cdot \frac{l}{v} = \frac{1}{R \sqrt{\frac{e}{m} \frac{\rho_0}{\epsilon_0}}} \sin R \sqrt{\frac{2\rho_0}{m \epsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{2 \frac{e}{m} U}}$$

D'autre part si a est le diamètre du faisceau on a pour densité de charge :

$$\rho = \frac{-I}{\pi a^2 \sqrt{2 \frac{e}{m} U}} \quad \text{et } I = \mathcal{P} U^{3/2} \quad \text{d'où}$$

$$\tau = \frac{a}{R \left(\frac{e}{2m} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{\mathcal{P}}{\pi \epsilon_0}} \cdot U} \sin \left[\frac{lR}{a} \times \frac{\sqrt{\frac{\rho}{2\pi \epsilon_0}}}{\left(\frac{2e}{m} \right)^{1/4}} \right]$$

Résultat qui n'est valable que si la focalisation reste optimum et conserve les conditions de BRILLOUIN pour toute la plage de I_0 . Mais attendu que dans l'utilisation de grande puissance fonctionnant avec une telle modulation (laquelle ne porte aucune information utile) les temps de montée et de descente ne sont pas exploités, nous le retiendrons qu'à titre indicatif.

b) Temps de transit dans un klystron multicavités à grand gain et à interactions multiples.

La (ou les) cavité intermédiaire est flottante, elle n'a pour charge que celle qui est due au faisceau et si le courant qui l'excite est :

$$I_2 = 2X_1 I_0 J_1(\delta_1) e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \Lambda\right)}$$

la tension qui apparaîtra aux bornes de cette deuxième cavité et modèlera le deuxième espace d'interaction sera :

$$u_2 = \frac{\beta_2 I_2}{G_2 + 2j C_2 \omega \Delta_2} = U_2 e^{j(\omega t + \psi_2)}$$

.../...

Si G_2 , C_2 et Δ_2 sont respectivement la conductance, la capacité équivalente et le désaccord de la cavité et β_2 le coefficient de modulation de vitesse de l'espace d'interaction ("gap" de la cavité).

Comme l'angle de transit du premier espace de glissement est Λ_1 le degré de rassemblement de ce dernier vaudra :

$$\delta_1 = \mu_1 \frac{\omega}{\omega_q} \sin \frac{\omega_q}{\omega} \Lambda_1$$

Si l'on suppose que cette cavité est accordée sur la fréquence du fondamental, le désaccord $\Delta=0$ et la fréquence de modulation de vitesse qu'elle impose au faisceau est :

$$\mu_{20} = \frac{1}{2} \beta \frac{U_{20}}{U_0} = \chi_1 \beta_2^2 J_1(\delta_1) \frac{G_0}{G_2}$$

où U_{20} est l'amplitude de U_2 à l'accord et $G_0 = I_0 / U_0$.

Pour $\Delta \neq 0$, $U_2/U_{20} = \frac{1}{|1+2j Q_2 \Delta_2|}$ et si $Q_2 \Delta_2 \gg 1$

on aura :

$$u_2 = \chi_1 \frac{\beta_2^2 J_1(\delta) G_0}{2C_2 \omega \Delta_2}$$

Ce qui dans le deuxième espace de glissement nous donne un degré de rassemblement :

$$\delta_2 = \mu_2 \frac{\omega}{\omega_q} \sin \frac{\omega_q}{\omega} \Lambda_2$$

Si nous admettons que la transparence X_2 du deuxième espace "rassembleur" est égale à l'unité et si la configuration géométrique de l'espace de glissement qui suit est la même que celle du premier, ρ_0 et ω_q resteront inchangés et l'on peut écrire que :

$$\delta_3 = \mu_1 \frac{\omega}{\omega_q} \sin \frac{\omega_q}{\omega} (\Lambda_1 + \Lambda_2)$$

et la condition $\delta_3 = \delta_1$ peut être réalisée si

$$\frac{\omega_q}{\omega} (2\Lambda_1 + \Lambda_2) = \pi$$

.../...

Si les tensions modulatrices des deux rassembleurs, rapportées au même instant t_1 , ont une différence de phase Υ , l'angle de transit entrée-sortie, qui s'écrit

$$\omega\tau = (\Lambda_1 + \Lambda_2) - \delta_3 \sin \omega t_1 - \delta_2 \sin (\omega t_1 + \Lambda_1 + \Upsilon - \delta_1 \sin \omega t_1)$$

fait apparaître une modulation non sinusoïdale du temps de transit ; en effet si les deux tensions des rassembleurs sont en phase, soit $\Lambda_1 + \Upsilon = 2\pi$ le développement en série de FOURIER de cette expression, nous donne :

$$(V.10) \quad \tau = \tau_0 - \frac{1}{\omega} \left\{ (\delta_3 + \delta_2 [J_0(\delta_1) - J_2(\delta_1)]) \sin \omega t_1 + \delta_2 [J_1(\delta_1) + J_3(\delta_1)] \times \right. \\ \left. \sin 2 \omega t_1 \dots \right\} \\ \text{avec} \quad \tau_0 = \frac{\Lambda_1 + \Lambda_2}{\omega}$$

Transposons ces considérations au cas d'une modulation de U_0 et le temps de transit instantanée à basse fréquence est alors :

$$\tau_{BF} = \tau_0 - \frac{1}{\omega} [A_1 \sin \Omega t + A_2 \sin 2\Omega t \dots]$$

où les A_n sont des fonctions de la modulation relative $\Delta U_0 / U_0$; en effet

$$\mu_1 = \mu_2 = \frac{\Delta U_0}{2U_0} \quad \text{avec } \beta_1 = \beta_2 = 1 \quad \text{car } \Omega \ll \omega$$

d'où la nouvelle expression de τ_{BF} .

$$\tau_{BF} = \tau_0 - \frac{1}{2\omega_q} \frac{\Delta U_0}{U_0} \left[(a_0 + a_1) \sin \Omega t + a_2 \sin 2\Omega t \dots \right]$$

$$\text{avec } a_0 = \sin \frac{\omega q}{\omega} (\Lambda_1 + \Lambda_2) \quad , \quad b = \sin \frac{\omega q}{\omega} \Lambda_2$$

$$\text{et } a_n = b \left[J_{(n-1)}(\delta_1) + (-1)^n J_{(n+1)}(\delta_1) \right] \quad \text{avec } n = 1, 2, 3 \dots \text{etc.}$$

en admettant que ces $J_n(\delta_1)$ liées à $\Delta U_0 / U_0$ par μ_1 puissent être considérées comme des constantes.

La phase de sortie au niveau de l'extraction sera :

$$\varphi_s = \omega(t - \tau) = \omega t - \omega \tau_0 + \frac{\omega}{2\omega_q} \frac{\Delta U_0}{U_0} \left[(a_0 + a_1) \sin \Omega t + a_2 \sin 2\Omega t \dots \right]$$

.../...

La fréquence instantanée du signal aura pour valeur :

$$f = f_0 + \frac{\omega_0}{2\omega q} \frac{\Delta U_0}{U_0} \left[(a_0 + a_1) F \cos \Omega t + a_2 2F \cos 2\Omega t \dots \right]$$

d'où une modulation de fréquence d'excursion :

$$\delta_f = \frac{\omega_0}{2\omega q} \cdot F \cdot \frac{\Delta U_0}{U_0} \left[a_0 \cos \Omega t + \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \cos n \Omega t \right]$$

avec les indices
de modulation.

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 = \frac{\omega_0}{2\omega q} \frac{\Delta U_0}{U_0} (a_0 + a_1) \\ \vdots \\ m_n = \frac{\omega_0}{2\omega q} \frac{\Delta U_0}{U_0} \cdot n \cdot a_n \end{array} \right.$$

Notons que ce type de modulation serait aussi obtenu dans un klystron à deux cavités, pour autant que la modulation de U_0 soit récurrente, non sinusoïdale, de valeur moyenne nulle ou finie.

D'autre part nous avons vu qu'une telle modulation conduit à avoir une distribution spectrale dissymétrique autour de f_0 ce qui aggraverait la distorsion due à la sélectivité de la cavité de sortie. Cependant un klystron à trois cavités qui travaillerait en petits signaux, avec un premier rassembleur faiblement modulé aurait un spectre comparable à un klystron à deux cavités, mais pour les klystrons multicavités, cette double modulation apparaîtra toujours dans les deux derniers espaces de glissement.

c) Effets relativistes dus à des tensions accélératrices élevées

Les phénomènes relativistes apparaissent dans les T.M.V. dès que les tensions accélératrices dépassent quelques dizaines de milliers de volts, les corrections qu'il faut alors apporter aux résultats précédents font intervenir les coefficients suivants :

$$\beta_0 = v/c \quad \text{et} \quad \sigma = \sqrt{1 - \beta_0^2} = 1 + 1,96 \cdot 10^{-6} U_0$$

alors que dans l'approximation non relativiste $\sigma = 1$

.../...

Les relations entre les grandeurs relativistes et celles précédemment utilisées sont les suivantes :

$$\text{vitesse } V = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{\sigma+1}{2}} \cdot V_0 \Rightarrow \tau = \tau_0 \sigma \sqrt{\frac{2}{\sigma+1}}$$

$$\text{Pulsation propre de plasma } \omega_q = \omega_{q0} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\sigma+1}}$$

$$\text{Coefficients de modulation de vitesse} \begin{cases} \text{longitudinale } \beta_z = \beta_{z0} \cdot \frac{2}{\sigma(1+\sigma)} \\ \text{radiale } \beta_r = \beta_{r0} \cdot \frac{2\sigma}{1+\sigma} \end{cases}$$

5-1-2 KLYSTRON REFLEX OSCILLATEUR

Dans un T.M.V. qu'il soit amplificateur ou oscillateur, la fréquence de sortie est sous la dépendance directe du temps de transit ; mais alors que dans les structures à groupement par glissement ce temps de transit est inversement proportionnel à la vitesse, dans les structures à groupement par réflexion dans un champ retardateur (klystron reflex) il est proportionnel à la vitesse : soit

$$\tau = \tau_0 (1 + \mu \sin \omega t_1)$$

Le diagramme espace-temps d'un tel tube montre que l'interaction entre les paquets réfléchis et le champ HF développé par la cavité "rassembleur" sera maximale lorsque l'intervalle de phase, qui mesure en angle de transit le séjourn des paquets dans l'espace retardateur, sera égal à $2\pi(n + 3/4)$

Les modes d'oscillation sont alors définis par :

$$\omega \tau_0 = \Lambda = 2\pi(n + 3/4)$$

$$\text{et comme } \tau_0 = \frac{4dr}{\sqrt{\frac{2|e|}{m} U_0}} \times \frac{1}{1 + \frac{U_R}{U_0}} \quad \text{on pourra changer de mode}$$

en jouant sur la tension du réflecteur U_R ou sur U_0 .

Si la tension u qui module l'espace d'interaction de la cavité "rassembleur" présente un déphasage $\chi(\omega)$ par rapport à la composante fondamentale du courant qui excite cette dernière, les fonctions $\chi(\omega)$ et

$\Lambda = \omega \tau_0 = f(U_0, U_R)$ devront constamment satisfaire la relation : .../...

$$\chi + \Lambda - \frac{\pi}{2} = 2\pi n$$

qui montre que les variations de fréquence seront liées à ces fonctions par :

$$(V\ 12) \quad \begin{cases} d\omega = - \frac{d\Lambda}{\frac{d\chi}{d\omega}} \\ \frac{d\Lambda}{\Lambda} = - \frac{dU}{U_0 + U_R} + dU_0 \left(\frac{1}{2U_0} - \frac{1}{U_0 + U_R} \right) \end{cases}$$

Pour que ces expressions soient exploitables il faut préciser les liens qui doivent exister entre ω , Λ et χ , afin que le système puisse osciller.

La partie variable de l'admittance du faisceau s'écrit :

$$y_f = \beta^2 G_0 J_1(\delta) \Lambda e^{j(\frac{\pi}{2} - \Lambda)}$$

Si l'admittance ramenée dans la cavité par l'utilisation est indépendante de la fréquence, l'admittance totale de celle-ci peut s'écrire :

$$y_{tot} = G (1 + 2j Q\Delta) + y_f$$

où G est la conductance totale comprenant la conductance ramenée par l'utilisation, la conductance de perte de la cavité et celle due à la composante continue du faisceau ; Q est le coefficient de surtension en charge mais en régime de non-oscillation et Δ est la dissonance à la fréquence d'oscillation $(2\Delta = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \approx 2 \frac{\delta f}{f_0})$

En annulant les parties réelles et imaginaires on obtient deux conditions qui déterminent la fréquence et l'amplitude de l'oscillation

$$y_{tot} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G + \beta^2 G_0 \frac{J_1(\delta)}{\delta} \Lambda \sin \Lambda = 0 \\ 2G Q\Delta + \beta^2 G_0 J_1 \frac{(\delta)}{\delta} \Lambda \cos \Lambda = 0 \end{cases} \quad (V\ 13)$$

.../...

avec $G = G_u + G_p$ la puissance utile extraite est :

$$P_u = \frac{1}{2} G_u u^2$$

et le rendement

$$\eta_u = \frac{1}{2} \frac{G_u}{G_o} \left(\frac{U}{U_o} \right)^2 = 2 \frac{G_u}{G_o} \delta^2 \beta^2 \Lambda^2$$

soit d'après (V. 13)

$$\eta_u = -2 \left[\delta J_1(\delta) \frac{\sin \Lambda}{\Lambda} + \frac{G_p}{G_o \beta^2} \frac{\delta^2}{\Lambda^2} \right]$$

pour un ordre d'oscillation N donné, cette expression sera maximale si :

$$\Lambda = 2 \left(n + \frac{3}{4} \right) \pi = 2\pi N$$

car $\frac{d\Lambda}{\Lambda}$ est d'autant plus faible que N est élevé et à l'intérieur d'un mode, c'est le terme $\sin \Lambda$ qui joue un rôle prépondérant.

Ce rendement η_u sera positif si :

$$G_p < 2G_o \beta^2 \frac{J_1(\delta)}{\delta} N\pi < G_o \beta^2 N\pi = G_N$$

car $J_1(\delta)/\delta$ a pour valeur majorante $1/2$ (régime linéaire $\delta \leq 1$)

En prenant les conductances réduites $g = \frac{G}{G_N}$ et en posant $\psi = 2N\pi - \Lambda$ la conductance totale devient :

$$g = g_u + g_p = \frac{2J_1(\delta)}{\delta} \cos \psi$$

Aux variations des tensions réflecteur et rassembleur correspondent des variations de ψ (phase de l'admittance du faisceau), quant à la phase φ du circuit elle est liée à la fréquence par :

$$\varphi = \text{Arc } t_g 2Q \Lambda$$

mais comme la condition $Y_{\text{tot}} = 0$ impose que ϕ suive ψ on en déduit que :

$$(V 14) \quad \Delta = \frac{\operatorname{tg} \psi}{2Q} = \frac{G_N}{2C\omega_0} (g_u + g_p) \operatorname{tg} \psi$$

Relation qui caractérise "la bande d'accord électronique" d'un klystron reflex.

Au voisinage de $\psi=0$, c'est-à-dire au centre d'un mode d'oscillation donné

$$\Delta = \frac{df}{f_0} = \frac{G_N}{2C\omega_0} (g_u + g_p) \left[d\psi + d\psi^3 \dots \right]$$

Lorsque $dU_0 = 0$, d'après (V.12) on a :

$$d\psi = -d\Lambda = \Lambda \frac{dU_R}{U_0 + U_R}$$

d'autre part $G_N(g_n + g_p) = G_u + G_p = \frac{C\omega_0}{Q}$ et $\Lambda = 2\pi N$

ainsi en se limitant au premier ordre, la dérive de fréquence s'écrit :

$$(V 16) \quad d_f = \frac{2\pi N}{Q} \cdot f_0 \cdot \frac{dU_R}{U_0 + U_R}$$

avec $N = (n+3/4)$ et $n = 1, 2, 3 \dots$ etc.

Cette expression nous fournit la classique courbe fréquence - tension réflecteur, en S inversé qui caractérise la sensibilité du klystron reflex à la modulation de fréquence ; ceci sous l'hypothèse que l'admittance ramenée par la charge est indépendante de la fréquence, dans toute la plage d'accrochage du mode utilisé.

Si il n'en est pas ainsi des relations suivantes

$$(V 17) \quad \begin{cases} G_u + G_p = 2G_N \frac{1(\delta)}{\delta} \cos \psi \\ Y_{\text{tot}} = 2G_N \frac{1(\delta)}{\delta} e^{j\psi} \end{cases}$$

.../...

on tire

$$t_g \psi = \frac{2C\omega_o \Delta + \beta_u}{G_u + G_p}$$

mais d'autre part si f_o est la fréquence du centre du mode correspondant à la tension réflecteur U_{Ro} d'après les relations

$$\psi = 2\pi N - \Lambda \quad ; \quad \Lambda = \frac{\omega}{V_o} \frac{4dR}{U_o + U_R} \quad \text{et (IV 12)}$$

$$\text{on a :} \quad \psi = 2\pi \left[N - \frac{4f_o d_R \sqrt{\frac{m}{2|c|}} U_o}{U_o + U_{Ro}} \times \frac{1 + \Delta}{1 + \frac{U_R - U_{Ro}}{U_o + U_{Ro}}} \right]$$

$$\text{en posant } x = \frac{U_R - U_{Ro}}{U_o + U_{Ro}} \quad \psi = 2\pi N \frac{x - \Delta}{1+x}$$

$$\text{d'où} \quad \boxed{t_g 2\pi N \frac{x - \Delta}{1+x} = \frac{2G\omega_o \Delta + \beta_u}{G_u + G_p}} \quad (V.18)$$

Expression qui lie la dérive relative de fréquence au terme x de modulation du réflecteur et à l'admittance Y_u de l'utilisation.

5-1-3 TUBE A PROPAGATION D'ONDES - MODULATIONS

Alors que le fonctionnement d'un klystron nécessite un réglage mécanique de ses cavités pour chaque fréquence de travail utilisée et que la bande passante autour de cette dernière n'excède guère le % ; l'amplificateur T.P.O. à onde directe ou inverse (carcinotron), de type "O" ou "M", qui travaille en bande S couvre aisément une plage d'un octave, par le seul réglage de sa tension d'hélice. D'autre part comme la vitesse de phase est très peu dispersive, la bande passante peut atteindre 10 % ce qui autorise le transit de spectres très larges.

Si ψ est le déphasage de l'onde par pas de la structure et p ce pas, la condition de synchronisme s'écrit

$$\frac{p\omega}{V_e} = \psi + 2k\pi = p\beta$$

.../...

$$\text{où } V_e = \sqrt{\frac{2|e|}{m}} U_0$$

est la vitesse des électrons et $\beta = \omega/v\phi$

la constante de propagation de la phase de l'onde, quant à sa vitesse de groupe, elle vaut :

$$V_g = \frac{d\omega}{d\beta} = p \frac{d\omega}{d\psi}$$

Dans le chapitre relatif à une propagation guidée par une structure périodique (guide à iris ou hélice) le diagramme de BRILLOUIN nous a montré que V_g , comme dérivée de la caractéristique de dispersion au point de fonctionnement ω_0 , était une constante ainsi que V_ϕ .

Il s'ensuit que dans la plage où il en est ainsi, ψ est proportionnel à ω et comme $p/V_e \neq C^{te}$ la condition de synchronisme reste satisfaite dans cette plage.

La modulation de vitesse subie par le faisceau résulte de l'action conjuguée des deux champs HF suivants :

- le champ électrique développé par l'onde qui se propage dans la structure tout en s'amplifiant

- le champ électrique dû à l'onde de charge d'espace.

En l'absence de champ HF la vitesse des électrons V_e est :

- Dans les tubes "O"

- Dans les tubes "M"

$$V_e = \frac{J_{0-} U_s}{Bd} = \frac{E_0}{B}$$

$$V_e = \sqrt{\frac{2|e|}{m}} U_0$$

U_0 = tension accélératrice cathode - ligne périodique

avec U_s = tension cathode - sole

d = distance de la sole à la ligne

B = induction transverse au plan défini par $\vec{V}_e, \vec{E}_0$

Dans ces tubes le rapport V_e/C est généralement faible (quelques %) ce qui permet d'avoir des bandes passantes larges et les effets relativistes sont négligeables.

Tout comme dans les klystrons, une modulation parasite du temps de transit entraînera une modulation de fréquence. Si l est la longueur d'interaction onde-faisceau le temps de transit instantané d'un T.P.O modulé sera :

(en première approximation et en négligeant les termes d'ordre z)

$$\text{- pour le type "O"} \quad \tau = \tau_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta U_0}{U_0} \right)$$

- pour le type "M" en supposant que les sources U_0 et U_s sont dépen-

dantes

$$\tau = \tau_0 \left(1 + \frac{\Delta B}{B} - \frac{\Delta E}{E} \right)$$

avec ΔB , ΔE et ΔW fonctions du temps à variations sinusoïdales, recurrentes voire aléatoires

A la sortie on aura donc :

$$p_s = \omega_0(t-\tau) \Rightarrow f_s = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_s}{dt} = f_0 \left(1 - \frac{d\tau}{dt} \right)$$

d'où $\Delta f = -f_0 \frac{d\tau}{dt}$

soit (V.19)
$$\begin{cases} \Delta f_o = f_0 \frac{\tau_o}{2U_o} \frac{d}{dt} \Delta U_o(t) & (\text{Type "O"}) \\ \Delta f_m = f_0 \left[\frac{\tau_o}{B} \frac{d \Delta B}{dt}(t) - \frac{\tau_o}{E} \frac{d}{dt} \Delta E(t) \right] & (\text{Type "M"}) \end{cases}$$

5-2 BRUIT DE FREQUENCE - MODULATIONS ERRATIQUES

5-2-1 Considérations générales - Types de bruits

Dans les amplificateurs ou dans les auto-oscillateurs hyperfréquences stabilisés en amplitude, les perturbations aléatoires de la périodicité du signal sont dues à des causes diverses, l'origine électronique, moléculaire, thermique et même mécanique.

Mais avant de passer en revue les principales sources de bruit il nous faut donner quelques précisions sur l'évaluation d'une fluctuation de fréquence (ou de phase) d'un signal perturbé par un bruit.

Cette évaluation suppose une définition de la fréquence centrale d'une raie spectrale imparfaitement monochromatique de largeur finie. On adoptera la définition suivante tout en précisant qu'il en existe d'autres.

- fréquence centrale ou fréquence f_0 pour laquelle la densité spectrale de fréquence est maximale.

Il apparaît d'emblée que cette caractéristique n'est pas intrinsèque et qu'elle va dépendre des pouvoirs discriminatoires du système d'observation.

Soit un signal HF porteur d'une modulation de fréquence $\Delta f(t)$ à caractère aléatoire, produite par un bruit

$$(V.20) \quad y = A \sin \left[2\pi f_0 t + \sum_v \frac{\Delta f_v}{F_v} \sin (2\pi F_v t + \varphi_v) \right]$$

.../...

ou $\left\{ \begin{array}{l} \varphi_v \text{ est une variable aléatoire équipartie entre } 0 \text{ et } 2\pi \\ \Delta f_v = \text{amplitude aléatoire de la déviation de fréquence} \\ F_v = \text{fréquence de la déviation de fréquence d'amplitude } \Delta f_v \\ \Delta f_v(t) = \Delta f_v \sin(2\pi F_v t + \varphi_v) \end{array} \right.$ est une variable dont les caractéristiques sont celles d'une fonction aléatoire stationnaire

En effet cette variable $\Delta f_v(t)$ est générée par un processus stochastique dont les propriétés statistiques sont invariantes pour tout changement de l'origine des temps (bruit d'amplitude agissant sur les éléments et paramètres contrôlant la fréquence) et la stationnarité du processus entraîne celle de $\Delta f_v(t)$. Cette fonction est stochastiquement intégrable au sens des probabilités et son comportement asymptotique, lorsque $T \rightarrow +\infty$ est tel qu'il satisfait à l'hypothèse ergodique selon laquelle l'espérance mathématique "converge vers la moyenne temporelle, lorsque la durée de l'observation devient infinie.

Comme le processus stationnaire est ergodique au sens strict (moyenne temporelle nulle) on a :

$$\overline{\Delta f(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \Delta f(t) dt = 0$$

Les fonctions $\Delta f(t)$ et $\Delta f(t-\tau)$ ne sont pas corrélées mais elles ne sont pas pour autant indépendantes car la fonction de corrélation

$$\rho(\tau) = \overline{\Delta f_v(t) \cdot \Delta f_v(t-\tau)} = \frac{1}{2} \overline{\Delta f_v^2} \cos 2\pi F_v \tau$$

ne s'annule que pour $2\pi F_v \tau_0 = \pi/2$ valeur pour laquelle la relation

$$\left[\Delta f_v(t) \right]^2 + \left[\Delta f_v(t-\tau) \right]^2 = 1$$

est indépendante de φ_v .

Pour la variable $\Delta f = \sum \Delta f_v(t)$ ces notions s'étendent aisément et la fonction de corrélation associée à cette variable s'obtient par simple addition des fonctions de corrélation relatives à chaque composante $\Delta f_v(t)$ soit

$$\overline{\Delta f(t) \cdot \Delta f(t-\tau)} = \sum_{i=j} \overline{\Delta f_i(t) \cdot \Delta f_i(t-\tau)} + \sum_{i \neq j} \overline{\Delta f_i(t) \Delta f_j(t-\tau)}$$

i et j appartenant à l'ensemble des indices v

.../...

Mais l'indépendance des Δf_v avec $\overline{\Delta f_i} = \overline{\Delta f_j} = 0$ entraîne que :

$$\sum_{i \neq j} \overline{\Delta f_i(t) \cdot \Delta f_j(t)} = 0$$

Par définition, on appelle fluctuation d'une variable aléatoire x la quantité

$$D = \sum_i (x_i - \bar{x})^2 p_i = \sigma^2$$

si σ est l'écart quadratique moyen et $\delta_m = |\bar{x}|$ l'écart moyen on a l'inégalité :

$$\sigma^2 \geq \delta_m^2 \geq \{\bar{x}\}^2 \quad \text{ou} \quad \{\bar{x}\} = \sum_i p_i x_i$$

l'espérance mathématique de la variable aléatoire x

Mais dans notre problème, Δf est une fonction définie pour toutes les valeurs Δf_v ou x_i , sa moyenne est nulle et coïncide avec la moyenne temporelle donc :

$$D(f) = \sum_v (\Delta f_v(t) - \overline{\Delta f})^2 p(\Delta f_v) = \sum_v \overline{\Delta f_v^2(t)}$$

observons cette fluctuation durant un intervalle de temps τ quelconque ; la variation de fréquence due à la pluralité de composantes F_v , non cohérentes dont l'expression est :

$$\Delta f_\tau = \sum_v \Delta f_v \left[\sin(2\pi F_v \tau + \varphi_v) \right]$$

aura pour fluctuation :

$$(V 21) \quad D(f)_\tau = \overline{\Delta f_\tau^2} = \sum_v 2 \sin^2(\pi F_v \tau) \cdot \overline{\Delta f_v^2}$$

En supposant que le système d'observation puisse nous fournir la mesure de $\overline{\Delta f^2(F)}$ du bruit de fréquence présent dans un intervalle ΔF centré sur F nous aurons connaissance de la distribution :

$$K(F) = \frac{\overline{\Delta f^2(F)}}{\Delta F}$$

.../...

Si l'on a affaire à un spectre continu, cette distribution est continue et dans la mesure où $\Delta F \rightarrow dF$ sans affecter $k(F)$, cette dernière représentera le carré moyen de la densité spectrale à laquelle est liée la fréquence centrale.

La fluctuation de fréquence, qui sera observée durant l'intervalle de temps τ sera :

$$D(f)_\tau = \Delta f^2_\tau = \int_0^\infty 2 \sin^2 (\pi F \tau) k(F) dF$$

nous voyons qu'elle dépend de la durée de l'observation τ et du pouvoir de séparation du système d'observation, c'est à dire de la manière dont

$$\Delta F \rightarrow dF.$$

Nous avons supposé que le signal était porteur d'une modulation aléatoire de fréquence, mais il nous faut parler du mécanisme d'apparition de cette modulation à partir de la superposition d'un signal $S(t)$ d'amplitude sinusoïdale et d'un bruit $E(t)$ tels que :

$$(V.22) \quad \begin{aligned} S(t) &= A_0 \sin 2\pi\omega_0 t \\ E(t) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_n \frac{C_n}{T} \cos (2\pi\omega_n t - \varphi_n) \end{aligned}$$

RICE a montré que l'oscillogramme de bruit pouvant être décomposé en deux porteuses de bruit :

$$(V.33) \quad E(t) = E_1(t) + E_2(t) : \quad \begin{cases} E_1(t) = \cos 2\pi\omega_0 t \sum_n \frac{C_n}{T} \cos [2\pi(\omega_n - \omega_0)t - \varphi_n] \\ E_2(t) = -\sin 2\pi\omega_0 t \sum_n \frac{C_n}{T} \sin [2\pi(\omega_n - \omega_0)t - \varphi_n] \end{cases}$$

l'une en quadrature avec le signal et l'autre en phase.

$$\text{Soit } S(t) + E(t) = X(t) \cos 2\pi\omega_0 t + [Y(t) + A_0] \sin 2\pi\omega_0 t$$

d'où le signal composite

$$S(t) + E(t) = R(t) \cos [2\pi\omega_0 t - \phi(t)]$$

apparaît une modulation de phase $\phi(t)$ dont la loi

$$(V\ 24) \quad \operatorname{tg} \phi(t) = \frac{-X(t)}{A_0 + Y(t)} \quad \text{est aléatoire}$$

puisque les modulations d'amplitude $X(t)$ et $Y(t)$ sont .

Le passage de la modulation de phase à celle de fréquence, à partir de la notion de fréquence instantanée, conduit à parler de continuité et de dérivabilité en probabilités, d'où des notions délicates de convergence telles que dérivée en moyenne quadratique, dérivée presque sûre...etc. Nous pouvons cependant avoir une idée de ce passage en se reportant à certaines considérations, développées par HELMHOLTZ, à propos de la fréquence instantanée d'un signal.

La somme de deux fonctions sinusoïdales telle que :

$$A \sin mt + B \sin (nt + \varphi) = C \sin (mt - \epsilon) \quad \text{si } A > B$$

avec C et ϵ comme fonctions du temps, cette expression qui en langage de radioélectricien est une modulation AM et FM, introduit la fréquence instantanée ;

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \left(m - \frac{d\epsilon}{dt} \right)$$

Dans notre cas, la fonction $A \sin mt$ représenterait le signal proprement dit et $B \sin(nt + \varphi)$ une des raies du spectre de E_1 ou de E_2 , porteuses de bruit modulées en amplitude par des composantes B.F. de pulsation

$$(\omega_v - \omega_0) = \Omega_v = 2\pi F_v$$

Une grandeur permettant la comparaison entre les modulations AM et FM dues au bruit peut être définie : elle s'appelle "le degré de modulation effectif par le bruit" et vaut :

$$m_A = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_n^2}$$

où m est le pourcentage de modulation AM classique.

$$m_F = \frac{\sqrt{\Delta_1^2 f^2 + \Delta_2^2 f^2 + \dots + \Delta_n^2 f^2}}{\Delta f}$$

Δf = profondeur utile.

.../...

Ceci étant rappelé nous pouvons maintenant passer en revue les différents types de bruits que nous sommes susceptibles de rencontrer dans les T.M.V. afin de savoir comment ils agissent pour produire un bruit de fréquence, quelles sont leurs densités spectrales leurs amplitudes ainsi que leurs répartitions dans la gamme des fréquences.

a) Bruit Thermique (Effet JOHNSON-NYQUIST)

Tout circuit passif ou actif maintenu à une température uniforme T est le siège d'un bruit thermique qui peut être représenté par une seule source de bruit, mais selon deux dispositions différentes. Si R est la résistance interne (au sens de THEVENIN) de ce circuit on a les deux dipôles suivantes.

- Associé à R en série, un générateur de tension avec une f.e.m de THEVENIN, dont le carré moyen est :

$$\overline{e^2} = 4k T R \cdot p(f) \cdot df$$

- Associé à R en parallèle, un générateur de courant avec une intensité de NORTON dont le carré moyen est :

$$\overline{i^2} = \frac{4kT}{R} p(f) df$$

où $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/ degré Kelvin est la constante de BOLTZMANN et $p(f)$ un facteur donné par PLANCK qui vaut :

$$p(f) = \frac{hf}{KT} \left[e^{\frac{hf}{KT}} - 1 \right]^{-1}$$

avec $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J. sec constante de PLANCK. Ce facteur traduit la répartition spectrale du bruit dans l'échelle des fréquences ; or à la température ordinaire $T_0 \approx 300^\circ \text{K}$ on a :

$$hf/KT \ll 1 \quad \text{et comme} \quad e^{\frac{hf}{KT}} = 1 + \frac{hf}{KT} + \frac{1}{2} \left(\frac{hf}{KT} \right)^2 \dots$$

il vient $p(f) \Rightarrow 1$ d'où une répartition uniforme du bruit, des basses fréquences à la gamme des micro-ondes.

(pour autant que R conserve cette constance).

Si le circuit est soumis à un courant continu, il faut ajouter une fluctuation proportionnelle au carré de l'intensité I_0 de ce courant telle que :

$$(V 25) \quad \overline{e^2} = (4KTR + a I_0^2) df$$

.../...

L'existence de ce bruit, prévu théoriquement par BRILLOUIN, a été mise en évidence par BERNAMONT (8), sa connaissance est nécessaire pour la détermination des fluctuations des sources continues alimentant les diverses électrodes des T.M.V.

b) Bruit de grenaille (Effet SCHOTTKY)

Un circuit dans lequel intervient un faisceau électronique présente un bruit dit "SCHOTTKY" dont la nature est différente de l'effet JOHNSON et tient à l'aspect granulaire de l'électricité. Il peut être représenté par un générateur de courant associé à une impédance parallèle R infinie et dont l'intensité de NORTON a pour carré moyen les valeurs suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{i^2}_{\text{saturation}} = 2 e I_0 \, df \\ \overline{i^2}_c = 2 e I_0 F_c \, df \end{array} \right.$$

selon que l'on est en régime de saturation ou de charge d'espace.

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} e = \text{charge de l'électron} \\ I_0 = \text{l'intensité moyenne du faisceau d'électrons} \\ F_c \text{ est un coefficient de réduction, du aux effets de charge d'espace} \\ c \end{array} \right.$$

Ce coefficient est lié aux carrés moyens des densités de courant q utilisés dans les deux régimes

$$F_c = \frac{\overline{q^2}_c}{\overline{q^2}_{\text{sat}}}$$

En considérant que ce bruit est dû à l'ensemble des impulsions élémentaires de courant que produisent les électrons, le développement de FOURIER de cette impulsion est :

$$y = A \left[\frac{T}{\tau} + \frac{2}{\pi} \sum_n \frac{1}{n} \sin \frac{\pi n \tau}{T} \cos n \Omega t \right]$$

pour T très grand et où τ est la durée moyenne de l'impulsion, donc celle du temps de transit dans l'espace cathode-anode. Mais alors que dans l'effet JOHNSON le temps de transit, qui dépend du libre parcours moyen dans le réseau cristallin, est de l'ordre de 10^{-16} sec, dans les T.M.V. il ne sera jamais inférieur à 10^{-10} sec (tubes à canon court et tension accélératrice de plusieurs centaines de KV).

.../...

C'est-à-dire que l'intensité spectrale sera constante et uniforme jusqu'à la zone des fréquences $1/2 \lambda$ où interviennent les effets de transit ; soit pour des T.M.V. tels que les klystrons en bande S utilisés sur le linéaire d'ORSAY, des fréquences de quelques Ghz.

- en régime de saturation : $\tau_s = 2 \lambda \left(2 \frac{e}{m} U_0 \right)^{-1/2}$

- en régime de charge d'espace : $U_x = \left(\frac{x}{l} \right)^{4/3} U_0$ d'où $\tau_c = \frac{3}{2} \tau_s$

c) Bruit de scintillation (flicker effect)

Ce bruit a des origines ^{diverses} mais c'est un phénomène aléatoire et gaussien et de même que le bruit SCHOTTKY il est réduit par l'effet de contre-réaction de la charge d'espace. Il est lié aux perturbations de la surface emissive ; vibrations mécaniques, fluctuations des sources de chauffage, surface cathodique non homogène, avec des centres d'émissions de durée de vie limitée ... etc.

La densité spectrale répond à une répartition en $1/f^n$ où n est voisin de 1 sa limite supérieure est de quelques milliers d'hertz mais sa limite inférieure peut descendre au dixième d'hertz, c'est donc un bruit qui peut être particulièrement gênant pour la stabilité des horloges et autres oscillateurs.

Son générateur de bruit équivalent serait un générateur de courant associé à une résistance parallèle infinie, et dont le carré moyen de son intensité NORTON serait :

$$i_F^2 = C \frac{I_0}{f^n} df$$

avec $m \approx 2$ et $n \approx 1$

Il existe dans tous les tubes et tout particulièrement dans les semi-conducteurs.

Une théorie exacte de cet effet reste à faire - mais RICHARDSON, MILLER,

MAC FARLANE (9) en ont donné un modèle en partant de l'hypothèse de SCHOTTKY selon laquelle la surface cathodique renferme des centres d'émission de durée de vie limitée τ . Si chaque centre émet p électrons durant sa vie, il contribue au courant par :

$$i_0 = \frac{pe}{\tau} \text{ et pour } \overline{N} \text{ centres } I_0 = \frac{pe}{\tau} \overline{N}$$

.../...

Aux basses fréquences l'émission des p électrons est simultanée d'où une fluctuation

$$\overline{\Delta I^2} = 2 p e I \Delta F = 2 I_0^2 \frac{\tau}{N} \Delta F$$

Si maintenant on introduit les hypothèses suivantes

- { loi de décroissance des centres actifs de type exponentiel
- { Distribution gaussienne de la fluctuation de $\bar{N}$

hypothèses qui sont justifiées, mais cependant incomplètes car de la fonction de corrélation qui s'écrit

$$\psi(\lambda) = \overline{\Delta I(t) \Delta I(t+\lambda)} = \overline{\Delta I^2(t)} e^{-\lambda/\tau}$$

on déduit un spectre de bruit qui n'est pas conforme à celui observé expérimentalement.

Les auteurs introduisant alors un ensemble de valeurs de constante de temps, dont chacune est affectée d'une probabilité $p(\tau) d\tau$ et avec une certaine loi de répartition de $p(\tau)$ telle que $\int_0^\infty p(\tau) d\tau = 1$ ils obtiennent un résultat qui s'écrit avec $c(\tau) = 4 I_0^2 \tau / N^2$

$$\overline{\Delta I_F^2} = \left[\int_0^\infty c(\tau) \cdot (1 + \omega^2 \tau^2)^{-1} \cdot p(\tau) \cdot d\tau \right] \cdot \Delta F$$

lequel peut rendre compte de la loi en f^{-1} pour autant que $p(\tau)$ soit bien choisie.

5-2-2 Sources de bruit dans un klystron amplificateur

Dans les klystrons, tout comme dans les tubes conventionnels on retrouve les deux sources classiques de bruit qui sont :

- l'effet JOHNSON-NYQUIST dans les conductances des circuits et principalement dans celle de la cavité d'entrée.

- l'effet SCHOTTKY en régime de charge d'espace.

La détermination des facteurs de bruit liés à ces effets est assez aisément faite, mais elle est loin de donner une image complète des sources de bruit de ce tube.

En régime de saturation, la fluctuation de courant de convection le long du faisceau est :

$$(V 26) \quad \overline{\Delta I_{\text{saturation}}^2} = 2e I_c df$$

.../...

Mais en régime de non saturation, les effets de charge d'espace font apparaître une limitation du bruit SCHOTTKY laquelle est caractérisée par un coefficient de réduction T dépendant des fluctuations de densité de courant soit :

$$T_z^2 = \frac{\sigma_z^2}{\sigma_z^2 \text{ saturation}}$$

comme la densité de charge

σ_z dépend de z par :

$$\sigma_z = -j \frac{I_0}{\pi a^2} \mu \frac{\omega}{\omega_p} \sin \omega_p \frac{z}{V_0}$$

ce coefficient sera maximum pour l'abscisse $z_0 = \frac{\pi}{2} \frac{V_0}{\omega_p}$ et d'après C.C. CUTLER et C.F. QUATE (10) on a :

$$(V 27) \quad (T^2)_{\max} = K \frac{1 + \Lambda_c^2}{(\omega_q/\omega)^2 U_0} = \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2$$

où Λ_c est l'angle de transit dans le canon et K un coefficient dépendant de la température absolue de la cathode.

Si ce maximum a lieu dans l'espace rassembleur la fluctuation du courant de convection sera :

$$\overline{\Delta I_c^2} = 2 e I_0 = (T^2)_{\max} df$$

et elle induit une f.e.m de bruit dans le circuit d'entrée, telle qu'aux bornes de sa charge R , son carré moyen est :

$$\overline{e_s^2} = \overline{\Delta I_c^2} R^2 = 2 e I_0 (T^2)_{\max} \cdot R^2 df$$

mais aux bornes de R , l'effet JOHNSON développe une fluctuation

$$\overline{e_J^2} = 4 K T R df$$

soit pour ce type de fonctionnement, un facteur de bruit

$$(V 28) \quad F_a = 1 + \frac{\overline{e_s^2}}{\overline{e_J^2}} = 1 + \frac{e I_0 R}{2 K T} (T^2)_{\max}$$

.../...

La contribution de ce bruit aux fluctuations de fréquence est faible, car l'équation de continuité $\frac{d}{dt}(\rho v) - \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ qui lie la densité de courant à la modulation de vitesse, fait que cette dernière grandeur est nulle là où l'autre est maximale.

De ceci, il résulte que conjointement à un minimum de fluctuation de courant dans le "gap" rassembleur, nous aurons à ce niveau un maximum de la fluctuation de vitesse soit :

$$\overline{\Delta V_s^2} = 2 \frac{V_0^2}{I_0} \left(\frac{\omega p}{\omega} \right)^2 e (T^2)_{\text{max}} \cdot \Delta f$$

D'autre part, la fluctuation de vitesse due à la f.e.m de bruit thermique $e_j = \sqrt{4 K T R \Delta f}$ s'écrit :

$$\overline{\Delta V_j^2} = \left(\frac{e}{m V_0} \right)^2 4 K T R \Delta f$$

comme les sources sont aléatoirement indépendantes, les fluctuations s'ajoutent

$$\overline{\Delta V^2} = \overline{\Delta V_s^2} + \overline{\Delta V_j^2}$$

mais le temps de transit dépend de la vitesse

$$\tau = \tau_0 \left(1 - \frac{\Delta V}{V_0} \right) \text{ ou } \Delta \tau = - \frac{\tau_0}{V_0} \Delta V$$

soit finalement, une fluctuation de phase

$$(V.29) \quad \overline{\Delta \phi^2} = \omega^2 \overline{\Delta \tau^2} = \omega^2 \overline{\Delta V^2} = \left(\omega \frac{\tau_0}{V_0} \right)^2 \overline{\Delta V^2}$$

sui sera maximale avec $\overline{\Delta V_s^2}$

Le facteur de bruit, qui caractérise le générateur de bruit équivalent au klystron ainsi réglé est :

$$(V.30) \quad F_B = \frac{\overline{\Delta V_s^2} + \overline{\Delta V_j^2}}{\overline{\Delta V_j^2}} = 1 + \left(\frac{2U_0 \omega_g}{R I_0 \omega} \right)^2 (G_c - 1)$$

.../...

Entre ces deux réglages extrêmes, aux caractéristiques suivantes

$$\begin{cases} P_A = \int_0^\infty G^2(f) df \text{ maximale} \Leftrightarrow \overline{\Delta\phi_A^2} \text{ minimale} \\ P_B = \int_0^\infty G^2(f) df \text{ minimale} \Leftrightarrow \overline{\Delta\phi_B^2} \text{ maximale} \end{cases}$$

un compromis est généralement choisi en fonction des performances requises pour cet amplificateur.

Comme la fréquence de sortie est liée à $\Delta\phi$ par :

$$\Delta f = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} (\Delta\phi)$$

et qu'il était possible de définir une dérivée en moyenne quadratique on a :

$$(V.30) \quad \overline{\Delta f^2} = \frac{1}{4\pi^2} \overline{\left[\frac{d}{dt} \Delta\phi \right]^2} = \left(f_0 \frac{V_0}{V_o} \right)^2 \overline{\left[\frac{d}{dt} \Delta V_o \right]^2}$$

Bien que ces bruits aient des répartitions spectrales uniformes ; seules les composantes qui couvrent la bande de bruit des circuits et principalement celle de la cavité d'entrée, perturberont le signal tant en amplitude qu'en fréquence.

Mais ces bruits ne sont pas les seuls avec lesquels il faille compter l'effet de scintillation, dont la répartition est essentiellement confinée vers les très basses fréquences, est certainement celui qui joue un rôle prépondérant dans le bruit de fréquence.

En effet, bien qu'une théorie correcte de ce bruit reste à faire, on a vu que le générateur de NORTON équivalent était de la forme :

$$\overline{U^2} = C \frac{I_0^m}{F^m} \Delta F$$

or les mesures faites par différents auteurs sur la fonction de répartition du bruit de fréquence :

$$\overline{\Delta f^2} / \text{Hz} = g(F)$$

.../...

donnent un ensemble de courbes, qui en première approximation sont compatibles avec la forme F^{-n} avec $1 \leq n \leq 2$ ou encore $1/(1+m^2) F^2$ avec $m \leq 10^{-4}$ et cela pour des observations dont la durée T est de l'ordre de la m sec.

Ainsi les formes approchées de $g(F)$ suggèrent-elles une corrélation entre le bruit de fréquence et celui de scintillation qui manifeste une distribution analogue.

5-2-3 Stabilité de fréquence dans un oscillateur

Dans une horloge, le pas de la sinusoïde d'oscillation fluctue sous l'effet des chocs électroniques introduits par les diverses sources de bruit, lesquelles peuvent être représentées par une résistance équivalente de bruit R_s .

Si ω_s et a_s sont respectivement la pulsation stabilisée théorique et l'amplitude stabilisée au régime ω_s , la fluctuation de phase que l'on observe au bout d'un temps t sera :

$$(5.2) \quad \overline{\Delta \varphi^2} = \frac{1}{a_s^2} k T R_s \omega_s^2 t = D t$$

où D est ici, le coefficient de diffusion de la phase.

En rapportant cette fluctuation à la période théorique T_s .

$$\frac{\overline{\Delta \varphi^2}}{2} = D T_s \rightarrow D = \frac{\overline{\Delta \varphi^2}}{T_s^2}$$

où $\overline{\Delta \varphi^2}$ est le carré de l'écart quadratique moyen subi par la phase durant T_s .

A l'aide d'un circuit discriminateur ayant une mémoire τ , l'écart relatif de fréquence qui sera observé durant τ est :

$$\frac{\Delta f_\tau}{f_s} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\overline{\Delta \varphi^2}}{\tau^2 f_s}}$$

alors que la largeur de raie qui serait observée si τ était infini a pour valeur :

$$\Delta f_\infty = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\overline{\Delta \varphi^2}} f_s = \frac{D}{2\pi}$$

ou encore $\Delta f_r = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\Delta f_\infty}$

relation qui

conduit à l'inégalité $\Delta f_r \gg \Delta f_\infty$ dont le premier membre traduit la fluctuation du fondamental sous l'effet des irrégularités locales du signal alors que le second n'est autre que la "largeur optique" du signal dans laquelle le fondamental de FOURIER n'intervient plus.

Pour appliquer le notion classique de rapport "signal sur bruit" aux variations d'amplitude d'un auto-oscillateur, il faut faire une restriction sur la nature du bruit qui doit intervenir dans ce rapport S/B. En effet le bruit d'un auto-oscillateur est constitué de deux composantes, l'une aléatoire et incohérent avec le signal alors que l'autre est périodique et cohérente; aussi le S/B qui définit l'apport de la source, doit-il être obtenu en ne comptant que le seul bruit incohérent avec S.

- Auto-oscillateur à klystron reflex.

Dans ce tube, à trois électrodes actives (grille, anode, et réflecteur) des modulations de vitesse et d'intensité, donc de fréquence, seront le fait des sources et par là inévitables. Si les trois sources sont indépendantes, sans corrélation entre elles on aura :

a) modulation erratique de vitesse au niveau de la cavité "rassomblau" qui sera imputable à la source d'anode.

b) modulation erratique de la profondeur de pénétration du faisceau dans l'espace retardateur qui sera le fait de la source du réflecteur.

c) modulation erratique de l'intensité de faisceau par modulation de la transparence de la grille dont sera responsable la source de grille.

Comme dans un klystron reflex le temps de transit est proportionnel à la vitesse d'entrée dans l'espace retardateur et à la profondeur de pénétration des électrons dans ce dernier ; les deux premières modulations parasites entraîneront directement des modulations de fréquence, alors que la troisième contribuera à renforcer le bruit thermique d'amplitude présent dans le circuit d'entrée.

Si ces sources ont entre elles une certaine corrélation, le résultat de plusieurs modulations de fréquence peut se traduire par un spectre dissymétrique.

.../...

Les sources du bruit interne au tube (électrodes rigoureusement stabilisées) sont sensiblement les mêmes que celles d'un tube amplificateur klystron ou T.P.O. à ceci près qu'il faut ajouter un bruit supplémentaire de répartition ou de partage du à la grille, lequel est d'autant plus important que la transparence χ de la grille est faible et comme il n'est pas corrélé avec les bruits SCHOTTKY et JOHNSON il s'ajoute quadratiquement à ces derniers. Il convient aussi de parler des phénomènes d'hystérésis électronique, dus aux temps de transit multiples ou à des variations du courant moyen réfléchi par modification de la charge, et dont l'effet néfaste apparaît sous la forme d'un brusque changement de la phase d'accrochage.

Cependant c'est l'effet de scintillation qui apporte la plus grande contribution au bruit de ce tube, mais le calcul en est rendu difficile par le fait que le fonctionnement en régime d'auto oscillation permanent relève des lois des systèmes non linéaires et cette non linéarité en permettant le mélange des fluctuations de diverses fréquences complique le problème.

Si expérimentalement nous pouvons déterminer la distribution du bruit d'amplitude non cohérent il nous sera toujours possible de représenter le tube par un générateur de bruit équivalent soit du type JOHNSON, soit du type SCHOTTKY.

$$\overline{e^2} = 4 k T R_{eq} \int f \quad \text{ou} \quad \overline{I^2} = 2e I_0 T_{eq}^2 \int f$$

où R_{eq} et T_{eq}^2 sont des fonctions de la fréquence tenant compte de la répartition spectrale du bruit.

5-2- 4 Bruits dans un tube à propagation d'ondes

En reprenant les notations de PIERCE données dans la première partie, les variations de vitesse et de courant de convection à l'entrée de l'hélice ($z=0$) ont pour expressions :

$$\Delta V_0 = \sqrt{2 \Delta V_m^2} \cos \omega_f \frac{z_0}{V_0}$$

$$\Delta I_0 = -j \sqrt{2 \Delta V_m^2} \frac{I_0}{V_0} \frac{\omega}{\omega_f} \sin \omega_f \frac{z_0}{V_0}$$

où $\overline{\Delta V_m^2} = \frac{2 e V_0}{I_0} \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 (T^2)_{\max}$ est la valeur maximale atteinte à $z = -z_0$ dans l'espace cathode-entrée de l'hélice, par la fluctuation de vitesse due à l'effet SCHOTTKY.

Si ces deux relations sont conjointement rendues nulles, le bruit de fréquence du tube sera maximal, car alors il ne dépendra que du seul bruit thermique du circuit d'entrée.

Avec R comme résistance carrée de couplage onde-faisceau et $\Delta V_o = \Delta I_{c_o} = 0$ le champ dû au bruit thermique vaut :

$$\text{à l'entrée } E_o = \sqrt{2 k T R \, df} \quad \text{et à la sortie } E_s = \sqrt{G} E_o$$

Si G est le gain en puissance de ce tube.

Ce bruit d'amplitude superposé au signal donnera bien à un bruit de fréquence ainsi que nous l'avons montré ci-dessus en utilisant le développement de RICE. Supposons maintenant que la corrélation entre ces deux relations ne soit pas exactement réalisée pour $z = 0$, alors les deux cas peuvent se présenter

$$\Delta I_{c_o} \neq \Delta V_o = 0 \quad \text{et} \quad \Delta V_o \neq \Delta I_{c_o} = 0$$

mais ils apportent tous les deux leur contribution au bruit de fréquence dans le premier cas ce sera par l'action indirecte de la fluctuation de courant, qui induit dans le circuit d'entrée un bruit thermique ; alors que dans le second cas la phase de sortie est directement dépendante de la fluctuation de vitesse par l'intermédiaire du temps de transit moyen.

Si à la sortie du tube, le champ du au bruit SCHOTTKY a pour valeur E_b , le facteur de bruit vaudra d'après WATKINS (11).

$$F = 1 + \left| \frac{E_b}{E_a} \right|^2 = 1 + \frac{1}{2} (4 - \pi) \frac{I_c}{I} \frac{1}{c} B(Z_o, S)$$

$$\text{si } \begin{cases} c = I_o R / 48_o U_o)^{1/3}, \beta_o = \omega / V_o, S = (\omega_p / C \cdot \omega)^2 \\ B = \Delta V_m^2 / \Delta V_a^2 \text{ avec } \Delta V_a^2 = (4 - \pi) e k T_c \, df / m I_o \end{cases}$$

ou ΔV_a fluctuation de vitesse au point où le potentiel accélérateur s'annule sous l'effet de la charge d'espace.

T_c et T étant respectivement les températures thermodynamiques de la cathode et du tube.

De ceci il ressort que plus les fluctuations de vitesse et de courant ($\Delta V_o, \Delta I_{c_o}$) seront finement corrélées à l'entrée de l'hélice ($z = 0$).

milleux sera le tube.

.../...

5-3 Distorsions introduites par les T.M.V.

En l'absence de modulations parasites sur leur anode accélératrice les T.M.V. de part la nature même de leur mécanisme interne introduisent une modulation sinusoïdale du temps de transit.

C'est cette caractéristique commune qui sera la cause principale des distorsions de phase (ou de fréquence) dont seront affectés les signaux porteurs d'une modulation de fréquence qui transiteront par ces tubes.

Au chapitre IV nous avons calculé la distorsion introduite par un quadripôle à temps de transit variable (feeder désadapté) avec propagation à double trajet).

Appliquons ces résultats aux T.M.V. dont le temps de transit rapporté à l'instant t_1 , d'entrée dans le "gap" rassembleur est :

$$\tau = \tau_0 (1 - \mu \sin \omega_0 t_1)$$

alors que celui du feeder était :

$$\tau = \tau_0 (1 - 2 \mu \cos (2 \omega_0 t_1 - \psi))$$

Si le signal entrant était modulé en phase par l'information

$$\phi(t) = m \sin \Omega t$$

la pulsation à l'entrée du "gap" qui module τ devenait

$$\omega_c = \omega_0 + \phi'(t) = \omega_0 + m \Omega \cos \Omega t$$

quant à la pulsation de sortie, exprimée par rapport à l'origine des temps à l'entrée, nous avons vu qu'elle s'écrivait :

$$\omega_s = \omega_0 + m \Omega \cos \Omega (t - \tau_0) - 2 \mu \Omega \sum_{n=0}^{\infty} n J_n (2m \sin \Omega \tau_0) \sin (n \Omega (t - \tau_0) - \psi)$$

en posant $\mu=2$ et $\sin \omega_0 t_1 = \cos(2\omega_0 t_1 - \psi)$ la distorsion introduite par un T.M.V. sur une onde M.P. s'écrira :

$$X = -\mu \Omega \sum_{n=0}^{\infty} n J_n (2m \sin \Omega \tau_0) \sin \left((n+1) \frac{\pi}{2} - \omega_0 t_1 \right) \sin n \Omega (t - 2\tau_0)$$

Mais cette modulation $m \sin \Omega t$, que nous avons supposé exister en amont du tube, pourrait aussi bien être générée à l'intérieur de ce dernier ; par exemple, par une modulation de la tension accélératrice W_0 . Dans ce cas la modulation de pulsation qu'il subirait une onde pure serait :

$$\Delta \omega(t) = m \Omega \cos \Omega (t - \tau_0) + X$$

.../...

$$\Delta\omega(t) = m \Omega \cos \Omega (t - \tau_c) + X$$

avec pour indice de modulation $m = \omega_0 \cdot \frac{1}{2} \tau_c \cdot \frac{\Delta V_0}{V_0} \neq \omega_0 \tau_c \mu$

Expression comprenant un terme de modulation et un terme de distorsion de cette modulation, lequel d'ailleurs précise l'approximation faite au paragraphe concernant la modulation.

Supposons maintenant que cette modulation renferme un certain nombre de pulsations sinusoïdales.

$\phi(t) = m_1 \sin \Omega_1 t + m_2 \sin \Omega_2 t \dots m_q \sin \Omega_q t$
que l'on ait affaire :

- à une modulation extérieure complexe à spectre symétrique où

$\Omega_p \neq k\Omega_q$ pour k, p et q entiers.

- à une modulation récurrente développée en série de FOURIER à spectre dissymétrique où $\Omega_p = n\Omega_q$ avec n entier (modulation extérieure ou intérieure).

Les mêmes calculs s'appliquent et l'on obtient comme pulsation de sortie :

$$\begin{aligned} \omega_s &= \omega_0 + m_1 \Omega_1 \sin \Omega_1 t + m_2 \Omega_2 \cos \Omega_2 t \dots m_q \Omega_q \cos \Omega_q t \\ &- \mu \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} \sum_{n_q=-\infty}^{\infty} (n_1 \Omega_1 + n_2 \Omega_2 \dots n_q \Omega_q) \\ &\cdot J_{n_1}(a_1) J_{n_2}(a_2) \dots J_{n_q}(a_q) \\ &\cdot \sin \left[q(n_1 + n_2 \dots n_q) \frac{\pi}{2} - \omega_0 t_1 \right] \\ &\cdot \sin \left[(n_1 \Omega_1 + n_2 \Omega_2 \dots n_q \Omega_q) (t - \tau) \right] \end{aligned}$$

Avec $a_i = 2m_i \sin \Omega_i \tau$ et en exprimant $\omega_s(t)$ par rapport à l'instant de sortie et non à celui de l'entrée, en posant $t_s = (t_e - \tau)$ cette formule généralise la précédente.

Si le T.M.V. est un tube à propagation d'ondes ces résultats sont directement applicables attendu que pour ces derniers l'absence de fréquence d'accord est une bande passante importante font que l'ensemble des raies des spectres entrant et sortant est transmis.

Mais pour les klystrons deux troncatures de spectre peuvent être opérées :

.../...

- l'une par la cavité d'entrée qui filtre le spectre de la modulation entrante.

- l'autre par la bande globale de transmission de toutes les cavités, lesquelles filtrent la modulation entrante ainsi que la distorsion engendrée et cela à des instants différents et avec des bandes différentes.

De plus dans les klystrons multicavités, par remodulation, les derniers espaces d'interaction peuvent imposer plusieurs modulations de vitesse, de profondeurs différentes, d'où un spectre très complexe.

INCIDENCES SUR LES QUALITES DU FAISCEAU

Ce chapitre examine les diverses incidences que des modulations parasites de fréquence (ou de phase) peuvent avoir sur les qualités du faisceau sortant d'un accélérateur linéaire affecté de telles modulations. Les qualités de ce faisceau d'intensité moyenne $\bar{I}_0$ pouvant s'exprimer par l'énergie moyenne V acquise par les particules accélérées, par la répartition spectrale de ce courant en fonction de l'énergie ainsi que par les fluctuations basses fréquences du maximum de densité spectrale. Nous donnerons tout d'abord les relations classiques relatives à l'énergie et à la phase dans une structure à impédance constante en régime de synchronisme, ou non. Ces résultats pouvant ensuite être étendus au cas des structures d'ORSAY qui sont faites de tronçons à impédance constante mais de valeurs différentes, afin d'avoir un champ E_z pratiquement constant. Les effets dus au non-synchronisme seront rapprochés de ceux introduites par des dérivées de phase ou des modulations lentes de fréquence. Quant aux modulations rapides de fréquence, elles feront intervenir des régimes transitoires de phase qui se propageront à la vitesse de groupe moyenne V_{gm} de la structure composite.

6.1 ENERGIE ET PHASE EN REGIME SYNCHRONE

Dans un accélérateur linéaire à structure quelconque, le champ total $E_t(z,t)$ à l'abscisse z s'exprime sous la forme de deux termes

$$(VI_1) \quad E_t(z,t) = E_a(z,t) + E_i(z,t)$$

ou E_a est le champ accélérateur en l'absence de faisceau et E_i le champ induit dans la structure par le courant accéléré. Que ce soit dans les accélérateurs ou dans les tubes hyperfréquences à modulation de vitesse du type T.F.O., l'étude de l'interaction onde-faisceau montre que ce champ induit E_i résulte de la composition de deux ondes inverses, l'une directe qui se propage dans le

même sens que l'onde appliquée et cela avec une constante de propagation de phase $\beta = \omega/V_\phi$, alors que l'autre, qui est rétrograde se propage à la vitesse V_e du faisceau, donc avec une constante de phase $\beta_e = -\omega/V_e$. Mais comme dans un "linéaire" à électrons le faisceau est ultra-relativiste ($V_e \neq c$) et que la structure périodique à ondes lentes est telle que $V_\phi = c$, les deux ondes de charge d'espace ont, au signe près, la même vitesse de phase. Si la structure est uniforme, son impédance série R est constante en z et si d'autre part sa constante de propagation qui comporte un terme d'affaiblissement a pour valeur $\gamma = \alpha - j\beta$; en négligeant l'onde rétrograde dont l'amplitude est faible devant celle de l'onde appliquée, on exprime le champ total sous la forme.

$$(VI_2) \quad E_t(z) = \left\{ E(z) + \frac{RI(z)}{2(\gamma - j\beta_e)} \right\} e^{-\gamma z} - \frac{RI(z)}{2(\gamma - j\beta_c)} e^{-j\beta_e z}$$

Pour un faisceau ayant une densité de courant d'amplitude i formé de paquets dont l'extension en phase $\theta = \omega\tau$ est telle que $\tau \ll T$; la composante fondamentale de pulsation $\omega = 2\pi/T$ a pour valeur

$$i_1 = 2 \bar{i} = 2 i \tau / T$$

ou $\bar{i}$ est la valeur moyenne temporelle de la densité de $i(t)$ sur la période T de succession des paquets.

En négligeant les termes harmoniques d'ordres supérieurs et en supposant que la densité de courant est uniforme dans une section droite du faisceau on peut écrire que l'intensité du courant accéléré vaut :

$$I(t, z) \approx I_1(t, z) = \bar{I} \{ 1 + 2 e^{j(\omega t - \beta_e z)} \}$$

Mais l'expression générale de l'énergie V acquise par chaque particule sur une longueur ℓ d'accélération s'écrit :

$$V = \frac{1}{\bar{I}} \oint_{\partial V} E(z) \bar{I}^\vee(z) dz \quad \text{en e.v}$$

En tenant compte qu'au voisinage de synchronisme $V_e \approx V_\phi$ et en utilisant dans cette relation les expressions de $E_T(z)$ et $I(z)$, on obtient :

$$(VI_3) \quad V = E_0 \int_0^{\ell} \Re e \left[\frac{1 - e^{-(\gamma - j\beta_e)z}}{(\gamma - j\beta_e)} \right] dz - \mathcal{K} I \int_0^{\ell} \left[1 - \Re e \left(\frac{1 - e^{-(\gamma - j\beta_e)z}}{(\gamma - j\beta_e)} \right) \right] dz$$

ou $\mathcal{K} = \frac{R}{2\alpha} = -E^2 \frac{dn}{dz}$ est l'impédance shunt linéique de la structure et E_0 le champ appliqué en $z = 0$

Lorsqu'il y a synchronisme entre le faisceau et l'onde la condition suivante est réalisée :

$$\beta_e = -\beta + \gamma - j\beta_e = \alpha$$

En supposant que le faisceau soit bien guidé $I(z) = I_0$ et que les paquets qui le constituent "voient" le champ maximal $E = E_0$ on a :

$$E_T = E_0 e^{-\alpha z} - I_0 (1 - e^{-\alpha z})$$

$$(VI_4) \quad V = \int_0^{\ell} E(z) dz = E_0 \int_0^{\ell} \left(\frac{1 - e^{-\alpha z}}{\alpha} \right) dz - \mathcal{K} I_0 \int_0^{\ell} \left\{ 1 - \frac{1 - e^{-\alpha z}}{\alpha} \right\} dz$$

ces relations classiques s'appliquent aussi au cas où le faisceau synchrone est calé sur le flanc de l'onde accélératrice, soit ϕ_0 l'angle de calage pris relativement à la crête (champ maximal E_0)

$$(VI.5) \quad V = E_0 \int_0^{\ell} \cos \phi_0 \left(\frac{1 - e^{-\alpha z}}{\alpha} \right) dz - \mathcal{K} I_0 \int_0^{\ell} \left(1 - \frac{1 - e^{-\alpha z}}{\alpha} \right) dz$$

En décomposant le champ électromagnétique en deux composantes, l'une E_1 en phase avec le faisceau et l'autre E_2 en quadrature de phase avec ce dernier, G.A.LOEW (12) montre que la phase des particules par rapport au champ n'est pas constante en z et quelle varie selon :

$$(VI_6) \quad \text{tg } \Phi(z) = \frac{t_g \Phi_0}{1 - \frac{\lambda I_0}{E_0 \cos \Phi_0} \{e^{-\alpha z} - 1\}}$$

Si nous exceptons le cas d'une structure sans pertes ($\alpha \neq 0$, structure supra-conductrice) cette relation montre qu'au synchronisme la phase relative onde-faisceau $\Phi(z)$ ne restera constante le long de z que si $\Phi_0 \equiv 0$. Or ceci est important pour la détermination d'un système de calage automatique de phase, devant fonctionner avec une large dynamique de courant, car l'un des signaux de comparaison est généralement prélevé en sortie de section accélératrice à $z = l = 6$ mètres. D'autre part, en l'absence de variation de fréquence (synchronisme) la phase Φ_0 peut ne pas être constante d'impulsions à impulsions, sous l'influence de facteurs divers comme les fluctuations des sources alimentant les klystrons ("jitter" d'amplitude de la THT), les variations des paramètres internes de ces derniers ainsi que celles des lignes de transmission ... etc, d'où un $\Phi(z) \neq 0$. La dispersion relative de l'énergie de sortie $\Delta V/V$ dépendra donc de la valeur de l'intervalle $\{0, \pi/2\}$, cette dispersion sera comprise entre les deux limites suivantes

$$(VI_7) \quad \frac{\Delta V}{V} \Big|_{\Phi_0=0} = \frac{\int_0^l E(z) dz - \int_0^l E(z) \cos \theta dz}{\int_0^l E(z) dz} \quad \neq \quad \frac{\theta^2}{8}$$

$$(VI_8) \quad \frac{\Delta V}{V} \Big|_{\Phi_0=\pi/2} = \frac{\int_0^l E(z) \sin(\theta/2) dz - \int_0^l E(z) \sin(-\theta/2) dz}{\int_0^l E(z) \sin(\theta/2) dz} = \theta$$

en exprimant θ en radians

✓ Φ_0 , en effet pour une extension en phase $\theta = \omega t$ constante et avec un angle de calage Φ_0 qui peut prendre toutes les valeurs de

6.2 ENERGIE ET PHASE EN REGIME NON SYNCHROME

Il y a non synchronisme, lorsque la vitesse du faisceau ultra-relativiste diffère quelque peu de la vitesse de phase de l'onde ; ceci apparait soit lorsque la structure est désaccordée sous l'effet d'une variation de sa température soit parce que la fréquence de l'onde appliquée s'est écartée de la valeur nominale f_0 donnant une vitesse de phase $V_\phi = c$.

La phase relative entre l'onde et le faisceau varie le long de l'axe z , même en l'absence de charge de faisceau ($I \approx 0$), ainsi pour une structure à géométrie uniforme

$$\left(\frac{\delta \alpha}{\delta z} = \frac{\delta r}{\delta z} \equiv 0 \right) \quad \text{on aura}$$

$$\Phi(z, \omega) = \Phi_0 + \omega \left(\frac{z}{c} - \int_0^z \frac{dz}{v_\psi} \right) = \Phi_0 + z (\beta_e - \beta_\omega) = \Phi_0 + z \delta$$

Et comme les composantes du champ total vérifient le système d'équations différentielles couplées suivant :

$$\begin{cases} \frac{dE_1}{dz} = -\alpha E_1 - r \alpha I_0 - E_2 \delta \\ \frac{dE_2}{dz} = -\alpha E_2 + E_1 \delta \end{cases} \quad \text{avec les conditions}$$

initiales $E_1 = E_0 \cos \Phi_0$ et $E_2 = E_0 \sin \Phi_0$ pour $z = 0$ on obtient les expressions donnant l'énergie et la phase le long de z

$$\begin{aligned} (VI_9) \quad W(l) = E_0 \, l \, k \, \cos \Phi_0 \cdot \left\{ \frac{1 - \frac{\delta}{\alpha} \operatorname{tg} \Phi_0 - e^{-\alpha l} \{ \cos l \delta \cdot (1 - \frac{\delta}{\alpha} \operatorname{tg} \Phi_0) - \sin l \delta \cdot (\operatorname{tg} \Phi_0 + \frac{\delta}{\alpha}) \}}{\alpha l} \right. \\ \left. - \frac{m}{\cos \Phi_0} \left\{ 1 - K \frac{(1 - \frac{\delta^2}{2}) - e^{-\alpha l} \{ \cos l \delta (1 - \frac{\delta^2}{2}) - 2 \frac{\delta}{\alpha} \sin l \delta \}}{\alpha l} \right\} \right\} \\ (VI_{10}) \quad \operatorname{tg} \Phi(z) = \frac{E_1}{E_2} = \frac{\operatorname{tg} (\Phi_0 + z \delta) - \frac{m}{\cos (\Phi_0 + z \delta)} \left\{ \frac{\delta}{\alpha} e^{\alpha z} - \sin z \delta - \frac{\delta}{\alpha} \cos z \delta \right\}}{1 - \frac{m}{\cos (\Phi_0 + z \delta)} \left\{ e^{\alpha z} + \frac{\delta}{\alpha} \sin z \delta - \cos z \delta \right\}} \end{aligned}$$

avec $m = \frac{\kappa I_0}{E_0}$, $K = \alpha^2 / \alpha^2 + \delta^2$ et $\delta = (\beta_e - \beta_\omega)$

Si pour un δ donné on recherche la valeur de Φ_0 correspondant à $\frac{\delta V}{\delta \Phi_0} = 0$,

pour laquelle l'énergie fournie est maximale ; on obtient une valeur optimale Φ_0 opt indépendante du courant I_0 , qui est définie par la relation :

$$(VI_{11}) \quad \Phi_0 \text{ opt} = \text{Arc tg} \frac{\sin l\delta + \frac{\delta}{\alpha} \{\cos l\delta - e^{\alpha l}\}}{\frac{\delta}{\alpha} \sin l\delta - \cos l\delta + e^{\alpha l}}$$

Pour une charge de faisceau non négligeable ($I_0 \neq 0$) mais avec un δ très petit, de telle sorte que l'on puisse négliger les termes du second ordre en δ (condition qui entraîne que le développement de β_ω peut-être limité au premier ordre), les relations ci-dessus se simplifient ; soit pour les composantes de champ.

$$E_1(z) = E_0 \cos(\Phi_0 + z\delta) e^{-\alpha z} - \kappa I_0 (1 - e^{-\alpha z})$$

$$E_2(z) = E_0 \sin(\Phi_0 + z\delta) e^{-\alpha z} - \frac{\delta}{\alpha} \kappa I_0 (1 - e^{-\alpha z}) - \kappa I_0 e^{-\alpha z} \sin z\delta$$

et pour l'énergie acquise en $z = l$

$$(VI_{12}) \quad V(l) = E_0 K l \cos \Phi_0 \left\{ \frac{\left[1 - \frac{\delta}{\alpha} \text{tg} \Phi_0 - e^{-\alpha l} \{ \cos l\delta (1 - \frac{\delta}{\alpha} \text{tg} \Phi_0) - \sin l\delta (\text{tg} \Phi_0 + \frac{\delta}{\alpha}) \} \right]}{\alpha l} - \frac{m}{\cos \Phi_0} \left\{ 1 - \frac{1-l}{\alpha l} e^{-\alpha l} \right\} \right\}$$

Ainsi pour le champ, le non-synchronisme se traduit donc par un déphasage relatif $\tilde{\Phi}_0 = \Phi_0 + z\delta$ variant linéairement en z et par des termes de champ

induit, proportionnels à l'angle linéique de glissement δ , qui affectent la composante E_2 de ce champ. Quant à l'énergie elle comporte encore deux termes distincts ; le premier n'est autre que la valeur à vide $V_0(\Phi_0, \delta)$ fonction de Φ_0 et δ , alors que le second qui est lié à la charge du faisceau, est indépendant de ces deux paramètres.

Au chapitre IV nous avons vu qu'autour de la pulsation ω_0 du synchronisme, pour laquelle $\beta_{\omega_0} = \beta_e$, le développement de β_ω pouvait s'écrire.

$$\beta_\omega = \beta_{\omega_0} + \Delta\omega \left. \frac{d\beta}{d\omega} \right|_{\omega_0} + \frac{1}{2} \Delta\omega^2 \left. \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} + \dots$$

comme $\frac{d^2\beta}{d\omega^2} \approx 0$ pour de relativement larges excursions de $\Delta\omega$ autour de la valeur ω_0 , on a :

$$(VI\ 13) \quad \delta = \beta_\omega - \beta_e \approx - \Delta\omega \left. \frac{d\beta}{d\omega} \right|_{\omega_0} = - \frac{\Delta\omega_0}{Vg_0} = - \frac{2\pi}{Vg_0} \Delta f$$

valeur qui restera petite tant que l'excursion de $\Delta\omega$ ne fera pas apparaître des termes de distorsion harmonique d'ordre deux. Sous cette réserve, la relation (VI 12) nous permet de tracer le réseau de $V_0(\Phi_0, \delta)$ rapporté, soit à la valeur maximale de (VI 9) obtenue avec une structure à géométrie constante, au synchronisme, avec $I_0 = 0$ et $\Phi_0 = 0$, soit à la valeur maximale obtenue avec une structure à champ constant aux mêmes conditions.

Nous pouvons appliquer ces résultats littéraux à une structure réelle du type de celles utilisées sur le linéaire d'ORSAY afin d'en déterminer numériquement les caractéristiques de phase $\Phi(z, \delta)$ et d'énergie $V(\Phi_0, \delta)$ ou non-synchronisme.

En particulier pour le type "60 MΩ", structure faite de tronçons différents à impédance constante ($\partial Vg / \partial z = \partial \alpha / \partial z \equiv 0$) raccordés par des tronçons de transition à caractéristiques c/Vg (ou α) linéaires en z , le graphique N°42 nous montre d'ailleurs comment la phase $\Phi(z, \delta)$ varie le long d'une section accélératrice de longueur $L = 6$ mètres, du type "60 MΩ" et cela pour un régime non synchrone et sans charge de faisceau. On notera que la variation non linéaire

de $\Phi(z, \delta)$ tient seulement au fait que $c/v_g(z)$ est une fonction escalier croissante sur L et cela avec un c/v_g moyen égale à 35. Si l'on rapporte l'énergie de cette section, lorsqu'elle est à vide, en régime non-synchrone et pour une phase d'entrée Φ_0 quelconque à l'énergie que fournirait une section à champ constant E_0 , de même longueur, on obtient le rapport.

$$\zeta(\Phi_0, \delta) = \frac{V(\Phi_0, \delta)}{E_0 L}$$

qui peut se calculer si l'on considère que les tronçons de transition se comportent comme des tronçons d'impédance constante avec un c/v_g moyen tel que $\alpha = \frac{\pi f_0}{cQ} \cdot \left(\frac{c}{v_g}\right) = -\text{Log} \frac{(1-2\alpha_0 \ell)}{2\ell}$

ou $\alpha_0 = \alpha$ à l'entrée du tronçon et ℓ la longueur de ce dernier. Le gain d'énergie que le faisceau acquiert à la traversée d'un tronçon est, au synchronisme.

$$\Delta V_n = E_0 \cos \Phi_0 \left(\frac{1 - e^{-\alpha_n \ell_n}}{\alpha_n} \right)$$

et lorsque l'on est en régime non-synchrone, ce gain vaut :

$$\Delta V_n(\delta_n) = E_0 K \cos \Phi_0 \left\{ \frac{1 - \frac{\delta}{\alpha} \text{tg} \Phi_0 - e^{-\alpha_n \ell_n} \{ \cos \ell_n \delta_n (1 - \frac{\delta}{\alpha} \text{tg} \Phi_0) - \sin \ell_n \delta_n (\text{tg} \Phi_0 + \frac{\delta}{\alpha}) \}}{\alpha_n} \right\}$$

en notant que $\frac{\delta}{\alpha}$ et K sont deux paramètres indépendants du tronçon considéré et ne dépendent que de l'écart de fréquence δf , en effet on a :

$$\delta = -\frac{2\pi}{c} \left(\frac{c}{v_g}\right) \delta f, \quad \alpha = \frac{\omega}{2v_g Q} = \frac{\pi}{c} f_0 \cdot \left(\frac{c}{v_g}\right) \quad \text{et} \quad K = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \delta^2} = \frac{1}{1 + (\delta^2/\alpha^2)}$$

Ainsi pour une section de N tronçons, de longueur $L = \sum_{n=1}^N \ell_n$ on aura, au synchronisme.

$$V_N = E_0 \cos \Phi_0 \sum_{n=1}^N \left(\frac{1 - e^{-\alpha_n \ell_n}}{\alpha_n} \right) \quad \text{avec} \quad 1 \leq n \leq N$$

et au non-synchronisme.

(VI.14)

$$V(\delta) = E_0 K \sum_{n=1}^N \cos(\phi_0 + \chi_n) \frac{1 - \frac{\delta}{\alpha} \operatorname{tg}(\phi_0 + \chi_n) - e^{-\alpha_n l_n} \{ \cos l_n \delta_n (1 - \frac{\delta}{\alpha} \operatorname{tg}(\phi_0 + \chi_n)) - \sin l_n \delta_n (\operatorname{tg} \phi_0 + \chi_n + \frac{\delta}{\alpha}) \}}{\alpha_n}$$

avec $\chi_n = \sum_{k=0}^{n-1} l_k \delta_k$ et $l_0 \delta_0 = 0$

soient les rapports :

$$\left\{ \begin{array}{l} \zeta(\phi_0) = \frac{V_N}{E_0 L} = \frac{1}{L} \sum_{n=1}^N \left(\frac{1 - e^{-\alpha_n l_n}}{\alpha_n} \right) = \\ \zeta(\phi_0, \delta) = \frac{V_N(\delta)}{E_0 L} \end{array} \right. \text{ qui nous est donné par le graphique N° 14}$$

6.3 CARACTERISTIQUES DU FAISCEAU - INFLUENCES SUR LE SPECTRE

6.3.1 Causes d'élargissement du spectre

L'élargissement d'un spectre énergie-courant d'un faisceau est généralement dû à des causes diverses et concomitantes, mais pour les analyses il convient de les séparer "virtuellement" afin d'en préciser les mécanismes. Ces causes peuvent être classées en deux groupes distincts ; celles qui présentent un caractère permanent et par là affectent la largeur absolue du spectre, ce sont :

- Les imperfections mécaniques de fabrication de la structure
(variations de la périodicité, fluctuation des cotes...)

- l'extension en phase des paquets à l'entrée de la structure à $V\phi = c$ et celles qui par leur caractère temporaire entraînent des dérives et des fluctuations du spectre et de son maximum, ce sont :

- Les instabilités d'impulsion à impulsion
- Le régime transi dû à la charge du faisceau
- Les dérives lentes de certains paramètres (amplitude, phase d'entrée, fréquence, guidage...etc)
- les modulations d'amplitude, de phase ou de fréquence en régime quasi-stationnaire.
- Les modulations rapides avec des régimes transit de propagation.

6.3.2 Dispersions de phase et d'énergie à caractère permanent

Comme l'étude de ces caractéristiques se situe hors de notre propos nous rappellerons donc brièvement les mécanismes qui génèrent ces dispersions

a) Imperfections mécaniques

Que ce soit dans une structure uniforme ou à gradient constant, les tolérances de réalisation et d'accord des cavités font que par le mode de fonctionnement désiré, l'ensemble des points de réglage du diagramme de BRILLOUIN couvre un certain domaine du plan $(\omega, \beta H)$ autour du point théorique $(\omega_0, 2\pi/k)$ avec $k = (2, 3, 4)$.

Dérivons la relation $V\phi = \omega/\beta$ donnant la vitesse de phase, soit :

$$\frac{dV\phi}{d\omega} = \frac{1}{\beta} - \frac{\omega}{\beta^2} \frac{d\beta}{d\omega} = \frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{V\phi}{V_g} \right)$$

mais $V\phi = c$ et comme $c/V_g \gg 1$, la dispersion de la vitesse de phase s'écrit :

$$\Delta V\phi = \frac{\Delta\omega}{\omega} \left(1 - \frac{V\phi}{V_g} \right) \approx - \frac{\Delta\omega}{\omega} \frac{c}{V_g}$$

Pour un pas H l'écart de phase sera alors

$$\Delta\phi_H = - \frac{2\pi}{k} \frac{c}{V_g} \frac{\Delta\omega}{\omega}$$

Si a , b et d sont les paramètres dimensionnels classiques de la structure et H son pas, l'écart global de phase aura pour expression.

$$(VI.15) \Delta\phi^2 = \left\{ \left(\frac{\delta\phi}{\delta 2a} \right) \Delta(2a) \right\}^2 + \left\{ \left(\frac{\delta\phi}{\delta 2b} \right) \Delta(2b) \right\}^2 + \left\{ \left(\frac{\delta\phi}{\delta H} \right) \Delta H \right\}^2 + \left\{ \left(\frac{\delta\phi}{\delta d} \right) \Delta d \right\}^2$$

Mais les calculs de ces dérivées partielles à partir de la relation générale de dispersion (WALKINSHAW & KWASIL) (13) donnée dans la première partie, sont trop peu précis pour être exploitables aussi préfère-t-on les déterminer expérimentalement.

b) Extension en phase des paquets.

Le groupement des électrons en paquets élémentaires se faisant dans le "rassembleur", l'extension en phase de ces paquets, dépendra donc en grande partie des quantités de ce dernier. Or comme celui-ci a, en outre, la charge de rendre ultra-relativistes les électrons sortant du canon, la nécessité du synchronisme entre la vitesse de ceux-ci et la vitesse de phase de l'onde E.M, impose que cette partie du guide, aie une structure variable ; d'où une raison supplémentaire de dispersion de phase et d'énergie.

Pour un paquet centré, de densité uniforme et d'extension en phase θ nous avons vu que la dispersion en énergie au réglage optimum $\phi_0 = 0$ était proportionnelle au carré de l'extension en phase, mais la densité de charge n'est généralement pas uniforme sur la largeur du paquet ; en effet si l'on analyse expérimentalement le spectre des ondes rayonnées par le faisceau "bunché" et que l'on compare celle-ci à la décomposition en série de FOURIER de répartitions types, en utilisant la méthode des zéros multiples définie et mise au point par R. BERGERE & A.VEYSSIERE (14) on trouve que la répartition longitudinale du paquet peut avoir la forme d'un crêneau arrondi avec une ou deux bosses. Le mouvement oscillatoire longitudinal des électrons qui est responsable de l'extension en phase, peut être décrit à partir de l'équation du mouvement.

$$\frac{d}{dt} \left(m \frac{dx}{dt} \right) = e E_z \left\{ \cos \left(\frac{\omega x}{V\phi} - \phi_0 \right) - \cos \phi_0 \right\}$$

ou m est la masse relativiste de l'électron, soit avec $\beta = v/c$ l'expression :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{(1-\beta^2)^3}}$$

m , E_z , ϕ_0 et $V\phi$ étant des fonctions de z , donc de t . Mais comme les oscillations de phase $\Delta\phi = -\omega_0 x/V\phi$ restent petites l'équation ci-dessus peut s'écrire :

$$\frac{d}{dt} \left(m \frac{dx}{dt} \right) = - e E_z \frac{2\pi}{\lambda_g} x \sin \phi_0$$

ou $\lambda_g = 2\pi/\beta\omega$ avec $\beta\omega =$ constante de phase de l'onde accélératrice. En considérant que les termes m , E_z , $\beta\omega$ et $\sin \phi_0$ varient lentement en z , on traite le problème comme si ces termes étaient des coefficients constants, soit la solution de cette équation différentielle.

$$x = \frac{\alpha}{\{eE_z \beta\omega m \sin \phi_0\}^{1/4}} \cos \left[\int_{t_0}^t \sqrt{\frac{eE_z \beta\omega \sin \phi_0}{m}} dt + \gamma \right]$$

donc le mouvement oscillatoire se fera avec une amplitude

$$A_x = \alpha \{ e E_z \beta\omega m \sin \phi_0 \}^{-1/4}$$

quant à l'amplitude de l'oscillation de la phase autour de l'électron central elle vaudra :

$$\Delta\phi = -\frac{\omega}{V\phi} x = -\alpha \beta\omega \{ e E_z \beta\omega m \sin \phi_0 \}^{-1/4}$$

En affectant aux paramètres ci-dessus les indices e et s relativement aux valeurs prises à l'entrée et à la sortie du rassembleur, on définira un coefficient de groupement par l'expression

$$(VI.16) \quad g_\phi = \frac{A\phi_e}{A\phi_s} = \left(\frac{\beta_e}{\beta_s} \right)^{3/4} \left\{ \frac{E_s m_s \sin \phi_s}{E_e m_e \sin \phi_e} \right\}^{1/4}$$

L'étalement en phase du paquet dépendra donc de ce coefficient de groupement, qui sera fixé par un choix judicieux des valeurs E , β et ϕ

6.3.3 Dispersions de phase et d'énergie dues à des fluctuations du champ

a) Instabilités d'amplitude de l'onde appliquée

Dans un fonctionnement en régime d'impulsions, l'amplitude du champ appliqué peut - être différente d'une impulsion à l'autre, et cela parce que la modulation HT des sources HF (klystrons) n'est pas absolument répétitive en amplitude. La fluctuation ΔU de l'amplitude de la haute tension entraîne une fluctuation de la puissance HF appliquée à la structure, donc du champ accélérateur et comme d'autre part la phase de sortie du klystron est liée au temps de transit dans ce dernier ; elle subit les fluctuations de U_0 et il en résulte que la phase relative onde-faisceau ϕ_0 est elle aussi affectée de fluctuation. Comme on a les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{HF} \approx U^{5/2} \\ E \approx U^{5/4} \\ d\phi = -K \frac{dU}{U} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{dE}{E} = 1,25 \frac{dU}{U}$$

La fréquence étant supposée constante et égale à la valeur f_0 du régime synchrone, la vitesse de phase de l'onde n'est pas modifiée et la dispersion relative d'énergie des fluctuations de U par les paramètres $E(U)$ et $\phi_0(U)$; en effet

$$V = \int_0^L E \cos \phi_0 \, dz = E(U) L \cos \phi_0(U)$$

$$\text{d'où } \frac{dV}{V} = \frac{dE}{E} + \frac{d(\cos \phi_0)}{\cos \phi_0} = \frac{dE}{E} + \operatorname{tg} \phi_0 \, d\phi = \frac{dU}{U} (1,25 - K \operatorname{tg} \phi_0)$$

expression qui peut-être rendue nulle pour une valeur particulière de ϕ_0 telle que :

$$\phi_0 = \operatorname{Arc} \operatorname{tg} 1,25/K$$

mais ceci avec une énergie finale inférieure à la valeur optimale V_0 , d'une quantité

$$(VI.17) \quad \Delta V = - \frac{\phi_0^2}{2} V_0 = - \frac{1}{2} (\text{Arc tg } 1,25/K)^2 V_0$$

Pour les klystrons C.S.F KA 438 utilisés sur l'accélérateur linéaire d'ORSAY et autour de la valeur nominale de haute-tension $U_0 = 250$ KV la constante $K \neq 3,3 \pi$ radians. Lorsque le système modulateur est libre, c'est-à-dire sans dispositif de retro-action avec comparaison, la répartition des ΔU autour de V_0 présente une allure quasi gaussienne avec un taux d'échantillonnage de quelques 80% dans une bande relative $\Delta U/V_0$ de 0,5 %, alors qu'avec un modulateur asservi, cette répartition qui est plus resserrée peut atteindre 95% dans la même bande relative, mais elle présentera une allure dissymétrique, fonction des caractéristiques de la chaîne d'asservissement.

b) Régime transitoire d'affaiblissement du champ par charge de faisceau.

l'affaiblissement progressif du champ HF par le faisceau est certainement la cause principale et fondamentale de la dispersion d'énergie ; son étude a été faite par divers auteurs R.B. NEAL, JE LIESS et L.BURNOD (15) en utilisant des voies différentes mais avec un modèle de guide plus ou moins idéalisé ; à savoir que :

- La vitesse de groupe $V_g = d\omega/d\beta$ est constante pour toutes les composantes de l'impulsion HF (distorsion linéaire de phase).
- le faisceau n'interagit qu'avec la composante fondamentale de l'onde, les effets moyens dus aux harmoniques d'espace et autres modes étant nuls.
- l'intensité du faisceau ne doit pas être trop importante afin de ne pas modifier les caractéristiques de propagation de la structure (V_ϕ , V_g , r et Q)
- le temps de transit des électrons est supposé négligeable devant le temps de propagation de groupe de la structure.
- le faisceau est parfaitement "bunché" ; extension en phase et dispersion de vitesse nulles avec calage rigoureux à $\phi_0 = 0$ et absence de toute modulation de fréquence.

Pour l'étude de ce régime transitoire J.E LIESS considère que la caractéristique de dispersion du mode fondamental du guide accélérateur peut-être approchée par celle d'un modèle constitué par une suite de filtres élémentaires du type T symétrique à K constant, en cascade. Si la fonction de transfert d'une telle structure à q cellules est de la forme :

$$G_q(\omega) = e^{-qT(\omega)} = e^{-\{\alpha(\omega) + j\beta(\omega)\} q}$$

sa réponse à une onde entrante $V_o(\omega)$ sera :

$$V_n(\omega) = V_o(\omega) G_q(\omega)$$

Pour une dispersion linéaire (limitée au premier ordre) telle que

$$\Gamma(\omega) = \Gamma_o + \Gamma'_o (j\omega - j\omega_o)$$

l'inversion de la transformée de LAPLACE de la fonction de transfert s'écrira :

$$G_q(t) = \delta(t - q\Gamma'_o) e^{(j\omega_o - \Gamma_o/\Gamma'_o)t}$$

En admettant que le théorème de superposition des états s'applique on obtiendra la solution des champs avec charge de faisceau en combinant les solutions simples : champ HF sans faisceau et faisceau sans champ HF. Cette dernière solution intervenant par le champ induit, considéré comme la contribution d'une galerie de distributions de DIRAC de courant se répétant à la fréquence ω_o .

Si $\Delta V_o(t - 2\pi h/\omega_o)$ est la perte d'énergie subie par un électron du paquet h entrant à l'instant $2\pi h/\omega_o$, du fait du champ induit par une distribution δ de courant entrée à $t = 0$, l'électron du $k^{i\text{ème}}$ paquet subira la perte d'énergie

$$(VI.18) \quad \Delta V_k = \sum_{h=0}^k \Delta V_o(t - 2\pi h/\omega_o)$$

Cette expression peut-être calculée à partir des paramètres α et β de la structure et en fonction du nombre de paquets h injectés (voir références citées)

6.3.4 Dispersions d'énergie dues à des modulations de fréquence

Dans cette rubrique il nous faudra distinguer trois familles de modulations de fréquence, lesquelles, bien qu'ayant même spécificité, se différencient les unes des autres par leurs caractères de rapidité ou de lenteur relativement à la durée utile τ de l'impulsion hyperfréquence ainsi qu'à celle de la propagation de groupe de l'onde E.M dans la structure accélératrice.

a) Modulations lentes ou dérivées périodiques de fréquence

Ces modulations $\Omega(t)$ sont qualifiées de lentes parce que leurs périodes de récurrence sont grandes devant la période T de répétition des impulsions hyperfréquences et à fortiori devant la durée utile de celles-ci.

S'il en est ainsi la fréquence cyclique $\omega(t)$ peut-être considérée comme constante sur l'intervalle τ et égale à $\omega_0 \pm \delta\omega$, ainsi la répétition à des intervalles T , des impulsions HF, fournira un échantillonnage de la variable $\omega(t)$ autour de sa valeur moyenne ω_0 .

Le pas de cet échantillonnage est évidemment T , la durée de prélèvement de l'échantillon sera τ ; quant à la fréquence cyclique de l'échantillon prélevé sur le $k^{\text{ième}}$ intervalle T , elle aura pour valeur $\omega_0 \pm \delta\omega_k$.

La répartition spectrale des $\delta\omega_k$ autour de ω_0 dépendra à la fois du pas d'échantillonnage T et de l'allure de la modulation $\Omega(t)$ laquelle interviendra par son indice m et sa profondeur $\Delta\omega$. Si il n'y a aucune synchronisation entre la cadence d'échantillonnage et la fréquence de la modulation parasite (rapport non-harmonique entre les périodes) les valeurs échantillonnées $\delta\omega_k$, de l'écart à la moyenne ω_0 de la fréquence cyclique, auront pour borne supérieure la profondeur de modulation maximale $\delta\omega_{\text{max}}$, à laquelle correspondra un élargissement apparent du spectre. En effet bien que la répartition en énergie des paquets d'une impulsion conserve sensiblement la même largeur d'impulsion à impulsion, il y a un glissement du maximum de la densité spectrale vers les basses-énergies et ce à un rythme double de celui de $\Omega(t)$ et d'une quantité ΔV_{eff} qui nous est donnée par la relation de non synchronisme du paragraphe précédent en faisant :

$$\delta = \frac{\omega}{V_e} - \frac{\omega}{V_\phi} \approx \frac{\omega - \omega_0}{V_g} = \frac{\delta\omega}{V_g} \rightarrow \frac{\delta\omega}{V_g} = \delta m$$

Pour de petites valeurs de δ telles que $\delta\omega m/2\pi < 50\text{kHz}$

$$\text{on a : } K = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \delta^2} \approx 1 - \frac{\delta^2}{\alpha^2} + \frac{\delta^4}{\alpha^4} \dots \text{ et si } \phi_0 = 0$$

la valeur de V pour un tronçon de longueur non chargé par le faisceau ($I_0 = 0$), vaudra :

$$|\Delta V_M| = |V_m - \bar{V}_0| < E_0 \ell \left(\frac{1 - e^{-\alpha \ell}}{\alpha \ell} \right) \frac{\delta_M^2}{\alpha^2}$$

Cette majoration reste toujours vraie pour une suite N de tronçons formant une section.

$$(VI.19) \quad |\Delta V_M| < E_0 \frac{\delta_M^2}{\alpha^2} \sum_{n=1}^N \left(\frac{1 - e^{-\alpha \ell_n}}{\alpha \ell_n} \right)$$

b) Modulations de fréquence dans l'impulsion

Alors que précédemment $\omega(t)$ pouvait être considérée comme constante sur la durée utile τ de l'impulsion, ici nous considérons des modulations récurrentes $\Omega(t)$ qui sur cette même durée peuvent décrire tout ou partie de leur cycle, voire même plusieurs cycles. Il s'ensuit donc que pour une profondeur de modulation Δf qui reste bornée à quelques dizaines de Khz, l'indice de modulation m sera toujours inférieur à un et même à $m_0 = 0,28$, valeur pour laquelle le développement en fonctions de BESSEL de l'onde modulée peut se limiter à une porteuse et deux raies latérales seulement, tout comme pour une modulation d'amplitude.

Si $(\omega^\pm \Omega)$ sont les pulsations de ces deux raies latérales, le guide verra conjointement trois ondes se propager.

$$1) E_0 J_0(m) \sin \omega_0 t$$

$$2) E_0 J_1(m) \sin (\omega_0 + \Omega) t$$

$$3) - E_0 J_1(m) \sin(\omega - \Omega)t$$

Si l'électron, qui entre dans une section accélératrice affectée d'une telle modulation, est synchrone avec l'onde de pulsation ω_0 , les phases respectives des raies latérales sont alors de la forme

$$\phi = (\omega_0 \pm \Omega)t - \omega_0 \int_0^z \frac{dz}{v_\phi} = (\omega \pm \Omega)t - \frac{\omega_0}{c} \int_0^z \frac{dz}{1 \pm \frac{c}{v_g} \cdot \frac{\Omega}{\omega_0}}$$

en intégrant et en posant $\omega_0(t - \frac{z}{c}) = \phi_0$ on a :

$$\phi_1 - \phi_0 = \Omega t - \int_0^z \Omega \frac{dz}{v_g} \approx \Omega (t - \tau_g)$$

de même :

$$\phi_2 - \phi_0 + \pi = -\Omega t + \int_0^z \Omega \frac{dz}{v_g} \approx -\Omega (t - \tau_g)$$

soit une différence de phase entre les deux raies latérales :

$$\phi_1 - \phi_2 = \pi + 2\Omega t - 2 \int_0^z \Omega \frac{dz}{v_g} \approx \pi + 2\Omega (t - \tau_g)$$

Avec $t = \phi_0/\omega$ le champ résultant de ces deux raies, prend la forme.

$$2E_0 J_1(m) \sin \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \cos \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} = -2E_0 J_1(m) \sin \left(\frac{\phi_0 \Omega}{\omega} - \Omega \int_0^z \frac{dz}{v_g} \right) \cos \phi_0$$

Si la structure est à champ constant $E_z = E_0$, ou pseudo-constant, la différence d'énergie due aux effets du premier ordre des raies latérales aura pour valeur

$$\Delta V = 2E_0 J_1(m) \int_0^L \sin \left\{ \frac{\phi_0 \Omega}{\omega} - \Omega \int_0^z \frac{dz}{v_g} \right\} dz \cdot \cos \phi_0$$

On remarquera que cette expression peut-être rendue nulle si la phase de l'onde synchrone est égale à $\pi/2$, c'est-à-dire que les paquets d'électrons verront un champ accélérateur maximal puisque l'onde synchrone a pour forme $E_0 \sin \phi_0$.

Cependant si l'on tient compte de l'extension en phase θ des paquets, cette expression n'est nulle qu'au premier ordre en θ

$$(VI.20) \quad \Delta V = 2E_0 J_1(m) \int_0^{\ell} \sin \left\{ \frac{\phi_0 \Omega}{\omega} - \Omega \int_0^z \frac{dz}{v_g} \right\} dz \cdot \sin \theta$$

Mais on pourrait tout aussi bien considérer, ainsi que J.P MANGIN (16) l'a fait, que l'angle θ résulte d'une modulation de la tension d'anode U_0 du klystron ; en effet nous avons vu ci-dessus que si il y a modulation d'amplitude de U_0 , en sortie du klystron on obtient une modulation de phase :

$$d\phi = - K \frac{dU}{U} = m$$

Ainsi l'angle θ vaudra :

$$\theta = \text{Arc tg} \left(\frac{1.25}{2J_1(m)} \cdot \frac{dU}{U} \right)$$

Partant de ces considérations l'auteur ci-dessus cité, nous donne certains résultats concernant l'élargissement du spectre dû aux effets du premier et second ordre des raies latérales. A l'aide de ceux-ci il est alors possible de déterminer les tolérances sur la forme de l'impulsion, et l'erraticité de l'amplitude de l'onde que l'on doit se fixer si l'on veut que le spectre énergie-courant conserve un gabarit défini par la limite de résolution en énergie qui est demandée à la machine.

CHAPITRE VII

MODULATIONS ET DISTORSIONS DIVERSES DANSLES EQUIPEMENTS

Dans ce chapitre nous nous proposons d'analyser les modulations et distorsions générées dans les équipements, ou composants intégrés, dans les circuits de fonctionnement et de servitude d'un accélérateur linéaire à électrons.

7.1 DISCRIMINATEURS DE FREQUENCE ET DE PHASE7.1.1 Propriétés d'un discriminateur de fréquence

Un discriminateur linéaire, destiné à la démodulation d'une onde M.F présente la propriété suivante. A un signal d'entrée de la forme

$$E = e^{j(\omega_0 + \Omega)t} \quad \text{il fait correspondre un signal de sortie}$$

$$S = K \Omega e^{j(\omega_0 + \Omega)t} \quad \text{ou } K \text{ est une constante}$$

Si le signal entrant est une onde modulée en phase par une loi $\Phi(t)$ telle que

$$\Phi(t) = \Delta\omega_0 \int_0^t g(t) dt \Rightarrow \omega = \omega_0 + \Delta\omega_0 g(t)$$

son expression pourra s'écrire :

$$(VII.1) \quad E(t) = e^{j\omega_0 t} e^{j\Phi(t)} = e^{j\omega_0 t} e^{j\Delta\omega_0 \int_0^t g(t) dt} = e^{j \int_0^t \omega dt}$$

mais nous pouvons représenter $e^{j\Phi(t)}$ par une intégrale de FOURIER prise sur un certain contour C soit :

$$(VII.2) \quad E(t) = e^{j\omega_0 t} \int_C A(\Omega) e^{j\Omega t} d\Omega$$

et d'après la propriété du discriminateur, le signal de sortie sera :

$$S(t) = K e^{j\omega_0 t} \int_c A(\Omega) e^{j\Omega t} d\Omega$$

Si l'intégrale représentant $e^{j\Phi(t)}$ est dérivable par rapport à t , ce qui est généralement le cas, puisque les signaux sont toujours limités en durée et représentables par une fonction continue du temps, alors

$$e^{j\Phi(t)} \Phi'(t) = \int_c A(\Omega) e^{j\Omega t} d\Omega$$

d'où

$$S(t) = K e^{j(\omega_0 t + \Phi(t))} \Phi'(t)$$

soit finalement après une détection linéaire de l'enveloppe :

$$(VII.3) \quad V_d(t) = K \frac{d\Phi}{dt} = K \Delta\omega_0 g(t) = 2\pi K \delta f g(t)$$

ou δf est la profondeur de modulation de fréquence

Le signal de sortie est proportionnel à la fréquence instantanée du signal entrant et c'est un des rares cas où cette notion est pleinement justifiée

7.1.2 Discriminateurs hyperfréquences

Le type de discriminateur hyperfréquence le plus fréquemment utilisé est l'octopole à couplage directif, classiquement appelé "Té magique", en rangeant sous ce vocable, aussi bien le réseau annulaire que le Té hybride ; lesquels d'ailleurs peuvent être réalisés en guide d'onde, en ligne coaxiale ou encore en ligne triplaque.

Mais alors que généralement on l'emploie comme discriminateur de stabilisation, nous l'envisageons ici, comme démodulateur linéaire d'une modulation de fréquence sinusoïdale, récurrente ou aléatoire.

Il devra donc présenter une grande linéarité dans sa caractéristique de réponse "tension-fréquence", et cela, pour toute la plage de fréquence occupée par le spectre du signal à analyser.

Ce dispositif est l'homologue hyperfréquence du transformateur différentiel BF utilisé en sortie de l'amplificateur FI, dans une démodulation synchrone, par exemple dans un système "phase lock".

La figure N°2 nous donne la représentation d'un réseau annulaire à structure coaxiale, ou a ligne triplaque si l'on considère une coupe selon un plan parallèle à la plaque centrale.

Rappelons que dans les sections terminales d'un octopole les grandeurs électromagnétiques sont entièrement déterminées par la connaissance des termes de la matrice de transfert $\| t \|$

$$\| t \| = \| t_{ij} \| \quad \text{avec} \quad i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$$

ou t_{ij} est le $\begin{cases} \text{coefficient de réflexion de la section terminale si } i = j \\ \text{coefficient de transfert entre sections si } i \neq j \end{cases}$

Pour énoncer les propriétés de cet octopole nous supposons que les hypothèses suivantes sont satisfaites.

(1) Aucun effet gyromagnétique ou gyroélectrique ne vient perturber la linéarité des équations de MAXWELL, ce qui entraîne la condition de réciprocité et par là, la symétrie de la matrice de transfert.

$$(VII.4) \quad t_{ij} = t_{ji} \quad \text{pour tout } i \neq j$$

(2) La symétrie mécanique est telle qu'elle entraîne la symétrie électrique des coefficients de transfert.

$$t_{14} = t_{24} \quad \text{et} \quad t_{13} = -t_{23}$$

(3) Cet octopole peut être considéré comme non dissipatif ce qui rend la matrice de transfert unitaire

$$(VII.5) \quad \| t \| \cdot \| t \|^{*} = 1$$

et de ce fait elle obéit aux théorèmes suivants :

a) La somme des carrés des valeurs absolues des termes d'une ligne ou d'une colonne est égale à l'unité

$$(VII.6) \quad \sum_{j=1}^4 |t_{ij}|^2 = \sum_{j=1}^4 |t_{ji}|^2 = 1 \quad \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$$

b) La relation d'orthogonalité entre deux lignes ou deux colonnes est nulle :

$$(VII.7) \quad \sum_{j=1}^4 t_{ij} t_{pj}^* = \sum_{j=1}^4 t_{ji} t_{jp}^* = 0 \quad i \neq p \quad i, p \in \{1, 2, 3, 4\}$$

Avec ces conditions, la matrice de transfert de cet octopole s'écrit :

$$(VII.8) \quad \|t\| = \begin{vmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{12} & t_{12} & -t_{13} & t_{14} \\ t_{13} & -t_{13} & t_{33} & t_{34} \\ t_{14} & t_{14} & t_{34} & t_{44} \end{vmatrix}$$

et à partir d'elles nous pouvons exprimer toutes les propriétés de ce dernier

Propriété I Même si les sections S_3 et S_4 (Bras H et E) vues de l'extérieur ne sont pas adaptées, le couplage entre ces voies est nul soit :

$$\begin{matrix} t_{33} \neq 0 \\ t_{44} \neq 0 \end{matrix} \Rightarrow t_{34} = 0$$

Cette propriété qui est obtenue en appliquant la relation (b) aux colonnes $j = 3$ et $j = 4$ de $\|t\|$ reste vraie lorsqu'il y a adaptation de S_3 et S_4 .

Propriétés II Si l'adaptation de S_3 et S_4 est réalisée, toute onde incidente

arrivant en S_1 est également partagée en S_3 et S_4 soit :

$$t_{33} = t_{44} = 0 \rightarrow |t_{14}| = |t_{13}|$$

Propriété III Si l'adaptation de S_3 et S_4 est réalisée, il n'y a pas de couplage entre les bras latéraux S_1 et S_2 et ceux-ci sont adaptés :

$$t_{33} = t_{44} = 0 \rightarrow \begin{cases} t_{12} = 0 \\ t_{11} = t_{22} = 0 \end{cases}$$

Propriété IV Si l'adaptation des bras latéraux S_1 et S_2 est réalisée les coefficients de réflexion des bras S_3 et S_4 ont même module mais ils ne sont pas nécessairement nuls :

$$t_{11} = t_{22} = 0 \Rightarrow |t_{33}| = |t_{44}|$$

Propriété V Si l'adaptation de S_1 et S_2 est réalisée, toute onde incidente arrivant en S_1 se partage également entre S_3 et S_4

$$t_{11} = t_{22} = 0 \rightarrow |t_{13}| = |t_{14}|$$

Propriété VI Si l'adaptation de S_1 et S_2 est réalisée mais pas celle de S_3 et S_4 , il peut exister un couplage entre les bras latéraux

$$\left. \begin{array}{l} t_{11} = t_{22} = 0 \\ t_{33} \neq 0 \\ t_{44} \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow t_{12} \neq 0$$

Si l'octopole est totalement adapté, il constitue un couplage directif et il est symétrique :

$$t_{11} = t_{22} = t_{33} = t_{44} = 0 \Rightarrow \|t\| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & t_{13} & t_{14} \\ 0 & 0 & -t_{13} & t_{14} \\ t_{13} & -t_{13} & 0 & 0 \\ t_{14} & t_{14} & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

avec $|t_{13}| = |t_{14}|$ et comme $\sum_{i,j=1}^4 |t_{ij}|^2 = 1$ il vient :

$$\left. \begin{aligned} 2|t_{13}|^2 &= 2|t_{14}|^2 = 1 \\ |t_{13}|^2 + |t_{14}|^2 &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow |t_{13}| = |t_{14}| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

soit finalement :

$$\|t\| = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Si en S_1 et S_2 nous introduisons des signaux de même fréquence f_0 avec des amplitudes de champ différentes E_1 et E_2 , qui présentent entre-elles une phase ϕ ; alors les amplitudes de sortie en S_3 et S_4 sont données par :

$$(VII.9) \{E_s\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \|t\| \{E_e\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_1 - E_2(\cos\phi + j \sin\phi) \\ E_1 + E_2(\cos\phi + j \sin\phi) \end{bmatrix}$$

et comme carrés de leurs modules

$$|E_3|^2 = \frac{1}{2} \{E_1^2 - 2E_1E_2\cos\phi + E_2^2\} \quad \text{et} \quad |E_4|^2 = \frac{1}{2} \{E_1^2 + 2E_1E_2\cos\phi + E_2^2\}$$

Ces deux termes sont égaux pour la condition $\phi_0 = \pi/2$, mais autour de cette valeur ϕ_0 on aura $\phi = \phi_0 - \theta$ d'où $\cos \phi = \sin \theta$. Pour $E_1 = E_2$ et dans l'hypothèse d'une détection quadratique d'enveloppe utilisant des détecteurs appariés de constante η , on aura :

$$V_3 = \eta |E_3|^2 = \eta E_1^2 (1 - \sin \theta)$$

$$V_4 = \eta |E_4|^2 = \eta E_1^2 (1 + \sin \theta)$$

en associant à ces détecteurs un amplificateur différentiel de gain A_d , à sa sortie on aura :

$$V_d = 2 \eta A_d E^2 \sin \theta$$

soit en développant $\sin \theta$ en série :

$$(VII.10) \quad V_d = 2 \eta A_d E^2 \left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} \right)$$

la condition $\phi_0 = \pi/2$ a pour effet d'éliminer les termes pairs θ et de rendre la sensibilité maximale ; mais pour satisfaire à celle-ci la longueur électrique du circuit extérieur aux entrées S_1 et S_2 doit être, par construction, égale à :

$$2\ell = (2n + 1) \lambda_{g0}/4$$

la différence de phase aux entrées S_1 et S_2 étant

$$\phi_0 = 2\pi \frac{2\ell}{\lambda_{g0}} = \pi/2 \text{ pour } f = f_0$$

mais pour $f \neq f_0$ l'écart par rapport à f_0 sera :

$$\theta_0 = 2\pi \frac{2\ell}{\lambda_{g0}} \left(\frac{d\lambda}{\lambda} \right)_{g0}$$

Pour un circuit non dispersif ou $V_f = \text{Cte}$; ce qui est le cas avec une ligne coaxiale en onde T.E.M on a :

$$\frac{d\lambda}{\lambda_0} = - \frac{df}{f_0} \quad \rightarrow \quad \theta_0 = 2\pi \frac{2\ell}{\lambda_{g0}} \left| \frac{df}{f_0} \right|$$

mais pour un circuit en guide d'onde, la propagation de la phase se fait avec :

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}} \quad \text{ou} \quad \lambda_c = \text{Cte}$$

en prenant la dérivée logarithmique des deux membres de cette expression en se limitant au domaine de la distorsion linéaire de phase on aurait :

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{d\lambda}{\lambda_0} \left(\frac{\lambda_{g0}}{\lambda_0} \right)^2 = \left| \frac{df}{f_0} \right| \left(\frac{\lambda_{g0}}{\lambda_0} \right)^2$$

Si maintenant les signaux entrants sont modulés en fréquence de manière cohérente et selon une loi sinusoïdale, l'écart de phase sera :

$$\theta = \theta_0 \sin \Omega t$$

avec une profondeur de modulation maximale $\Delta f = 3\text{MHz}$ pour $f_0 = 3\text{GHz}$ telle que $\Delta f/f_0 \leq 10^{-3}$ et si $\frac{2\ell}{\lambda_{g0}}$ n'excède pas 10 on aura la majoration suivante

$$\theta_0 \leq 2\pi/100$$

laquelle nous permet d'arrêter le développement de V_d au deuxième terme soit

$$V_d = 2n A_d E^2 \left(\theta - \frac{\theta^3}{3} \right) = 2n A_d E^2 \left(\theta_0 \sin \Omega t - \frac{\theta_0^3}{3} \sin^3 \Omega t \right)$$

ou encore

$$V_d = 2n A_d E^2 \theta_0 \left\{ \left(1 - \frac{\theta_0^2}{3} \right) \sin \Omega t + \frac{\theta_0^2}{24} \sin 3\Omega t \right\} \quad (\text{VII.11})$$

Si nous pouvons agir sur θ_0 , soit en limitant l'excursion Δf soit en réduisant les dimensions du circuit, la distorsion harmonique d'ordre 3 peut être rendue aussi faible que l'on veut :

Pour une détection linéaire nous aurions

$$\left. \begin{aligned} V_3 &= \eta_1 \cdot V_2 \cdot E \cos \frac{\phi}{2} \\ V_4 &= \eta_1 \cdot V_2 \cdot E \sin \frac{\phi}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_d = 2\eta_1 \cdot E \cdot A_d \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)$$

soit autour de $\phi_0 = \pi/2$

$$V_d = 2\eta_1 \cdot E \cdot A_d \sin \frac{\theta}{2} = \eta_1 \cdot E \cdot A_d \left(\theta - \frac{\theta^3}{6} \right)$$

A un facteur numérique près, nous obtenons la même expression que pour la détection quadratique, cependant ce facteur dépendra du niveau d'entrée et des paramètres η de détection.

Déterminons maintenant la distorsion due à une modulation résiduelle d'amplitude sur les signaux entrants.

Nous avons vu que pour une modulation de fréquence à faible indice

($m < m_0 = 0,2$) l'onde modulée qui s'écrit :

$$E = E_0 \{ \sin(\omega_0 t + m \sin \Omega t) \} = E_0 \{ J_0(m) \sin \omega_0 t + 2J_1(m) \cos \omega_0 t \sin \Omega t \}$$

équivalait à une onde modulée en amplitude telle que :

$$E = E_0 (1 - k \cos 2\Omega t) \text{ où le taux de modulation}$$

$$k \approx \frac{J_1^2(m)}{J_0^2(m)} \text{ soit pour } m_0, k \neq 1 \%$$

Un discriminateur de fréquence idéal, attaqué par ce signal donnerait une réponse.

$$V_d(t) = K E_o^2 \frac{d\phi}{dt} = K E_o^2 m \Omega \cos \Omega t \quad \text{avec } m \Omega = 2\pi \Delta f$$

si la distorsion harmonique d'ordre 3 de notre discriminateur peut être considérée comme négligeable, nous devrions obtenir cette réponse, or il n'en est rien ; car avec la modulation d'amplitude on a :

$$V_d(t) = K E_o^2 (1 - k \cos 2\Omega t)^2 m \Omega \cos \Omega t$$

soit en négligeant les termes en k^2

$$V_d(t) \approx K E_o^2 (1 - 2k \cos 2\Omega t) m \Omega \cos \Omega t$$

ou

$$(VII.12) \quad V_d(t) \approx K E_o^2 \{ (1-k) \cos \Omega t - k \cos 3\Omega t \} m \Omega$$

Cette expression fait apparaître une importante distorsion harmonique d'ordre 3, ainsi qu'une légère réduction du fondamental.

Avec $\theta_o \neq 2\pi 10^{-2}$ la distorsion intrinsèque du discriminateur avait pour taux :

$$\frac{U_3}{U_1} \neq \frac{\theta_o^2}{24} \approx -75 \text{ db alors que maintenant } \frac{U_3}{U_1} \neq k \approx -40 \text{ db}$$

Pour une détection linéaire le signal de sortie serait

$$(VII.13) \quad U_d(t) = K E_o \left\{ \left(1 - \frac{k}{2}\right) \cos \Omega t - \frac{k}{2} \cos 3\Omega t \right\} m \Omega$$

Soit un gain de 3db sur le taux de distorsion d'ordre 3. Ainsi dans le meilleur des cas, si l'on veut que ce taux reste inférieur à :

$$\underline{\underline{U_3/U_1 \leq 10^{-3}}} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{E/E = 2k \leq 4 \cdot 10^{-3}}}$$

Examinons maintenant les distorsions introduites par des réflexions sur les charges de sortie du Té, ou par des dissymétries sur les couplages.

Supposons que les charges constituées par des détecteurs placés sur les bras B_1 et B_2 présentent des coefficients de réflexion Γ_t et Γ_m si on appelle E_n et S_n les ondes entrantes et sortantes on a :

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_t & 0 \\ 0 & \Gamma_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \quad (\text{VII.14})$$

A l'aide des sous matrices nous pouvons développer la relation matricielle de transférane en deux équations telles que :

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{12} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_{13} & t_{14} \\ t_{23} & t_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} \quad (\text{VII.15})$$

$$\begin{bmatrix} S_3 \\ S_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{13} & t_{23} \\ t_{14} & t_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_{33} & t_{34} \\ t_{43} & t_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} \quad (\text{VII.16})$$

En substituant (VII.14) dans (VII.15) et (VII.16) et en éliminant $\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix}$ nous aurons :

$$\begin{bmatrix} S_3 \\ S_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{33} & k_{34} \\ k_{34} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} \quad (\text{VII.17})$$

avec :

$$\left. \begin{array}{l} (\text{VII.17}) \\ k_{33} = \end{array} \right\} \frac{t_{13}^2 \Gamma_t + t_{23}^2 \Gamma_m + (2t_{12} t_{13} t_{23} - t_{11} t_{23}^2 - t_{22} t_{13}^2) \Gamma_t \Gamma_m}{1 - t_{11} \Gamma_t - t_{22} \Gamma_m + (t_{11} t_{22} - t_{12}^2) \Gamma_t \Gamma_m} + t_{33}$$

$$(VII.18) \left\{ \begin{aligned} k_{34} &= \frac{t_{13} t_{14} \Gamma_t + t_{23} t_{24} \Gamma_m + (t_{12} (t_{23} t_{14} + t_{13} t_{24}) - t_{11} t_{23} t_{24} - t_{22} t_{13} t_{14}) \Gamma_t \Gamma_m}{1 - t_{11} \Gamma_t - t_{22} \Gamma_m + (t_{11} t_{22} - t_{12}^2) \Gamma_t \Gamma_m} + t_{34} \\ k_{44} &= \frac{t_{14}^2 \Gamma_t + t_{24}^2 \Gamma_m + (2 t_{12} t_{14} t_{24} - t_{11} t_{24}^2 - t_{22} t_{14}^2) \Gamma_t \Gamma_m}{1 - t_{11} \Gamma_t - t_{22} \Gamma_m + (t_{11} t_{22} - t_{12}^2) \Gamma_t \Gamma_m} + t_{44} \end{aligned} \right.$$

Ces résultats se simplifient si l'on a qu'une seule réflexion (par exemple $\Gamma_m = 0$)

$$(VII.19) \quad k_{33} = \frac{t_{13}^2 \Gamma_t}{1 - t_{11} \Gamma_t} + t_{33}, \quad k_{34} = \frac{t_{13} t_{14} \Gamma_t}{1 - t_{11} \Gamma_t} + t_{34}, \quad k_{44} = \frac{t_{14}^2 \Gamma_t}{1 - t_{11} \Gamma_t} + t_{44}$$

Introduisons les conditions de symétrie et de couplage

$$t_{11} = t_{22}, \quad t_{13} = -t_{23}, \quad t_{14} = t_{24} \quad \text{et} \quad t_{34} = 0 \quad (VII.20)$$

si en B_3 nous disposons un générateur adapté délivrant une amplitude unitaire ($E_3=1$), il apparaîtra dans le bras B_4 parfaitement adapté ($\Gamma_m = 0$) une onde parasite d'amplitude

$$S_4 = k_{34} E_3$$

soit avec (VII.18)

$$S_4 = \frac{t_{13} t_{14} (\Gamma_t - \Gamma_m)}{(1 - t_{11} \Gamma_t) (1 - t_{11} \Gamma_m) - t_{12}^2 \Gamma_t \Gamma_m}$$

et pour (VII.19)

$$S_4 = \frac{t_{13} t_{14} \Gamma_t}{1 - t_{11} \Gamma_t}$$

Alors que le couplage directif de l'octopole était supposé nul ($t_{34}=0$) nous avons une transmission non nulle entre B_3 et B_4

$$T_{34} = E_3/S_4 = k_{34} \neq 0$$

et celle-ci peut dépendre de la fréquence, même si les paramètres du Té sont constants dans la bande utilisée, car Γ_t et Γ_m peuvent avoir des caractéristiques filtrantes.

Ces réflexions au niveau des détecteurs s'apparentent à une directivité non infinie, mais si les sources ne sont pas réfléchissantes les signaux parasites S_3 et $S_4 \neq 0$ seront absorbés et le Té n'introduira pas d'autres distorsions que celles dues aux troncatures de spectre opérée par Γ_m et Γ_t . Par contre s'il n'en est pas ainsi et que l'on ait :

$\Gamma_m = 0$ mais $E'_4 = E_4$ et $\Gamma_4 S_4$ alors d'après (VII.17)

$$S_4 = k_{34} E_3 + k_{44} E'_4 = k_{34} E_3 + k_{44} (E_4 + \Gamma_4 S_4) = \frac{k_{34} E_3 + k_{44} E_4}{1 - k_{44} \Gamma_4}$$

$$\text{soit : } E'_4 = \left(1 + \frac{k_{44} \Gamma_4}{1 - k_{44} \Gamma_4}\right) E_4 + \left(\frac{k_{34} \Gamma_4}{1 - k_{44} \Gamma_4}\right) E_3$$

Si nous portons cette valeur dans (VII.15) avec les conditions (VII.20) on a :

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{12} & t_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_t & S_1 \\ 0 & \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_{13} & t_{14} \\ -t_{13} & t_{14} \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} k_{44} \Gamma_4 \\ 1 - k_{44} \Gamma_4 \end{bmatrix} E_3 + \begin{bmatrix} k_{34} \Gamma_4 \\ 1 - k_{44} \Gamma_4 \end{bmatrix} E_4 \right]$$

(VII.21) ou encore :

$$S_1 = \frac{1}{1 - t_{11} \Gamma_t} \left[\left(1 + \frac{k_{44} \Gamma_4}{1 - k_{44} \Gamma_4}\right) t_{14} E_4 + \left(1 + \frac{t_{14} k_{34} \Gamma_4}{t_{13} (1 - k_{44} \Gamma_4)}\right) t_{13} E_3 \right]$$

$$(VII.24) \left\{ \begin{aligned} S_2 &= \left(1 + \frac{t_{12} \Gamma_t}{1 - k_{44} \Gamma_4}\right) \left(1 + \frac{k_{44} \Gamma_4}{1 - k_{44} \Gamma_4}\right) t_{14} E_4 \\ &+ \left[\left(1 + \frac{t_{12} \Gamma_t}{1 - t_{11} \Gamma_t}\right) \left(\frac{t_{14} k_{34} \Gamma_4}{t_{13} (1 - k_{44} \Gamma_4)}\right) + \frac{t_{12} \Gamma_t}{1 - t_{11} \Gamma_t} - 1 \right] t_{13} E_3 \end{aligned} \right.$$

Alors que sans réflexion on aurait :

$$S_1 = t_{14} E_4 + t_{13} E_3 \quad \text{et} \quad S_2 = t_{14} E_4 - t_{13} E_3$$

Comme nous avons fait $\Gamma_m = 0$ les coefficients k_{34} et k_{44} sont aux données par (VII.19) et si d'autre part on considère que le Té est parfait en adaptation $t_{11} = t_{44} = 0$ et en symétrie $t_{34} = t_{12} = 0$

$$k_{34} = t_{13} t_{14} \Gamma_t \quad \text{et} \quad k_{44} = t_{14}^2 \Gamma_t \quad \text{soit}$$

$$(VII.22) \left\{ \begin{aligned} S_1 &= \left(1 + \frac{t_{14}^2 \Gamma_t \Gamma_4}{1 - t_{14}^2 \Gamma_t \Gamma_4}\right) \left[t_{14} E_4 + t_{13} E_3 \right] \\ S_2 &= \left(1 + \frac{t_{14}^2 \Gamma_t \Gamma_4}{1 - t_{14}^2 \Gamma_t \Gamma_4}\right) t_{14} E_4 - \left(1 - \frac{t_{14}^2 \Gamma_t \Gamma_4}{1 - t_{14}^2 \Gamma_t \Gamma_4}\right) t_{13} E_3 \end{aligned} \right.$$

$$\text{mais } |t_{14}| = |t_{13}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{avec } \text{Arg } t_{13} = \pi \quad \text{si } \text{Arg } t_{14} = 0$$

$$\text{d'autre part } E_3 = E_4 e^{j\Phi_0} \quad \text{avec } \Phi_0 = \pi/2 \quad \text{et} \quad |E_4| = 1$$

et si Γ_t et $\Gamma_4 \ll 1$ il en est de même de $t_{14}^2 \Gamma_t \Gamma_4$, donc

$$S_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\Gamma_t \Gamma_4}{2}\right) (1 - j)$$

$$S_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left(1 + \frac{\Gamma_t \Gamma_4}{2}\right) + \left(1 - \frac{\Gamma_t \Gamma_4}{2}\right) j \right\}$$

en posant $\left| \frac{\Gamma_t \Gamma_4}{2} \right| = \rho$ et $\text{Arg} \left| \frac{\Gamma_t \Gamma_4}{2} \right| = \Psi$ il vient

$$S_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \{1 + \rho(\cos \Psi + \sin \Psi) + j(1 + \rho(\cos \Psi - \sin \Psi))\}$$

soit

$$|S_1|^2 - |S_2|^2 = 2\rho(\cos \Psi - \sin \Psi)$$

valeur qui sera rendue nulle dans le cas particulier ou

$$\text{Arg} \frac{\Gamma_t \Gamma_4}{2} = \Psi_0 = \pi/4$$

mais en général il n'en est pas ainsi et ce n'est qu'en modifiant la condition $\Phi_0 = \pi/2$ que les modules de S_1 et S_2 seront rendus égaux Si on a :

$$E_3 = j e^{j\chi} E_4 \quad \text{c'est-à-dire que} \quad \Phi = \Psi_0 + \chi = \pi/2 + \chi$$

alors :

$$2 |S_1|^2 = \{1 + \rho(\cos \Psi + \sin(\Psi + \chi)) + \sin \chi\}^2 + \{\cos \chi + \rho(\cos(\Psi + \chi) - \sin \Psi)\}^2$$

$$2 |S_2|^2 = \{1 + \rho(\cos \Psi + \sin(\Psi + \chi)) - \sin \chi\}^2 + \{\cos \chi - \rho(\cos(\Psi + \chi) - \sin \Psi)\}^2$$

d'où :

$$|S_1|^2 - |S_2|^2 = 2 \left[\{1 + \rho(\cos \Psi + \sin(\Psi + \chi))\} \sin \chi - \rho(\cos(\Psi + \chi) - \sin \Psi) \cos \chi \right]$$

en supposant que χ reste suffisamment petit pour que l'approximation $\cos \chi \approx 1$ reste valable, on aura :

$$(VII.23) \quad |S_1|^2 - |S_2|^2 = 0 \Rightarrow \rho(\cos \Psi - \sin \Psi) = \frac{\text{tg} \chi_0}{1 + \text{tg} \chi_0} \approx \text{tg} \chi_0$$

$$\text{soit } \chi_0 = \text{Arc tg } \rho (\cos \psi - \sin \psi)$$

La condition de zéro devient donc $\Phi_0 = \pi/2 \pm |\chi_0|$ et si le signal à analyser est porteur d'une modulation de fréquence, autour de Φ_0 on aura :

$$\Phi = \Phi_0 + \Theta = \pi/2 + \chi_0 + \Theta$$

La réponse du discriminateur sera de la forme.

$$V_d = 2 \eta A_d E^2 \{ \sin (\chi_0 + \Theta) - \sin \chi_0 \}$$

soit en développant autour de χ_0

$$(VII.24) \quad V_d = 2 \eta A_d E^2 \left\{ \Theta \cos \chi_0 - \Theta^2 \frac{\sin \chi_0}{2!} + \Theta^3 \frac{\cos \chi_0}{3!} - \dots \right\}$$

expression dans laquelle il apparaît une distorsion d'ordre 2 qui n'existait pas auparavant et qui sera stable si χ_0 est constant, c'est-à-dire si Γ_t et Γ_d n'ont pas des caractéristiques trop filtrantes. Avec une modulation de fréquence ayant une profondeur Δf et une loi $g(t)$ on aura :

$$\Theta_0 = 2\pi \frac{2\lambda}{\lambda_0} \left| \frac{\Delta f}{f_0} \right| \quad \text{et } \Theta = \Theta_0 g(t)$$

Dans ce discriminateur les signaux d'entrée ont même amplitude et même fréquence puisqu'ils sont obtenus à partir de la source à étudier, par division au travers d'un autre Té ou encore via un coupleur à faible couplage, associé à un atténuateur. Cette dernière solution nécessite plus de niveau mais elle a l'avantage de masquer les désadaptations des sources vues du Té. Le déphasage Φ_0 est ajusté à l'aide d'une ligne coulissante qui si elle est étalonnée en angle pour $\omega = \omega_0$ permet de connaître la réponse $V_d = G(\Theta_0) = G(k\Delta f)$ en statique. Comme la loi de phase est liée à celle de la fréquence par

$$(VII.25) \quad \Phi(t) = \Delta\omega_0 \int_0^t g(t) dt = K \Theta_0 \int_0^t g(t) dt$$

elle sera obtenue en faisant suivre l'amplificateur différentiel, de réponse $V_d(t)$, d'un intégrateur à constantes de temps appropriées. Il existe d'autres versions de discriminateurs avec "Té" magiques dans lesquels les fonctions division et récomposition des signaux s'opèrent dans le même Té et cela en utilisant une cellule réfléchissante qui peut être une ligne court-circuitée par un piston ou une cavité. Mais leur linéarité est moins bonne par contre ils peuvent être plus sensibles et pour cela ils sont très utilisés dans la stabilisation de fréquence, comme discriminateurs de zéro.

7 -2 RECEPTEURS MF = M.P en HYPERFREQUENCES

Les récepteurs M.F qui sont utilisées dans la technique micro-onde des faisceaux hertziens présentent eux aussi certaines modulations parasites, mais elles peuvent être réduites et dans ce cas la qualité de ces équipements est telle qu'ils pourraient être exploités avec profit autour d'un accélérateur linéaire.

Analysons les transformations subies par un signal incident qui traverse successivement les divers étages d'un tel récepteur.

7.2.1 Changement de fréquence par mélangeur à diode

Dans cet étage le signal local de pulsation ω_L balaye une large plage de la caractéristique $i = f(V)$ du cristal mélangeur cette dernière n'étant pas linéaire, nous pouvons représenter la conductance g par un développement en série tel que :

$$(VII.21) \quad \frac{di}{dV} = g = g_0 + \sum_{m=1}^{\infty} 2 g_m \cos m \omega_L t$$

alors en superposant un signal incident $\mathcal{E}_i$ de faible amplitude et de fréquence ω_i on obtient :

$$(VII.22) \quad i = g_0 \cos \omega_i t + \sum_{m=1}^{\infty} g_m \mathcal{E}_i \cos(m\omega_L + \omega_i)t + \sum_{m=1}^{\infty} g_m \mathcal{E}_i \cos(m\omega_L - \omega_i)t$$

ou g_m est la conductance de conversion sur les bandes latérales du $m^{\text{ième}}$ harmonique du local.

Sauf pour des montages spéciaux, le mélange utile se fait toujours sur le

fondamental ω_L , soit avec $m = 1$. Mais il est nécessaire de juguler l'influence nuisible des composantes parasites des bandes latérales, qui altèrent les caractéristiques de transmission en introduisant des distorsions du temps de groupe de la réponse amplitude-fréquence et une détérioration du facteur de bruit du récepteur.

En utilisant les conductances normalisées par rapport à g_0 telle que $\mu_m = g_m/g_0$, le circuit équivalent à un mélangeur à cristal est donné par la figure N°6.

La fonction de transfert de ce circuit hexapôle, nous permet de calculer le retard de phase des raies du spectre FI en fonction de l'écart de fréquence par rapport à leur porteuse et par dérivation on obtient le temps de groupe, soit :

$$(VII.23) \quad \tau = - \frac{d}{d} = - A \frac{(1-B\cot^2\theta)(1+\cot^2\theta)}{(1+B\cot^2\theta)^2 + A^2 \cot^2\theta} \tau_0$$

ou les paramètres A et B sont des fonctions des conductances normalisées g_{im} , g_{fi} , g_i , μ_1 et μ_2 , lesquelles ont les significations suivantes :

g_{im} = conductance, à la fréquence image, des circuits extérieurs au mélangeur

g_{fi} = conductance d'entrée de l'amplificateur FI

g_i = conductance de sortie de la source incidente

μ_1 et μ_2 = conductances du mélangeur pour les fréquences incidente et image

τ_0 = temps de groupe de la composante à fréquence-image dans le tronçon de ligne de longueur l , qui sépare le cristal du piège à fréquence-image.

θ = angle électrique équivalent à cette longueur l

En résolvant cette équation on obtient une solution qui montre que l'amplitude et l'allure des variations de τ font que cette distorsion est assimilable à celle produite par un écho qui se propage sur une ligne, d'autre part elle présente un maximum lorsque la conductance de l'amplificateur FI est nulle.

Cette distorsion peut cependant être atténuée sinon réduite si la conductance FI est choisie égale à une valeur particulière

$$(VII\ 24) \quad \underline{g_{fi_0} = \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)^2 - 1}$$

valeur pour laquelle le temps de groupe conserve une valeur constante sur une bande relative $F/f_i \sim 1\%$. Il est de plus, souhaitable d'absorber la bande latérale à fréquence image par un piège ou par l'utilisation d'un mélangeur symétrique avec amplificateur FI différentiel. Dans cet étage le mélange d'un signal incident S_i de fréquence ν_i avec un signal d'hétérodyne S_L , de fréquence ν_L , donne un battement utile à la fréquence intermédiaire FI = $|\nu_i - \nu_L|$ mais il fournit aussi des termes parasites BF dus au bruit tels que :

$$S_i B, S_L B \text{ et } BB$$

Si l'on a $|S_i| \ll |S_L|$ nous aurons une linéarisation au premier ordre de l'opération C d F, le spectre de sortie est alors indépendant du signal monochromatique S_i et il est linéaire par rapport au bruit B. Mais il ne l'est pas relativement à l'ensemble signal S_L + bruit ; aussi sera-t-il nécessaire d'avoir une amplitude et une fréquence d'hétérodyne qui soient stabilisées.

Les considérations relatives à la réduction de la distorsion de phase par élimination des effets dus aux bandes latérales parasites et notamment par l'utilisation d'un mélangeur symétrique (à T_é magique par exemple) contribuent à minimiser le facteur de bruit du récepteur. En effet le mélangeur symétrique éliminera tous les bruits en corrélation avec S_L et l'utilisation d'un pré-amplificateur à entrée symétriques nécessitant des cristaux de même parité rendra plus aisé et plus fin l'appariement de ceux-ci.

Le signal hétérodyne pourra être produit localement par un synthétiseur à quartz suivi d'une chaîne multiplicatrice avec filtres de raies éliminant les fréquences non-essentiels à mieux que 80 db ; ainsi l'étage C d F présentera toutes les qualités requises pour une bonne transmission de l'information portée par S_i .

7.2.2 Amplification FI avec limitation d'amplitude

Pour qu'à travers cet étage, la transmission d'une porteuse FI modulée en fréquence, se passe avec une distorsion de phase minimale cet amplificateur doit satisfaire aux conditions de CARSON et FRY données au chapitre III

Il est généralement constitué d'un ou plusieurs "triplets" en cascade dont l'analyse de la distorsion de phase, à l'aide des lois de BODE, montre que la caractéristique $\phi(\omega)$ est une fonction décroissante et impaire de la fréquence ; d'où une très faible distorsion d'ordre 2

En FI on obtient une caractéristique d'amplitude sensiblement plate et symétrique autour de f_0 , lorsque pour un rapport de bande $B/f_0 < 0,4$, les "triplets" sont constitués de la manière suivante :

$$\text{circuit central} \quad Q_0 = R C \omega_0 = f_0/B$$

$$\text{circuit "inférieur"} \quad Q'_0 = 2Q_0 = R' C' \omega'_0$$

$$\text{circuit "supérieur"} \quad Q''_0 = 2Q_0 = R'' C'' \omega''_0$$

Ainsi qu'il a été montré en III (37), la distorsion de phase introduite par un circuit accordé, pour lequel l'approximation de symétrie ($B/f_0 \ll 0,5$) ne peut être admise, peut s'exprimer à partir du temps de propagation ou de transit :

$$(VII.25) \quad \tau_{\text{circuit}}(\omega) = \frac{2Q_0}{\omega_0} \left[\frac{1}{1+4Q_0^2 \epsilon^2 + \epsilon} \right]$$

Ce qui pour un "triplet" nous donne :

$$(VII.26) \quad \tau_{\text{triplet}} = \frac{2Q_0}{\omega_0} \left[\frac{1}{1+4Q_0^2 \epsilon^2 + \epsilon} + \frac{2\omega_0/\omega'_0}{1+4Q_0^2 \epsilon^2 + \epsilon'} + \frac{2\omega_0/\omega''_0}{1+4Q_0^2 \epsilon^2 + \epsilon''} \right]$$

La dyssymétrie de $\tau = - \frac{d\phi}{d\omega}$ est introduite par les termes en ω_0/ω'_0 et ω_0/ω''_0 , mais elle peut-être corrigée par l'utilisation de circuits dits "correcteurs" ou "compensateurs" de phase ; lesquels ne sont pas du type à déphasage minimum et de ce fait n'obéissent pas aux lois de BODE ; citons les circuits de la famille des Treillis, des Tés pontés... etc.

Mais on peut aussi déduire les qualités d'un amplificateur FI de sa réponse à un régime transitoire ; en particulier lorsque l'amplitude de la porteuse est modulée par un échelon unité, la réponse de l'amplificateur présentera :

- Un temps de montée T_0 non infiniment court
- Des suroscillations en début et fin de montée, qui seront

plus ou moins amorties.

Ces données expérimentales étant ensuite confrontée avec celles fournies par le développement en intégrale de FOURIER de l'enveloppe du signal

$$G(t) = \frac{1}{\eta} \int_0^{\infty} \sin \frac{\Omega t}{\Omega} d\Omega$$

qui après avoir traversé l'amplificateur a pour expression :

$$(VII.27) \quad G_s(t) = \frac{1}{\eta} \int_0^{\Omega_c t} \frac{\sin \Omega t}{\Omega t} d(\Omega t) = \frac{1}{\eta} S_i(\Omega_c t)$$

ou Ω_c est la valeur de la pulsation de coupure, laquelle conduit à un temps de montée T_0 tel que :

$$(VII.2.8) \quad T_0 = \frac{3}{\Omega_c} \quad \neq \quad \frac{1}{2F_c}$$

et ceci pour passer de l'amplitude zéro à l'amplitude unité avec une suroscillation maximale de 9 %.

Il existe bon nombre de type de "limiteurs" d'amplitude en FI, mais quel que soit leur mode de fonctionnement ils doivent satisfaire aux exigences suivantes :

- taux de compression élevé $\left(\frac{dA}{A} \leq 10^{-3}\right)$

- Grande largeur de bande et indépendance de la caractéristique de limitation vis à vis de la fréquence modulante.

- Très faible modulation de phase accompagnant "l'effet limiteur"

Grace aux développements nécessités par les faisceaux hertziens, ces exigences sont aisées à réaliser en FI mais en hyperfréquences elles ne sont pas totalement satisfaites malgré l'utilisation de composants très performants tels

que : les diodes paramétriques, diodes P.I.N.....etc.

7.2.3 Démodulation d'une porteuse M.F

L'opération démodulation consiste à "extraire" d'un signal porteur modulé, l'information qui le module, que celle-ci soit utile ou parasite. Cette opération qui est linéaire par rapport à l'information portée, est non linéaire relativement au signal porteur modulé. Nous nous étendrons peu sur la démodulation par "homodyne" entre une porteuse modulée et une onde "locale" de même fréquence ; car cette démodulation, qui en FI est appelée "détection synchrone" est de même nature que celle obtenue en hyperfréquence avec un discriminateur à T_é magique ; à ceci près que la transposition de fréquence, en faisant croître le rapport B/F_0 , rend les adaptations plus difficile à tenir dans la bande de fréquence, occupée par le spectre de l'information.

Les discriminateurs symétriques à circuits décalés du type FOSTER SEELEY et "détecteur de rapport" ont des caractéristiques fréquence-amplitude qui peuvent être rendues très linéaires, pour autant que les paramètres des circuits soient correctement choisis.

Si h est un paramètre lié à la sélectivité des circuits et à l'écart des fréquences d'accord $f_1 = \alpha_1 f_0$ et $f_2 = \alpha_2 f_0$ la réponse sera :

$$(VII2.9) \quad y = \left[1 + Q_1^2 \left(\frac{f}{f_1} - \frac{f_1}{f} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} - h \left[1 + Q_2^2 \left(\frac{f}{f_2} - \frac{f_2}{f} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

si $f = f_0 + \Delta f$ on aura :

$$(VII2.10) \quad \left[1 + \frac{Q_1^2}{\alpha_1^2} \left(1 + \frac{\Delta f}{f_0} - \frac{\alpha_1^2}{1 + \frac{\Delta f}{f_0}} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} - h \left[1 + \frac{Q_2^2}{\alpha_2^2} \left(1 + \frac{\Delta f}{f_0} - \frac{\alpha_2^2}{1 + \frac{\Delta f}{f_0}} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

La distorsion pouvant être évaluée si on développe $y(\Delta f)$ autour de f_0 , soit :

$$y(\Delta f) = y(o) + \Delta f \left. \frac{dy}{d(\Delta f)} \right|_o + \frac{\Delta f^2}{2!} \left. \frac{d^2 y}{d(\Delta f)^2} \right|_o + \dots$$

Le terme $y(o)$ sera rendu nul si :

$$(VII.2.11) \quad h = \left[\frac{1 + \frac{Q_2^2}{2} (1 - \alpha_2^2)^2}{\alpha_2^2} \right]^{1/2} \left[\frac{1 + \frac{Q_1^2}{2} (1 - \alpha_1^2)^2}{\alpha_1^2} \right]^{1/2}$$

et les taux de distorsion seront :

$$(VII.2.12) \quad \left\{ \begin{aligned} h_2 &= \frac{1}{4} \frac{\left. \frac{d^2 y}{d(\Delta f)^2} \right|_o}{\left. \frac{dy}{d(\Delta f)} \right|_o} \cdot \Delta f_{\max} \\ h_3 &= \frac{1}{24} \frac{\left. \frac{d^3 y}{d(\Delta f)^3} \right|_o}{\left. \frac{dy}{d(\Delta f)} \right|_o} \cdot \Delta f_{\max} \end{aligned} \right.$$

En choisissant les paramètres α_1 , α_2 , Q_1 et Q_2 la distorsion pourra-t-être rendue minimale pour une excursion maximale donnée $\Delta f_{\max}$; on prendra généralement $f_o(\alpha_1 - 1) > 10 \Delta f_{\max}$

A ces distorsions, il faut ajouter les incertitudes introduites par le bruit thermique, sur la fréquence du signal porté, en effet en l'absence de modulation utile nous savons que ce bruit produit une modulation d'amplitude et une modulation de fréquence telle que d'après le développement de RICE, la fréquence instantanée vaut :

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \left\{ \omega_o t + \frac{A}{A_o} \sin (\omega - \omega_o) t \right\} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \omega_o + \frac{A}{A_o} (\omega - \omega_o) \cos (\omega - \omega_o) t \right\}$$

soit un écart de fréquence :

$$\Delta f = \frac{1}{2\pi} \frac{A}{A_0} (\omega - \omega_0) \cos (\omega - \omega_0)t$$

Ce qui après passage dans le limiteur et le discriminateur nous donne une composante spectrale

$$\text{d'amplitude } a = \frac{1}{2\pi} \frac{A}{A_0} (\omega - \omega_0)$$

$$\text{et de fréquence } F = \frac{1}{2\pi} (\omega - \omega_0)$$

Comme notre discriminateur a une bande passante de largeur Δf_d et une mémoire τ , qui sont finies et liées entre elles par la relation d'incertitude.

$$2\pi \Delta f_d \cdot \tau = 1$$

il intègre les écarts de fréquence Δf sur la durée τ et la durée d'observation du signal se trouve alors confondue avec sa "mémoire" ; ce qui nous donne :

$$\overline{\Delta f_\tau^2} = \left(\frac{\Delta f}{2\pi} \right)^2 \cdot \frac{\tau}{f_s}$$

soit une plage d'erreur

$$\Delta f_1 = \sqrt{\overline{\Delta f_\tau^2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Delta \phi}{\tau}} \cdot f_s$$

et une précision de mesure

$$(VII \ 2.12) \quad \frac{\Delta f_1}{f_s} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Delta \phi}{\tau f_s^2}}$$

Ainsi pour réduire l'effet perturbateur du bruit il faut réduire la largeur de bande du discriminateur (ou augmenter sa mémoire) sans filtrer les raies marginales du spectre du signal utile.

7.2.4 Amplification BF - Signal de lecture

Que le récepteur soit destiné à la mesure de la M.F (ou M.P) d'une porteuse modulée, ou bien à la mesure de la fluctuation de fréquence d'un signal d'horloge ; il comportera nécessairement un étage amplificateur BF à large bande, du type vidéo. La réponse à un échelon unité devra respecter les caractéristiques déjà obtenues en F.I.

- En M.F le signal de sortie de cet amplificateur d'un intégrateur restituant la loi de modulation :

$$\Phi(x) = \Delta\omega \int_0^x g(t) dt$$

Si le spectre est discret on pourra prendre une constante de temps d'intégration qui réalise l'optimum entre la linéarité et la sensibilité, par contre si le spectre est continu on prendra la constante de temps la plus grande possible ; compatible avec une lecture acceptable.

- Pour des mesures de fluctuation de fréquence, l'amplificateur vidéo sera suivi d'un amplificateur sélectif à fréquence variable, lui même suivi d'un détecteur quadratique. La lecture sera alors proportionnelle à la puissance moyenne de bruit développée dans la bande passante de bruit de l'amplificateur sélectif et compte tenu du gain en puissance de tout l'amplificateur BF ainsi que la caractéristique du discriminateur, cette lecture sera proportionnelle à Δf^2

7-2-5 Considérations théoriques sur le comportement des récepteurs comme filtres linéaires.

Si sous l'action d'un signal entrant $S(t)$, un quadripôle fournit une réponse $r(t)$ et possède les propriétés suivantes :

- linéarité ou conservation de la superposition des états

$$\begin{array}{lcl} s_1(t) & \longrightarrow & r_1(t) \\ s_2(t) & \longrightarrow & r_2(t) \end{array} \Rightarrow as_1(t) + bs_2(t) = ar_1(t) + br_2(t)$$

- Commutation avec les translations

$$s(t) \rightarrow r(t) \Rightarrow s(t-t_0) \rightarrow r(t-t_0)$$

Ce quadripôle est un filtre linéaire et sa réponse est égale au produit de convolution de la fonction signal par la fonction caractéristique $g(t)$ du quadripôle ; laquelle n'est autre que la réponse à l'unité de convolution, qu'est la distribution δ de DIRAC

$$r(t) = s(t) * g(t)$$

en effet tout signal $s(t)$ peut être développé en intégrale de FOURIER, comme superposition de sinusoides élémentaires.

$$(VII.2.14) \quad s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(v) e^{-j2\pi vt} dv$$

et sa sortie sera :

$$r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(v) e^{-j2\pi vt} dv$$

$$\text{avec } R(v) = S(v) \cdot G(v)$$

ou $G(v)$, fonction à support compact dont la T.F est $g(t)$, n'est autre que la caractéristique gain-fréquence du quadripôle. Mais comme le produit simple et le produit de convolution sont transformée de FOURIER l'un de l'autre, on a bien :

$$r(t) = s(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t_0) \cdot g(t-t_0) dt_0$$

$$\text{avec } g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(v) e^{-j2\pi vt} dv$$

Si un amplificateur est linéaire pour tout signal monochromatique dont la fréquence est comprise dans sa bande passante, il ne sera un filtre linéaire que sous certaines réserves ; en effet si dans un amplificateur la commutation avec les translations est toujours réalisée, la linéarité pour un signal

$s(t)$ quelconque ne le sera que si les deux conditions suivantes sont conjointement satisfaites.

- La fonction $s(t)$ a une T.F dont le support est inclus dans celui de la fonction de filtrage $G(v)$

$$\mathcal{S}_{s(v)} \subset \mathcal{S}_{G(v)}$$

- La fonction de filtrage $G(\)$ est constante sur tout le support tel que :

$$(VIII.15) \quad \mathcal{S}_{s(v)} \cap \mathcal{S}_{G(v)} \subset \mathcal{S} \subset \mathcal{S}_{G(v)}$$

Ce qui, physiquement, veut dire que l'amplificateur n'altérera pas le signal entrant si le spectre de celui-ci reste intérieur à la bande passante de transmission et si le gain à l'intérieur de cette dernière est constant. Mais également c'est $r(t)$ qui est accessible et $s(t)$ que l'on veut connaître aussi en supposant que les conditions ci-dessus sont remplies et que $G(v)$ est connue on peut faire

$$S(v) = R(v) / G(v)$$

$$d'où \quad s(t) = \text{T.F.} \quad (R(v) / G(v))$$

car l'ouvert de nullité de $G(v)$ est inclus dans celui de $S(v)$, ce qui rend cette décision toujours possible.

Si la fonction (ou distribution) $\Phi(v)$ est la répartition spectrale de l'énergie du signal $s(t)$; on montre que si on effectue une convolution sur celui-ci, sa T.F est multipliée par $G(v)$ et la répartition spectrale de sortie par $G(v)^2$, soit

$$K(v) = |G(v)|^2 \Phi(v)$$

Si à l'aide d'un récepteur M.A nous voulons déterminer la distribution spectrale d'une radio-source modulée en amplitude par un bruit (klystron oscillateur) ce récepteur devra conserver la répartition spectrale ; ce qui suppose un comporte-

ment de filtre linéaire, relativement au signal porté (bruit d'amplitude). Pour cela on doit avoir :

- un rapport signal incident/ bruit récepteur au moins égal à 10db
- la démodulation du signal incident, qui suit l'ensemble CdF + Amplificateur FI, doit se faire dans une partie linéaire de la caractéristique du détecteur.
- une amplification BF sélective à bande étroite et à fréquence centrale variable, avec élimination de la composante continue due à la porteuse.
- une détection quadratique avec un indicateur de la valeur moyenne de la puissance de bruit, développée dans la bande passante de bruit du filtre linéaire, que constitue l'amplificateur BF.

soient les opérations suivantes :

- à l'entrée du récepteur le signal fluctuant $s(t)$
- après amplification HF et détection linéaire $s(t) * g(t) = s_1(t)$
- après filtrage BF autour de F_0 $s_1(t) * g_1(t) = h(t)$
- après la détection quadratique $h^2(t) = y(t)$
- lecture de la moyenne de la puissance de bruit dans la bande filtrée $\bar{y}(t)$
- fluctuation de la puissance moyenne de bruit $x(t) = y(t) - \bar{y}$

avec

(VII.2.16)

$$\begin{cases} \bar{h}(t) = 0 \\ h(t) = s(t) * g(t) * g_1(t) = \text{T.F. } H(v) \\ H(v) = S(v) \cdot G(v) \cdot G_1(v) \end{cases}$$

Si à l'entrée du récepteur la répartition spectrale de l'énergie du signal fluctuant $s(t)$ est de la forme :

$$\Phi_s(v) = 4 \mathcal{F}(v) kT = 4k T(v)$$

ou $\mathcal{F}(v)$ et $T(v)$ sont respectivement le facteur de bruit et la température absolue de bruit de la source

En amont du détecteur quadratique, on aura :

$$(VII.2.17) \quad \Phi_h(v) = \Phi_s(v) |H(v)|^2 = 4k T \mathcal{F}(v) \cdot |H(v)|^2$$

et après celui-ci nous avons le nouveau signal aléatoire

$$y(t) = h^2(t)$$

dont la moyenne a une valeur non nulle

$$(VII.2.18) \quad \bar{y}(t) = \bar{h}^2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_s(v) |H(v)|^2 dv = 4kT \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}(v) \cdot |H(v)|^2 dv$$

Les impédances vues par les signaux $s(t)$ et $y(t)$ étant supposées identiques, $|H(v)|^2$ n'est autre que le gain en puissance de la chaîne et si celui-ci prend la valeur maximale H_0^2 pour le centre de bande v_0 , la bande passante de bruit de toute la chaîne sera :

$$B = \frac{1}{H_0^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(v)|^2 dv$$

et si cette bande est suffisamment étroite, la densité spectrale de bruit pour v_0 sera :

$$(VII.2.19) \quad \frac{dP_B}{dv} \Big|_{v_0} \neq \frac{\bar{y}(t)}{B_{v_0}} = 4H_0^2 \cdot kT \cdot \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}(v) \cdot |H(v)|^2 dv}{\int_{-\infty}^{+\infty} |H(v)|^2 dv}$$

expression qui est nulle pour tout $v_0 \notin \mathcal{F} H(v)$

Si à l'entrée le signal $s(t)$ encombre une bande $(-v, v)$ qui est intégralement transmise à la détection linéaire, le spectre transposé en BF occupe la bande $(0, v)$ et l'analyse de la densité spectrale dans celle-ci se fera en déplaçant la fente d'analyse de largeur B et de centre $v_0 \in [0, v]$

La fluctuation de la puissance moyenne $x(t) = y(t) - \bar{y}$ peut être déterminée à partir de la répartition de $h(t)$ et de la connaissance de la bande passante du système de lecture, qui suit la détection quadratique. Le passage à la fluctuation quadratique moyenne $x^2(t) = (y(t) - \bar{y})^2$ nous fournira alors la valeur minonante de la sensibilité du récepteur, nécessaire à l'analyse.

Pour l'analyse d'un signal de bruit, dépourvu de porteuse, tel que celui produit par un faisceau de particules chargées non rassemblées on utilisera un récepteur ayant la structure d'un récepteur astronomique, recevant l'information sur les deux bandes latérales.

- Son facteur de bruit sera tel que le rapport signal / Bruit de récepteur ne descendra jamais au dessous de 10 db.
- La détection quadratique suivra l'amplificateur FI et l'on disposera à sa suite d'un filtre BF à grand gain.

La chaîne d'opération sera en tous points analogue à celle vue précédemment, à ceci près qu'il peut être nécessaire d'introduire une polarisation directe au détecteur afin d'éliminer le seuil de détection.

Dans l'étude de phénomène d'éclatement d'un faisceau relativiste de particules chargées (Beam. Break Up) on est conduit à rechercher dans le bruit du faisceau des signaux périodiques dont les fréquences tombent dans les bandes passantes des modes défecteurs du guide accélérateur. Pour extraire un tel signal noyé dans le bruit, il est nécessaire d'améliorer le rapport Signal/Bruit et pour cela on disposera en amont du récepteur, de filtres à bandes étroites, tels que cavités accordables, guide à la coupure en passe. haut ..etc. Cependant avec ces moyens on est rapidement limité, reste donc le procédé d'échantillonnage qui consiste à observer information Signal+ Bruit à des instants équidistants, les parties stables et récurrentes contenues dans les échantillons étant débarassés des bruits non corrélés sont ensuite assemblées. Avec l'utilisation de calculateurs analogiques ou digitaux ce procédé, décrit par VINOKUR (17) s'avère très intéressant et il est déjà largement utilisé en radiogoniométrie et en radio-astronomie.

Pour la mesure du bruit d'une radio-source on utilisera un récepteur M.F réalisant les opérations suivantes :

- Comportement de filtre linéaire de l'ensemble (CdF - amplificateur FI) limiteur-discriminateur)
- Amplification et fonction de filtrage BF suivie d'une détection quadratique, tout comme dans un récepteur M.A

En effet si le signal porté est une modulation de fréquence $\Delta f(t)$ de caractère aléatoire, le signal de sortie du discriminateur a une amplitude aléatoire proportionnelle à $\Delta f(t)$, soit :

$$s(t) = \Delta f(t) \quad \Rightarrow \quad r(t) = k \cdot \Delta f(t)$$

avec $r(t) = s(t) * g(t)$ si $g(t)$ est la réponse percussive de l'ensemble H.F et en supposant que la condition des supports (VII.2.15) reste satisfaite. Si f_0 est le centre de la bande de filtrage BF la fluctuation de fréquence de profondeur Δf et de fréquence F_0 sera liée à l'écart quadratique moyen de la puissance de bruit de sortie par :

$$(VII.2.20) \quad (\overline{\Delta f - \Delta f})_{F_0}^2 = \overline{\Delta f^2}_{F_0} = \frac{\overline{x(t)^2}}{k^2 |G_1|^2_{F_0}} = \frac{\overline{y(t)^2} - \bar{y}^2}{k^2 |G_1|^2_{F_0}}$$

la bande BF ayant pour valeur $b = \frac{1}{|G_1|^2_{F_0}} \int_{-\infty}^{+\infty} G_1(F) dF$ la fluctuation

de fréquence dans une bande unité centrée sur F_0 sera :

$$\frac{\overline{\Delta f^2}}{b}_{F_0} = \overline{y(t)^2} - \bar{y}^2 / k^2 b |G_1|^2_{F_0}$$

7.3 DETECTEURS D'ENVELOPPE EN M.A & M.F

7.3.1 Propriétés générales et mode de fonctionnement

Que la détection soit une démodulation en M.A ou M.F, c'est une opération essentiellement non-linéaire, relativement au signal composite que constitue la porteuse et l'information portée, de plus elle introduit généralement des dégradations ou distorsions de l'information et peut même se comporter comme une source de bruit propre ; ce qui dans les discriminateurs d'asservissement de fréquence entraîne une fluctuation de fréquence, qui s'ajoute quadratiquement à celle de la source.

Pour que la fonction de filtrage de constante τ , qui suit le détecteur réalise une "détection fidèle" en restituant correctement l'enveloppe $R(t)$ de l'information il est nécessaire que la double inégalité suivante soit satisfaite :

$$\frac{1}{f_0} \ll \tau \ll \frac{1}{\Delta f_M}$$

ou f_0 est la fréquence de la porteuse et Δf_M la demi-bande passante des circuits en amont de la démodulation. En M.A la valeur Δf_M fixe la limite supérieure de la fréquence du signal modulant, en M.F elle fixe l'étalement du spectre, lequel dépend des paramètres profondeur et fréquence de modulation liés à l'indice de modulation m

$$\text{par} \quad \Delta f = m F$$

Les conditions il est possible d'identifier l'enveloppe de sortie avec celle du signal modulé et par là de connaître :

- son composant continu
- la moyenne quadratique de ses fluctuations
- son spectre de puissance

Pour cela nous examinerons d'abord la détection d'un bruit pur, puis celle d'un mélange signal + bruit sans modulation et enfin celle comportant les trois signaux réunis. Mais comme la caractéristique du détecteur intervient sur le résultat on distinguera les types de détection suivantes :

- détecteur à loi parabolique conduisant à une détection dite quadratique ou $R_s(t) = K_2 R_e^2(t)$
- détecteur à loi linéaire conduisant à une détection linéaire de l'enveloppe $R_s(t) = k_1 R_e(t)$
- détecteur à loi "puissance n " qui généralise les deux types précédents et auxquels on se ramène, selon la plage de travail utilisée sur la caractéristique $R_s(t) = k_n R_e^n(t)$

Notons que l'on ne distinguera plus les détections MA et MF car dans cette dernière il y a toujours une modulation d'amplitude entre le discriminateur et le détecteur ; que ce soit par homodynage de deux signaux de même fréquence à phase variable comme dans la détection synchrone ou dans le discriminateur synchrone, ou bien par modulation d'amplitude par la caractéristique amplitude-fréquence dans un discriminateur asymétrique à circuit décalé.

7.3.2 Détection d'un bruit pur

Si un filtre linéaire, passif ou actif, dont le rapport bande passante sur fréquence centrale est inférieur à 20 %, a pour charge de transmettre un bruit blanc à un détecteur, il fournira à ce dernier un bruit filtré, qui peut être exprimé par :

$$E(t) = X(t) \cos \omega_0 t + Y(t) \sin \omega_0 t = R(t) \cos \{ \omega_0 t - \Psi(t) \}$$

ou $X(t)$, $Y(t)$, $R(t)$ et $\Psi(t)$ sont des variables aléatoires aux caractéristiques suivantes :

$$(VII.3.1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{E^2} = \frac{1}{2} \overline{R^2} = \overline{X^2} = \overline{Y^2} = \int_0^\infty \Phi(v) dv \\ \overline{XY} = 0, \quad \overline{R} = \sqrt{\frac{1}{2} \pi \overline{E^2}} \end{array} \right.$$

ou $\Phi(v)$ est l'intensité spectrale de l'énergie du bruit

Les variables aléatoires indépendantes $X(t)$ et $Y(t)$ obéissent à une loi de GAUSS et leurs distributions sont normales

$$VII.3.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} P(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/\sigma^2} \\ P(y) dy = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/\sigma^2} \end{array} \right.$$

$$\text{avec } \sigma^2 = \overline{X^2} = \overline{Y^2} = \overline{E^2}$$

Sachant que l'on a $R^2(t) = X^2(t) + Y^2(t)$ on peut déterminer la loi de la densité de probabilité $P(R)$ de l'enveloppe $R(t)$.

Cette loi de distribution dite loi de RAYLEIGH qui s'écrit :

$$P(R) dR = \frac{R}{\sigma^2} e^{-R^2/2\sigma^2} dR$$

présente un maximum pour $R_M = \sqrt{E^2} = \sigma$

Si d'une manière générale, la caractéristique d'un détecteur peut s'exprimer par une série entière, la composante continue de sortie sera :

$$(VII.3.4) \quad \overline{R_s(t)} = \int_0^{+\infty} \left(\sum_n k_n R^n \right) P(R) dR$$

Mais pour les deux types de détection, auxquels le cas général est fréquemment ramené, on obtient plus simplement.

- Détection linéaire à une alternance

$$R_s(t) = k_1 R_e(t) \quad \text{avec} \quad \overline{R_e} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \overline{E^2}$$

$$\text{soit} \quad \overline{R_s(t)} = k_1 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \overline{E^2} = k_1 \sqrt{\frac{\pi}{2}} R_M$$

valeur qui est doublée dans le cas d'une détection à deux alternances

- Détection quadratique

$$R_e^2(t) = X^2(t) + Y^2(t) \quad \text{et comme } XY = 0$$

$$\overline{R_e^2(t)} = \overline{X^2(t)} + \overline{Y^2(t)} = 2\overline{E^2}$$

$$\text{d'où} \quad \overline{R_s(t)} = 2 k_2 \overline{E^2} \quad (VII.3.5)$$

7.3.3 Détection d'une onde "signal plus bruit"

En supposant que la fréquence ω_0 du signal porteur soit centrée dans la bande passante du filtre transmetteur et en considérant que son amplitude a_0 est celle qu'aurait le signal théorique non perturbé par le bruit, alors à l'entrée du détecteur on a :

$$E(t) = X(t) \cos \omega_0 t + \{Y(t) + a_0\} \sin \omega_0 t = R(t) \cos \{\omega_0 t + \Psi(t)\}$$

$$\text{avec} \quad \begin{cases} R^2(t) = X^2(t) + \{Y(t) + a_0\}^2 \\ \Psi(t) = -\text{Arc tg} \frac{X(t)}{Y(t) + a_0} \end{cases}$$

Si nous appliquons ce résultat général au cas du détecteur quadratique, on a pour $n = 2$

$${}_1F\left(-\frac{n}{2}, 1, -\zeta^2\right) = 1 + \frac{(-n/2)(-n/2-1)}{1!} \zeta^2 + \frac{(-n/2)(-n/2-1)(-n/2-2)}{2!} \zeta^4 + \dots = 1 + \zeta^2$$

$$\text{soit } \underline{\underline{R_s(t) = 2K_2 E^2 (1+\zeta^2)}} \quad (\text{VII.3.9})$$

expression que l'on peut obtenir plus simplement à partir des relations entre les composantes de $R(t)$ en effet :

$$R_e^2(t) = X^2(t) + \{a_0 + Y(t)\}^2$$

$$\text{avec } \overline{X^2(t)} = \overline{Y^2(t)} = \overline{E^2(t)}, \quad \overline{X(t)} = \overline{Y(t)} = 0 \quad \text{et} \quad \overline{XY} = 0$$

cette dernière relation qui a trait à l'indépendance de X relativement à Y fait que la moyenne de $R^2(t)$ est :

$$\overline{R_e^2(t)} = \overline{X^2(t)} + \overline{\{a_0 + Y(t)\}^2}$$

$$\text{mais } \overline{a_0 + Y(t)}^2 = a_0^2 + \overline{Y^2(t)} \quad \text{puisque } \overline{Y(t)} = 0$$

$$\text{donc } \overline{R_e^2(t)} = \overline{X^2(t)} + a_0^2 + \overline{Y^2(t)} = a_0^2 + 2 \overline{E^2(t)}$$

et finalement

$$\underline{\underline{R_s(t) = K^2 \overline{R_e^2(t)} = K^2 \{a_0^2 + 2\overline{E^2(t)}\} = 2K_2 E^2 (1+\zeta^2)}}$$

Pour le détecteur linéaire ($n=1$), la formule générale fait apparaître une factorielle de nombre fractionnaire, laquelle peut être explicitée à l'aide des propriétés de la fonction gamma ou fonction Eulerienne de seconde espèce .

$$\Gamma(z+1) = z \Gamma(z)$$

soit pour $z = n$ entier positif

$$\Gamma(n+1) = n(n-1)(n-2) \dots \dots \dots 1 \Gamma(1) = n!$$

La loi de distribution de l'enveloppe $R(t)$ résulte de deux distributions gaussiennes dont l'une est décalée de a_0 sur l'axe des Y ; son calcul nous donne

$$(VII.3.6) \quad P(R) dR = \frac{R}{\sigma^2} \cdot J_0 \left(\frac{a_0 R}{\sigma^2} \right) e^{-\frac{R^2 + a_0^2}{2\sigma^2}} dR$$

ou $J_0 \left(\frac{a_0 R}{\sigma^2} \right)$ est la fonction de BESSEL de première espèce et d'ordre zéro.

La dégradation du signal d'entrée par le bruit est généralement caractérisée par le rapport signal sur bruit :

$$S/B = \zeta = \frac{a_0}{\sqrt{2E^2}} = \frac{a_0}{\sigma\sqrt{2}}$$

Pour un détecteur dont la réponse est une loi "puissance n "

$$R_s(t) = k_n R_e^n(t)$$

on a :

$$(VII.3.7) \quad R_s(t) = \int_0^\infty K_n \frac{R_e^n}{\sigma^2} J_0 \left(\frac{a_0 R_e}{\sigma^2} \right) e^{-(R_e^2 + a_0^2)/2\sigma^2} dR_e$$

Cette intégrale peut être exprimée à partir de la fonction hypergéométrique de GAUSS ; ${}_1F_1(\alpha, \gamma, x)$ dont le développement en série de KUMMER est :

$${}_1F_1(\alpha, \gamma, x) = a \left[1 + \frac{\alpha}{1\gamma} x + \frac{\alpha(\alpha+1)}{1.2.\gamma(\gamma+1)} x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha+1)\dots(\alpha+p)}{(p+1)! (\gamma+1)\dots(\gamma+p)} x^{p+1} \dots \right]$$

ce qui dans notre cas nous amène à poser :

$$a = 1, \quad \alpha = -(n/2), \quad \gamma = 1 \quad \text{et} \quad x = -\zeta^2 = -a_0^2/2E^2$$

et finalement le composant continu de sortie en fonction de l'index de qualité ζ du signal dégradé $R_e(t)$ sera :

$$(VII.3.8) \quad R_s(t) = K_n \left(\sqrt{2E^2} \right)^n \cdot \left(\frac{n}{2} \right)! {}_1F_1 \left(-\frac{n}{2}, 1, -\zeta^2 \right)$$

ainsi pour $(\frac{n}{2})! = \Gamma(\frac{n}{2} + 1) \Rightarrow (\frac{1}{2})! = \Gamma(3/2) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

comme ${}_1F(-\frac{1}{2}, 1, -\zeta^2) = 1 + \frac{\zeta^2}{2} - \frac{\zeta^4}{16} + \frac{\zeta^6}{96} \dots\dots\dots$

le composant continu du signal enveloppe de sortie $R_s(t)$ sera :

$$(VII.3.10) \quad \overline{R_s(t)} = k_1 \sqrt{\frac{\pi}{2} E^2} (1 + \frac{\zeta^2}{2} - \frac{\zeta^4}{16} + \frac{\zeta^6}{96} \dots\dots\dots)$$

Si le signal d'entrée est très dégradé, c'est-à-dire noyé dans le bruit ou de même amplitude ($\zeta \leq 1$) le développement ci-dessus peut être limité aux premiers termes soit :

$$(VII.3.14) \quad \overline{R_s(t)} = k_1 \sqrt{\frac{\pi}{2} E^2} (1 + \frac{\zeta^2}{2}) \sim k_1 \sqrt{\frac{\pi}{2} E^2} (1 + \zeta^2)$$

Par contre si le signal est grand devant le bruit, en remplaçant le développement de ${}_1F(-\frac{1}{2}, 1, -\zeta^2)$ par sa valeur asymptotique

$${}_1F(-\frac{1}{2}, 1, -\zeta^2) \sim \frac{\zeta^n}{(n/2)!} (1 + \frac{n^2}{4\zeta^2} + \dots)$$

soit finalement :

$$(VII.3.12) \quad \overline{R_s(t)} = k_1 \sqrt{2E^2} \cdot \zeta (1 + \frac{1}{4\zeta^2})$$

expression qui tend asymptotiquement vers une droite de pente $k_1 \sqrt{2E^2}$, alors que la réponse du détecteur quadratique devient parabolique pour $\zeta \gg 1$.

Quant aux réponses à l'origine (bruit pur, $\zeta \gg 0$) elles prennent respectivement les valeurs $k_1 \sqrt{\frac{\pi}{2} E^2}$ et $2k_2 \cdot E^2$

7.3.4 Fluctuation du signal détecté

La détermination de la sensibilité minimale d'un récepteur de bruit nécessite la connaissance de la fluctuation $D(t)$ du signal détecté, autour de son composant continu. En entendant par fluctuation d'une fonction aléatoire $X(t)$,

le carré moyen de son écart à la moyenne, soit :

$$D(t) = \overline{[X(t) - \overline{X(t)}]^2} = \overline{X^2(t)} - (\overline{X(t)})^2$$

La connaissance de $D(t)$ suppose celle de la fonction d'autocorrelation $\rho(\tau)$ de $X(t)$, ou encore celle de sa densité spectrale $\Phi(v)$; fonctions qui sont liées par une transformation de FOURIER et dont le passage de l'une à l'autre se fait à l'aide des formules de transformation réciproque de WIENER-KHINTCHINE

$$(III.5.13) \left\{ \begin{array}{l} \rho(\tau) = \overline{X(t) \cdot X(t+\tau)} = \int_0^\infty \Phi(v) \cos 2\pi v \tau \, dv \\ \Phi(v) = \frac{1}{4} \int_0^\infty \overline{X(t) \cdot X(t+\tau)} \cos 2\pi v \tau \, d\tau \end{array} \right.$$

avec pour $\tau = 0$: $\rho(0) = \overline{X^2} = \int_0^\infty \Phi(v) \, dv$

soit : $D(t) = \rho(0) - (\overline{X(t)})^2$

ou $(\overline{X(t)})^2$ est le carré du composant continu. Pour l'étude de $D(t)$ deux voies parallèles sont possibles, soit en utilisant $\rho(\tau)$ ou bien $\Phi(v)$; cependant il est souvent plus commode d'opérer sur $\rho(\tau)$ et cela lorsque l'on a affaire à des opérations non-linéaires comme la détection.

Mais si à l'entrée du détecteur le spectre de $\Phi(v)$ est celui d'un bruit blanc, filtré par une bande B tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi(v) = \Phi(v_0) = \Phi(0) \text{ pour tout } v_1 \leq v \leq v_2 \\ \Phi(v) = 0 \text{ pour tout } v \notin \{v_1, v_2\} \end{array} \right.$$

avec $v_0 = \frac{1}{2} (v_1 + v_2)$ et $B = (v_2 - v_1)$

alors la détermination de $D(t)$ peut se faire plus simplement ; en effet pour une onde "signal+ bruit" détectée par un détecteur dont la caractéristique est une loi "puissance n ", on aurait :

$$D(t) = \overline{R_s^2(t)} - \{\overline{R_s(t)}\}^2 = k_n^2 \left[\overline{R_e^{2n}(t)} - \{\overline{R_e(t)}\}^2 \right]$$

$$\text{avec } \overline{R_e^{2n}(t)} = \int_0^\infty R_e^{2n} P(R) dR = (2E^2)^n \cdot n! \cdot {}_1F(-n, 1, -\zeta^2)$$

$$\text{et } \overline{R_e(t)} = (\sqrt{2E^2})^n \cdot \left(\frac{n}{2}\right)! \cdot {}_1F\left(-\frac{n}{2}, 1, -\zeta^2\right)$$

Si nous traduisons ces résultats généraux pour les deux types de détection précédemment étudiés, on aura :

- Détecteur quadratique

$$D(t) = \overline{R_s^2(t)} - \{\overline{R_s(t)}\}^2 = k_2^2 \left[\overline{R_2^4(t)} - \{\overline{R_2^2(t)}\}^2 \right]$$

Mais d'après (VII.3.9) $\{\overline{R_2^2(t)}\}^2 = (2E^2)^2 (1 + \zeta^2)^2$ comme carré du composant continu de sortie, quant au premier terme, il vaut :

$$\overline{R_2^4(t)} = (2E^2)^2 \cdot 2! \cdot {}_1F(-2, 1, -\zeta^2)$$

Ainsi pour les faibles valeurs du rapport signal sur bruit ($\zeta \ll 1$) on a :

$${}_1F(-2, 1, -\zeta^2) = 1 + 2\zeta^2 + \frac{1}{2}\zeta^4$$

$$\text{soit } D = k_2^2 (2E^2)^2 \left[2(1+2\zeta^2 + \frac{1}{2}\zeta^4) - (1+\zeta^2)^2 \right] = k_2^2 (2E^2)^2 (1+2\zeta^2)$$

valeur qui pour $\zeta \rightarrow 0$ tend vers $D_0 = 4 k_2^2 (E^2)^2$

alors que pour $\zeta \gg 1$, la valeur asymptotique de F qui vaut

$${}_1F(-2, 1, -\zeta^2) = \frac{\zeta^4}{2!} \left(1 + \frac{4}{\zeta^2}\right)$$

nous conduit à une fluctuation ;

$$(VII.3.14) \quad D \neq k_2^2 (2E^2)^2 2\zeta^2 = 8 k_2^2 \zeta^2 (E^2)^2$$

Détecteur linéaire :

$$D = \overline{R_s^2(t)} - \overline{[R_s(t)]^2} = k_1^2 \left\{ \overline{R_s^2(t)} - \overline{[R_e(t)]^2} \right\}$$

mais $\overline{R_e^2(t)} = 2E^2 (1 + \zeta^2)$ d'après (VII.3.9) et (VII.3.10) nous donne

$$\overline{R_e(t)} = \sqrt{\frac{\pi}{2} \zeta^2} {}_1F_1\left(-\frac{1}{2}, 1, \zeta^2\right) = \sqrt{\frac{\pi}{2} E^2} \left(1 + \frac{\zeta^2}{2} - \frac{\zeta^4}{16} + \frac{\zeta^6}{96} \dots\right)$$

soit pour $\zeta \ll 1$

$${}_1F_1\left(-\frac{1}{2}, 1, \zeta^2\right) \approx 1 + \frac{\zeta^2}{2} = (1 + \zeta^2)^{1/2}$$

$$\text{et } D = k_1^2 E^2 \left\{ 2(1 + \zeta^2) - \frac{\pi}{2} (1 + \zeta^2) \right\} = k_1^2 \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) E^2 (1 + \zeta^2)$$

$$\text{avec pour } \zeta \rightarrow 0 \quad D_0 = k_1^2 \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) E^2$$

alors que pour $\zeta \gg 1$ on aura :

$${}_1F_1\left(-\frac{1}{2}, 1, -\zeta^2\right) = \frac{\zeta}{(1/2)!} \left(1 + \frac{1}{4\zeta^2}\right) = \frac{\zeta}{\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{1}{4\zeta^2}\right)$$

et pour la fluctuation

$$(VII.3.15) \quad D = k_1^2 E^2 \left\{ 2(1 + \zeta^2) - \frac{\pi}{2} \left(\frac{2\zeta}{\sqrt{\pi}}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{4\zeta^2}\right)^2 \right\} + \frac{k_1^2 E^2}{\dots}$$

Mais si l'entrée du détecteur le signal de bruit $E(t)$ a une répartition spectrale $\Phi(\nu)$ non uniforme mais continue et bornée il est nécessaire de recourir aux transformations réciproques (VII.3.13) pour suivre les modifications subies par $\Phi(\nu)$ dans l'opération détection.

Les fonctions d'autocorrélation normalisées, au taux de corrélation sur l'intervalle τ , sont les suivantes :

$$C(\tau) = \frac{\overline{E(t) E(t+\tau)}}{E^2} = \frac{\rho(\tau)}{\rho(0)}$$

$$C_1(\tau) = \frac{\overline{X(t) X(t+\tau)}}{X^2} = \frac{\overline{Y(t) Y(t+\tau)}}{Y^2}$$

avec entre ces deux coefficients une relation dépendant de ν_0

telle que : $C(\tau) = C_1(\tau) \cos 2\pi \nu_0 \tau$

et pour un spectre de $\Phi(\nu)$ symétrique autour de ν_0

$$\overline{X(t) - Y(t+\tau)} = \overline{X(t+\tau) \cdot Y(t)} = 0$$

Ainsi pour un bruit blanc filtré par un circuit accordé, unique, centré sur ν_0 et dont la bande passante B est définie par :

$$\Phi(\nu) = \frac{1}{2} \quad \Phi(\nu_0) = \frac{1}{2} \Phi_0 \quad \text{pour } \nu = (\nu_0 \pm \frac{1}{2} B)$$

on aurait le spectre

$$\Phi(\nu) = \Phi_0 \left\{ 1 + \frac{4(\nu - \nu_0)^2}{B^2} \right\}^{-1}$$

$$\text{et } \rho(\tau) = \frac{\overline{E(t) \cdot E(t+\tau)}}{\overline{E(t) \cdot E(t+\tau)}} = \int_0^\infty \Phi_0 \left\{ 1 + \frac{4(\nu - \nu_0)^2}{B^2} \right\}^{-1} \cos 2\pi \nu \tau \, d\nu$$

soit en posant $z = \pm 2(\nu - \nu_0)/B$ comme nouvelle variable et avec :

$$\cos 2\pi \nu \tau = \cos 2\pi \nu_0 \tau \cdot \cos \pi B \tau z$$

l'intégrale du second terme sur l'intervalle ouvert $]-\infty, +\infty[$ est nulle puisque $\sin \pi B \tau z$ est impaire, donc

$$\rho(\tau) = \frac{1}{2} B \Phi_0 \int_{-\infty}^{+\infty} (1+z^2)^{-1} \cos 2\pi \nu_0 \tau \cos \pi B \tau z \, dz.$$

$$\text{soit } \rho(\tau) = \frac{\pi}{2} \Phi_0 B \cos 2\pi \nu_0 \tau e^{-\pi B \tau}$$

$$\text{comme } \rho(0) = \frac{\pi}{2} \Phi_0 B = \frac{E^2}{2}$$

$$C(\tau) = \cos 2\pi \nu_0 \tau \cdot e^{-\pi B \tau} \quad \text{et } C_1(\tau) = e^{-\pi B \tau}$$

Déterminons la fonction d'autocorrélation à la sortie du détecteur quadratique seul (dépourvu de filtre de restitution d'enveloppe) dont le composant continu est :

$$\overline{I} = \frac{1}{2} \overline{R_s(t)} = k_2 \overline{E^2(t)} = k_2 \rho_e(0)$$

son écart à la moyenne étant : $\gamma(t) = I(t) - \overline{I}$ et la fonction d'autocorrélation de celui-ci, sur l'intervalle τ , sera :

$$\rho_s(\tau) = \overline{\gamma(t) \cdot \gamma(t+\tau)} = \overline{(I(t) - \overline{I})(I(t+\tau) - \overline{I})} = k_2^2 \overline{\{E^2(t) - \overline{E^2}\}\{E^2(t+\tau) - \overline{E^2}\}}$$

$$\text{ou encore } \rho_s(\tau) = k_2^2 \left[\overline{\{E^2(t) \cdot E^2(t+\tau)\}} - (\overline{E^2})^2 \right]$$

or le premier terme du second membre est une moyenne d'ordre 4 laquelle, si $E(t)$ est une fonction aléatoire, stationnaire et laplacienne dont la fonction d'autocorrélation est $\rho_e(\tau)$, se calcule par les méthodes de la statistique et le résultat est que cette moyenne vaut :

$$\overline{E^2(t) \cdot E^2(t+\tau)} = 2 \rho_e^2(\tau) + \rho_e^2(0)$$

soit finalement

$$\rho_s(\tau) = 2k_2^2 \rho_e^2(\tau) \quad \text{car } \rho_e^2(0) = (\overline{E^2})^2$$

pour le spectre défini ci-dessus nous connaissons $\rho_e(\tau)$

$$\rho_s(\tau) = 2k_2^2 C^2(\tau) \rho_e^2(0) = 2k_2^2 (\overline{E^2})^2 C^2(\tau) = \frac{1}{2} k_2^2 \pi^2 \Phi_0^2 E^2 C^2(\tau)$$

$$\text{avec } C(\tau) = \cos 2\pi\nu_0\tau \cdot e^{-\pi B\tau}$$

soit en sortie, une densité spectrale :

$$\Phi_s(\nu) = 4 \int_0^\infty \rho_s(\tau) \cos 2\pi\nu\tau d\tau = 2(k_2\pi\Phi_0B)^2 \int_0^\infty C^2(\tau) \cos 2\pi\nu\tau d\tau$$

avec $C(\tau) = e^{-\pi B \tau} \cos \omega_0 \tau$, $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ et $\omega = 2\pi\nu$ il vient :

$$\Phi_s(\omega) = 2 (k_2 \pi \Phi_0 B)^2 \int_0^\infty e^{-2\pi B \tau} \cos^2 \omega_0 \tau \cdot \cos \omega \tau \, d\tau$$

Le second membre se développe en une somme d'intégrales de FOURIER, qui convergent et on obtient :

$$(VII.3.16) \Phi_s(\omega) = \frac{\pi B}{4} k_2^2 \Phi_0^2 \left[\frac{\frac{2}{\omega}}{1 + \frac{\omega^2}{4\pi^2 B^2}} + \frac{\frac{1}{2\omega_0 + \omega}}{1 + \left(\frac{2\omega_0 + \omega}{2\pi B}\right)^2} + \frac{\frac{1}{2\omega_0 - \omega}}{1 + \left(\frac{2\omega_0 - \omega}{2\pi B}\right)^2} \right]$$

ou encore :

$$\Phi_s(\nu) = \frac{\pi B}{4} k_2^2 \Phi_0^2 \left[\frac{2}{1 + \nu^2/B^2} + \frac{1}{\{1 + (2\nu_0 + \nu)/B\}^2} + \frac{1}{\{1 + (2\nu_0 - \nu)/B\}^2} \right]$$

Pour $\nu = 0$

$$\Phi_s(0) = \frac{\pi B}{2} k_2^2 \Phi_0^2 \left\{ 1 + \frac{1}{1 + 4Q^2} \right\} \quad \text{avec } Q = \nu_0/B$$

pour $\nu = B$

$$\Phi_s(B) \neq \frac{\pi B}{4} k_2^2 \Phi_0^2 \left\{ 1 + \frac{1}{1 + 4Q^2} \right\} \quad \text{si } Q \gg 1$$

pour $\nu = \infty$ $\Phi_s(\infty) = 0$

Si nous voulons connaître la restitution fournie par l'indicateur de sortie, sachant que sa constante de temps est τ_1 et sa caractéristique de transfert $A_0 h(\nu)$, on aura pour déviation moyenne

$$\bar{A} = A_0 \quad \bar{I} = k_2 A_0 \overline{E^2(t)}$$

et pour carré moyen de déviation ;

$$(VII.3.17) \quad \overline{(A - \bar{A})^2} = \int_0^\infty \Phi_s(\nu) A_0^2 h^2(\nu) \, d\nu$$

en choisissant une grande constante de temps τ_1 de telle sorte que la bande passante δ de l'indicateur soit petite devant B.

$$\delta = \int_0^{\infty} h^2(v) dv \ll B \rightarrow \phi_s(v) \approx \phi_s(0)$$

$$\text{donc } \overline{(A-A)^2} = \phi_s(0) A_0^2 \int_0^{\infty} h^2(v) dv = \phi_s(0) A_0^2 \delta$$

soit une erreur relative dont le carré est :

$$\alpha^2 = \frac{\overline{(A-A)^2}}{\overline{A}^2} = \frac{\phi_s(0) \delta}{k_2^2 (E^2)^2} = \frac{2\delta}{\pi B} \left(1 + \frac{1}{1+4Q^2}\right)$$

$$\text{car } \phi_s(0) = \frac{\pi B}{2} k_2^2 \phi_0^2 \left(1 + \frac{1}{1+4Q^2}\right) \text{ et } \phi_0 = \frac{2(E^2)}{\pi E}$$

Si la constante τ_1 est constituée par l'ensemble RC de sortie de détection alors

$$h(v) = (1 + \omega^2 \tau_1^2)^{-1/2}$$

alors que si elle était réalisée par un galvanomètre à l'amortissement critique on aurait

$$h(v) = (1 + \omega^2 \tau_1^2)^{-1} \quad \text{d'où} \quad \delta = \frac{1}{8\tau_1}$$

Théoriquement on ne saurait appliquer ces résultats à "l'effet flicker" car sa distribution en v^{-1} rend l'intégrale $\int \phi(v) dv$ divergente pour $v \rightarrow 0$ mais on peut prendre comme résultat, sa valeur principale au sens de CAUCHY car pratiquement la répartition $\phi(v)$ reste bornée pour $v = 0$ bien qu'au voisinage de cette valeur elle prenne une forme en v^{-1} .

7.3.5 Produits de modulation et bruit propre dans une détection d'enveloppe

Si plusieurs signaux incidents de fréquences différentes, sont conjointement présents à l'entrée d'un détecteur, il se produit un mélange donnant des termes de battement BF, lesquels modifient l'enveloppe de sortie.

Dans le cas du détecteur quadratique ; on aurait :

$$R_s(t) = k_2 \left\{ \sum_n A_n^2 + \sum_{j \neq k} 2 A_j A_k \cos (\omega_j - \omega_k) t \right\}$$

Cette enveloppe de sortie ayant une partie variable égale à l'écart à la moyenne :

$$\delta(t) = R_s(t) - \overline{R_s(t)} = k_2 \sum_{j \neq k} 2 A_j A_k \cos (\omega_j - \omega_k) t$$

Ces signaux peuvent être parties constituantes d'un bruit à spectre de raies ou à spectre de bande, que nous pouvons représenter par son développement de FOURIER

$$E(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^n \frac{C \omega_n}{T} \cos (\omega_n t - \phi_n)$$

Ainsi en présence d'un signal incident monochromatique d'amplitude a_0 et de pulsation ω_0 , à la sortie, on aurait un écart à la moyenne

$$\delta(t) = k_2 \left\{ \sum_{j \neq k} \frac{2}{T^2} C \omega_j C \omega_k \cos (\omega_j - \omega_k) t + \sum_{i=1} \frac{2 a_0}{T} C \omega_i \cos (\omega_i - \omega_0) t \right\}$$

deux raies ω_j et ω_k donne un battement $\omega_n = \omega_j - \omega_k$

lequel développe une puissance de bruit :

$$S_B(\omega_n) \Delta \omega = \frac{1}{2} k_2^2 \sum_{\omega} \left\{ 2 \frac{C \omega C \omega + \omega_n}{T^2} \right\}^2$$

D'autre part un même battement de pulsation ω_n nous est fourni par les deux raies latérales au signal, dont l'écart est $\omega_n = |\omega_1 - \omega_0|$ soit au total, la puissance de bruit :

$$S(\omega_n) \Delta \omega = \frac{1}{2} k_2^2 \left\{ \sum_{\omega} \left\{ 2 \frac{C \omega C \omega + \omega_n}{T^2} \right\}^2 + \left(\frac{2 a_0}{T} C \omega_0 + \omega_n \right)^2 + \left(\frac{2 a_0}{T} C \omega_0 - \omega_n \right)^2 \right\}$$

$C_{\omega_0 + \omega_n}$ et $C_{\omega_0 - \omega_n}$ étant les coefficients de FOURIER de ces deux raies.

Cette expression peut s'exprimer à l'aide des caractéristiques de puissance des signaux incidents, soient :

$$- \text{ pour le signal de bruit } E(t) : P(\omega) \Delta\omega = \frac{1}{2} \frac{C_{\omega}^2}{T} = \frac{\Delta\omega}{4\pi T^2} C_{\omega}^2$$

$$- \text{ pour le signal porteur } = P_s = \frac{1}{2} a_0^2$$

on obtient ainsi :

$$S(\omega_n) = 8k^2 \left\{ \sum_{\omega} P(\omega) \cdot P(\omega + \omega_n) \Delta\omega + 2P_s P(\omega_0 + \omega_n) \right\}$$

en admettant que le spectre du bruit d'entrée soit symétrique autour de nous aurons $P(\omega_0 + \omega_n) = P(\omega_0 - \omega_n)$ et si nous faisons tendre T vers l'infini, on obtient :

$$(VII.3.18) \quad \lim_{T \rightarrow \infty} S(\omega_n) = 8k^2 \left[\int_0^{\infty} P(\omega) P(\omega + \omega_n) d\omega + 2P_s P(\omega_0 + \omega_n) \right]$$

Ces résultats peuvent s'appliquer aussi bien au mélangeur, dans lequel la fonction de restitution des battements FI est une détection d'enveloppe, que dans la détection proprement dite. Le signal parasite de bruit peut avoir un spectre de raies, de bande ou les deux superposés ; il peut être extérieur ou porté par le signal local si ce dernier est produit par une source constituée par une chaîne à synthétiseur ; ou encore être dû aux effets de surface qui augmentent un bruit de scintillation (effet "flicker") propre aux semi-conducteurs. Si le bruit micro-onde d'un cristal mélangeur, qui a une caractéristique de bruit gaussien (facteur de bruit constant et inférieur à 8 db sur un octave) est peu gênant bien qu'il en limite la sensibilité, il n'en va pas de même en détection BF où l'effet de scintillation avec sa caractéristique en f^{-1} , introduit des battements "Bruit-bruit", particulièrement inopportuns dans une chaîne de retro-action asservissant en niveau ou en fréquence une radio-source. Ce bruit dont l'origine est encore mal connue, présente un facteur de bruit de quelques dizaines de db vers la fréquence zéro pour décroître à quelques db vers 10 khz et se confondre avec le bruit SCHOTTKY.

Lorsque le bruit parasite est gaussien et couvre une bande B, la relation (VII.3.18) nous donne en sortie de détection :

un battement "signal-bruit" dont le spectre rectangulaire couvre une bande B/2 et cela avec une densité spectrale :

$$S(\omega) = \Phi(v) = 8k_2^2 \frac{a_0^2 \overline{E^2}}{B} = 16 k_2^2 \frac{(\overline{E^2})^2}{B}$$

- un battement Bruit-bruit dont le spectre triangulaire couvre une bande B et cela avec une densité spectrale linéairement décroissante à partir d'une valeur à l'origine telle que :

$$S(\omega_0) = \Phi(v_0) = 8k_2^2 \frac{(\overline{E^2})^2}{B}$$

En intégrant ces fonctions sur leurs supports respectifs on obtient les fluctuations précédemment calculées.

7.3.6 Détection synchrone - Comparaison des différents types de détection

La détection synchrone, qui utilise les propriétés de l'interférence entre une onde directe et une onde ramenée de même fréquence est fort intéressante pour une démodulation d'amplitude à faible niveau, car le spectre de bruit ne dépend que du signal auxiliaire lequel peut être rendu aussi monochromatique que possible. Cette détection est dite "cohérente" parce que contrairement aux autres types de détection, c'est la phase qui est la variable essentielle et c'est elle qui conditionne l'amplitude de sortie de l'enveloppe du produit $kS_0(t) S_1(t)$

Si $S_0(t)$ est le signal direct d'amplitude a_0 , affecté par un bruit $E(t)$ et $S_1(t)$ le signal auxiliaire monochromatique, à la sortie du mélangeur synchrone, on aura :

$$R_s(t) = K(a_0 \cos \omega_0 t + E(t)) a_1 \cos(\omega_0 t + \phi) = K a_1 \left\{ \frac{a_0}{2} \cos(2\omega_0 t + \phi) + \frac{a_0}{2} \cos \phi + E(t) \cos(\omega_0 t + \phi) \right\}$$

soit après un filtrage passe-bas restituant le terme continu :

$$R_s(t) = \frac{1}{2} K a_1 a_0 \cos \phi$$

ou h est la caractéristique de transfert du filtre passe-bas. Pour comparer ces données avec celles obtenues pour les autres types de détection, rappelons ces dernières :

- Détection avec une loi "puissance n "

$$(VII.3.20) \quad \begin{cases} \overline{R_s(t)} = (n/2)! \cdot k_n \cdot (\sqrt{2E^2})^n \left(1 + n \frac{\zeta^2}{2} + \frac{n(n-2)}{16} \zeta^4 + \dots\right) \\ D_o = k_n^2 \left[n! - [(n/2)!]^2 \right] (2E^2)^n \quad \text{pour } \zeta = 0 \\ D = k_n^2 (2E^2)^n \left[n! \left(1 + n\zeta^2 + \frac{n(n-1)}{4} \zeta^4 + \dots\right) - [(n/2)!]^2 \left(1 + n\frac{\zeta^2}{2} + \dots\right) \right] \end{cases}$$

- Détection quadratique

$$(VII.3.21) \quad \begin{cases} \overline{R_s(t)} = 2k_2 \overline{E^2} (1 + \zeta^2) = k^2 (2 \overline{E^2} + a_o^2) \\ D_o = 4 k_2^2 (\overline{E^2})^2 \quad \text{pour } \zeta = 0 \\ D = (\overline{R_s} - \overline{R_s})^2 = 8 k_2^2 \zeta^2 \overline{E^2} \quad \text{pour } \zeta \gg 1 \end{cases}$$

- Détection linéaire

$$(VII.3.22) \quad \begin{cases} \overline{R_s(t)} = k_1 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \overline{E^2} \left(1 + \frac{\zeta^2}{2} - \frac{\zeta^4}{16} + \frac{\zeta^6}{96} + \dots\right) \\ D_o = k_1^2 (2 - \pi/2) \overline{E^2} \quad \text{pour } \zeta = 0 \\ D = k_1^2 (2 - \pi/2) (1 + \zeta^2) \overline{E^2} + k_1^2 \overline{E^2} \quad \text{pour } \zeta \gg 1 \end{cases}$$

L'impédance du spectre de bruit vis à vis du signal direct fait de la détection synchrone le type de démodulation idéal dans l'asservissement en phase d'une radio-source (Système "Phase Lock" avec transformateur différentiel travaillant en FI ou avec Té magique en micro-ondes)

7.4 CIRCULATEURS OU HEXAPOLES NON-RECIPROQUES

7.4.1 Utilisations et fonctionnements divers sur un accélérateur linéaire

Les multipôles non-réciproques sont d'un usage très courant dans les techniques micro-ondes comme le Radar et les faisceaux hertziens, par contre dans un accélérateur linéaire ils n'interviennent que sous forme d'isolateurs et de circulateurs. C'est à ces derniers composants que nous nous intéressons maintenant car ils peuvent réaliser les deux fonctions suivantes :

- isolation entre les divers étages d'une distribution hyperfréquence et protection contre les réflexions à double trajet sur une distribution à plusieurs voies.
- Aiguillage ou découpage d'ondes "aller" vers divers récepteurs et séparation des composantes "aller" "retour" d'une onde réfléchie.

Ces fonctions ont été utilisées à des fins diverses tant sur le système de pilotage hyperfréquence que sur les équipements de servitude comme le calage automatique de phase des sections accélératrices. La non-réciprocité de cet hexapôle entraîne la propriété de séparer les ondes de sens de propagation opposés, et cela, avec un très faible affaiblissement, d'où son avantage sur le coupleur directif lorsqu'il s'agit de traiter une information réfléchie de faible niveau ; comme c'est le cas dans les mesures de phase par la méthode des perturbations;

7.4.2 Propriétés générales des hexapôles réciproques

Avant d'étudier les propriétés propres au circulateur symétrique à trois portes, il nous faut rappeler celles des hexapôles réciproques tels que les jonctions Y et T, fréquemment utilisées dans les distributions ou adaptations de lignes de transmissions. La symétrie électrique de l'hexapôle Y fait qu'entre les coefficients de transfert il existe les relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} t_{11} = t_{22} = t_{33} = t' \\ t_{12} = t_{13} = t_{23} = t'' \end{array} \right. \quad \text{avec } t_{ij} = t_{ji}$$

d'où une matrice de transfert $\|T\|_r$ symétrique ; donc égale à sa transposée et si maintenant nous faisons l'hypothèse que l'hexapole est non-dissipatif, elle devient unitaire

$$\|T\|_r^{-1} = \|T\|_r^* = \|\tilde{T}\|_r^*$$

Mais l'équation matricielle de transfert des champs, qui s'écrit :

$$(VII4.1) \quad [S] = \begin{bmatrix} t' & t'' & t'' \\ t'' & t' & t'' \\ t'' & t'' & t' \end{bmatrix} [E] = \lambda [E]$$

peut s'exprimer à partir des directions propres de $\|T\|_r$; l'ensemble λ_i des valeurs propres nous étant fourni par la résolution de l'équation caractéristique de $\|T\|_r$

$$|C(\lambda)| = \det \left| \|T\| - \lambda \|I\| \right| = \lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3 = 0$$

soit les solutions :

$$\lambda_1 = t' + 2t'' \quad , \quad \lambda_2 = \lambda_3 = t' - t''$$

ce qui se vérifie aisément à l'aide des relations des déterminants et des traces des matrices $\|T\|_r$ et $|C(\lambda)|$

$$\det \|T\|_r = \prod_{i=1}^3 \lambda_i = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = t' (t' - t'')^2$$

mais le fait qu'il y ait une racine double dans le spectre rend ambiguë la détermination des directions propres. Cependant l'ensemble des trois vecteurs propres suivants

$$(VII4.2) \quad E_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad E_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\pi/3} \\ e^{-j2\pi/3} \end{bmatrix}, \quad E_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi/3} \\ e^{-j2\pi/3} \end{bmatrix}$$

satisfait à l'équation (VII.4.1).

La matrice de transfert d'un hexapole peut être rapportée à des plans terminaux particuliers, qu'on appelle "plans principaux", ce qui présente une certaine simplification dans l'écriture des relations et de plus on montre que tout court circuit placé dans l'un de ces plans fait apparaître des court-circuits dans les deux autres et découple les branches correspondantes. Conjointement à ceux-ci, il existe d'autres plans particuliers nommés "plans anti-principaux" et dont les propriétés sont utilisées dans les problèmes d'adaptation ; en effet si dans une branche de l'hexapole il existe un tel plan et qu'on y place un court-circuit, la quadripole ainsi réalisé sera adapté, car l'adaptation de celui-ci suppose que les coefficients de transfert t_{11} et t_{22} des branches adjacentes réalisent l'égalité suivante $|t_{11}| = |t_{22}|$ or elle sera satisfaite si l'hexapole est géométriquement symétrique par rapport à la branche qui porte le court-circuit. Ainsi pour la fonction Y, qui possède la symétrie ternaire, on aura trois "plans anti-principaux" alors qu'une jonction en T n'en aura qu'un. Si maintenant nous cherchons les conditions auxquelles les t_{ij} de $\|T\|_r$ doivent satisfaire pour que la fonction réciproque soit totalement adaptée, on doit avoir :

$$(VII.4.3) \quad \|T\|_r = \begin{vmatrix} 0 & t_{12} & t_{13} \\ t_{12} & 0 & t_{23} \\ t_{13} & t_{23} & 0 \end{vmatrix}$$

mais cette jonction a été supposée sans pertes, donc sa matrice de transfert doit être symétrique et unitaire, ce qui entraîne les relations suivantes :

$$(VII.4.4) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n t_{ij} \cdot t_{pj}^* = t_{12}^* t_{23} = t_{13}^* t_{23} = t_{12}^* t_{23}^* = 0 \\ \text{pour } n = 3 \text{ et } i, p \in [1, 2, 3] \\ \sum_{j=1}^n |t_{ij}|^2 = |t_{12}|^2 + |t_{13}|^2 = |t_{12}|^2 + |t_{23}|^2 = |t_{13}|^2 + |t_{23}|^2 = 1 \end{array} \right.$$

Or ces données sont incompatibles, il n'existe aucun système de valeurs de $t_{ij} \neq 0$ pour $i \neq j$, qui satisfasse à la fois (VII4.3) et les relations (VII4.4). L'adaptation complète d'un hexapole réciroque ne sera donc possible que si ce dernier présente des pertes.

Les fonctions réciroques Y et T sont susceptibles d'avoir diverses utilisations comme par exemple.

- l'adaptation d'une charge sur une voie principale de distribution HF
- La commutation, ou l'aiguillage de voies de transmission HF
- Le découplage entre voie principale et voie secondaire
- la séparation de canaux de fréquences (jonction Y)

Les utilisations les plus fréquemment employées autour d'un accélérateur linéaire sont pour les jonctions en T :

- l'adaptation par admittance ramenée avec un obstacle diffractant, qui peut se déplacer entre le plan "principal" et le plan "anti-principal" de la branche symétrique; elle est employée tant sur les lignes coaxiales (admittance parallèle) que sur les guides (admittances série ou parallèle)
- Le découplage des voies de pompage (ou de pressurisation) sur des lignes ou guides d'ondes transportant des puissances crêtes élevées, par l'introduction sur la branche symétrique d'une série d'obstacles diffractants placés dans le plan "anti-principal" ou dans des plans distants de $\lambda_g/2$ de ce dernier (sur guide CNET λ_g en TEO₁ en disposant trois tiges cylindriques parallèlement au champ E et placés dans trois plans consécutifs distants de $\lambda_g/2$ du plan anti-principal ; on obtient des découplages de l'ordre de 60db)
- l'aiguillage ou la commutation d'une voie principale vers une utilisation ou une charge (distribution de la synchronisation HF vers les diverses tranches de sections accélératrices).
- Le couplage directif par association de deux jonctions en T sur guide, dont le tronçon symétrique présente un rapport a/λ_g déterminé par le couplage désiré.

7-4-3 Propriétés et caractéristiques des circulateurs

Si dans l'axe de symétrie d'une fonction réciproque Y on place une pastille de ferrite, polarisable par un champ magnétique constant H_0 , on rend cette dernière non-réciproque, c'est-à-dire que les transferts de porte à porte sont rendus unilatéraux. Ceci pouvant se réaliser, soit avec des fonctions Y sur guide d'onde rectangulaire propageant des ondes TE_{01} , soit avec des structures planes ou coaxiales en mode T.EM comme par exemple la ligne triplaque et si le sens de H_0 peut être inversé on obtient une unilatéralisation inverse. Comme la ferrite ne trouble pas la symétrie de la jonction, tant du point de vue géométrique que du point de vue électromagnétique, on a

$$t_{12} = t_{23} + t_{31}$$

mais la non réciprocity entraîne que $t_{ij} \neq t_{ji}$ pour $i \neq j$, d'où la forme générale de la matrice transfert $\|T\|_u$ de cette fonction:

$$(VII.4.5) \quad \|T\|_u = \begin{vmatrix} t' & t'' & t''' \\ t''' & t' & t'' \\ t'' & t''' & t' \end{vmatrix}$$

Si les dimensions de l'échantillon de ferrite sont petites par rapport à la longueur d'onde guidée et si de plus il est disposé dans une région où la composante magnétique du champ E.M est dirigée suivant l'axe de la jonction, les vecteurs propres de cette matrice sont encore ceux de la matrice $\|T\|_r$ de la jonction réciproque ; cependant nous n'avons pas encore pour autant un circulateur. En effet, si en présentant des perméabilités scalaires effectives différentes, qui affectent les valeurs propres correspondantes, l'introduction de la ferrite supprime ce que l'on appelle la "dégénérescence de réciprocity" de la jonction Y, il reste à faire que les valeurs propres de $\|T\|_u$ coïncident avec celles de la matrice de transfert $\|T\|_c$ d'un circulateur ; laquelle possède les propriétés d'une matrice bi-stochastique particulière dite matrice de permutation. Par définition le circulateur réalise le transfert suivant :

$$\begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \end{bmatrix} = \left\{ (123) \rightarrow \begin{bmatrix} E_1 & E_2 & E_3 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} E_2 & E_3 & E_1 \end{bmatrix}$$

pour le sens de circulation $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$, ou encore :

$$\begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \end{bmatrix} = \left\{ (132) \rightarrow \begin{bmatrix} E_1 & E_2 & E_3 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} E_3 & E_1 & E_2 \end{bmatrix}$$

pour le sens $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ correspondant à - Ho

Ce qui dans le premier cas se traduit explicitement par :

$$\begin{bmatrix} S \end{bmatrix} = \|T\|_c \begin{bmatrix} E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \end{bmatrix}$$

on l'on voit que non seulement les coefficients t_{ij} de $\|T\|_c$

vérifient les relations :

$$\begin{cases} (V_i) & (V_j) : t_{ij} \geq 0 \\ V_i : \sum_{i=1}^n t_{ij} = 1 & \text{qui caractérisent les} \\ V_j : \sum_{j=1}^n t_{ij} = 1 \end{cases}$$

matrices bi-stochastiques mais que $t_{ij} = 0$ ou 1 exclusivement; c'est ce qui fait de $\|T\|_c$ une matrice de permutation. On remarquera que la non-réciprocité, qui s'exprime par $|t_{12}| = 1$ et $t_{13} = 0$ (ou $t_{12} = 0$ et $|t_{13}| = 1$ pour le sens opposé) permet de satisfaire le système de relations (VII4.3) et (VII4.4) et fait de cet hexapole non-réciproque une jonction totalement adaptée et théoriquement sans pertes. Pour une jonction Y non-réciproque, sans pertes, la condition $t_{ii} = 0$ est nécessaire mais elle est suffisante pour que celle-ci joue un rôle de circulateur ; ce qui se montre en imposant la condition unitaire sur $\|T\|_u$ avec $t_{ii} = 0$. Si nous diagonalisons $\|T\|_u$ à l'aide d'une matrice $\|X\|$ dont les colonnes sont les vecteurs propres de $\|T\|_u$, c'est-à-dire l'ensemble des vecteurs (VII4.2) on aura :

$$\begin{bmatrix} X \end{bmatrix}^{-1} \|T\|_u \begin{bmatrix} X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \|T\|_u \begin{bmatrix} X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix}^{-1}$$

avec

$$\begin{bmatrix} \Lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad \text{ce qui nous donne}$$

$$t_{11} = t_{22} = t_{33} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{3} = t'$$

(VII.4.6)

$$t_{12} = t_{23} = t_{31} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 e^{j2\pi/3} + \lambda_3 e^{-j2\pi/3}}{3} = t''$$

$$t_{13} = t_{32} = t_{21} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 e^{-j2\pi/3} + \lambda_3 e^{j2\pi/3}}{3} = t'''$$

Ainsi pour avoir $T_u = T_c$ il faut que l'on ait :

$$t' \equiv 0, \quad t'' = 1 \quad \text{et} \quad t''' \equiv 0$$

Mais les conditions idéales ne sont pas toujours exactement remplies ainsi les coefficients de réflexion des portes, peuvent être petits mais non nuls :

$$|t_{ii}| \ll 1 \quad \text{pour } i = 1, 2, 3$$

et de même pour les coefficients de transfert du sens inverse à la circulation. Soit pour le sens $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ on aurait :

$$|t_{13}|, |t_{21}|, |t_{32}| \ll 1$$

alors que les coefficients de transfert direct valent :

$$|t_{12}| \neq |t_{23}| \neq |t_{31}| \neq 1$$

ce qui donne $t_{11} t_{21}^* + t_{12} t_{22}^* + t_{13} t_{23}^* \neq 0$ mais comme

$t_{11} t_{21}^*$ est un infiniment petit du second ordre et que $t_{12} t_{23}^* \approx 1$; au premier ordre, on aura :

$$\underline{|t_{22}| = |t_{13}|} \quad \text{ou d'une manière plus générale}$$

$$(VII.4.7) \quad \underline{\underline{|t_{ii}| = |t_{i=1 \quad (i+1)}| \quad \text{pour } i = 1, 2, 3}}$$

Le transfert entre deux portes isolées d'un circulateur hexapole est donc égal au coefficient de réflexion de la troisième porte; c'est-à-dire que son isolation I a pour valeur :

$$I(\text{db}) = 20 \log_{10} \frac{1}{t_{13}} = 20 \log_{10} \frac{1}{t_{22}} = 20 \log_{10} \frac{1+S}{S-1}$$

ou $S = \frac{1+\Gamma_2}{1-\Gamma_2}$ et $\Gamma_2 = t_{22}$ sont respectivement le taux d'ondes stationnaires et le coefficient de réflexion de la porte 2.

Pour le réglage expérimental de cette fonction on utilisera le fait que $t_{ii} = \Gamma_i$ doit tendre vers zéro (condition nécessaire et suffisante pour être un circulateur) mais il se peut qu'en raison de petites imperfections de symétrie mécanique le maximum d'isolation ne coïncide pas exactement avec le minimum de T.O.S. si les pertes d'insertion entre portes sont sensiblement égales et faibles, les λ_i sont pratiquement égaux à l'unité et les vecteurs unitaires des directions propres sont, dans le plan complexe, régulièrement espacés de 120° , on a donc :

$\Phi_2 - \Phi_3 = \Phi_3 - \Phi_1 = 2\pi/3$ mais si il y a des imperfections cela se traduit par

$$\begin{cases} \Phi_2 - \Phi_1 = \frac{4\pi}{3} + \delta_2 \\ \Phi_3 - \Phi_1 = \frac{2\pi}{3} + \delta_3 \end{cases}$$

d'où l'expression générale des valeurs propres de cette jonction Y non réciproque, imparfaite

$$\lambda_i = e^{(-\alpha_i + j\Phi_i)} \quad (i = 1, 2, 3)$$

En particulier si l'on choisi des plans de références de la jonction pour que :

$$(VII.4.8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda_2 = e^{-\alpha_1} \\ \lambda_2 = e^{-\alpha_2 + j(-\frac{2\pi}{3} + \delta_2)} \quad \text{avec } \alpha_i \geq 0 \\ \lambda_3 = e^{-\alpha_3 + j(\frac{2\pi}{3} + \delta_3)} \quad \text{pour } i = 1, 2, 3 \end{array} \right.$$

En portant ces relations dans (VII 4.6) on obtient les éléments

$$(VII.4.9) \quad \left\{ \begin{array}{l} t' = \frac{1}{3} \left\{ e^{-\alpha_1} - \frac{1}{2} (e^{-\alpha_3 + j\delta_3} + e^{-\alpha_2 + j\delta_2}) + j \frac{\sqrt{3}}{2} (e^{-\alpha_3 + j\delta_3} - e^{-\alpha_2 + j\delta_2}) \right\} \\ t'' = \frac{1}{3} \left\{ e^{-\alpha_1} + e^{-\alpha_2 + j\delta_2} + e^{-\alpha_3 + j\delta_3} \right\} \\ t''' = \frac{1}{3} \left\{ e^{-\alpha_1} - \frac{1}{2} (e^{-\alpha_3 + j\delta_3} + e^{-\alpha_2 + j\delta_2}) - j \frac{\sqrt{3}}{2} (e^{-\alpha_2 + j\delta_2} - e^{-\alpha_3 + j\delta_3}) \right\} \end{array} \right.$$

Pour que les propriétés du circulateur soient conservées il faut que les écarts angulaires δ_i soient faibles, ainsi que les pertes d'insertion lesquelles se traduisent par des coefficients d'atténuation α_i petits. Ces deux conditions nous autorisent donc à développer les expressions exponentielles ci-dessus en séries entières limitées aux premiers ordres.

$$(VII.4.10) \quad \left\{ \begin{array}{l} t' \approx \frac{1}{3} \left\{ [-\alpha_1 + \frac{1}{2} (\alpha_3 + \alpha_2) - \frac{\sqrt{3}}{2} (\delta_3 - \delta_2)] - \frac{j}{2} (\delta_3 + \delta_2 + \sqrt{3} (\alpha_3 - \alpha_2)) \right\} \\ t'' \approx \frac{1}{3} \left\{ [3 - (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) + j(\delta_2 + \delta_3)] \right\} \\ t''' \approx \frac{1}{3} \left\{ [-\alpha_1 + \frac{1}{2} (\alpha_3 + \alpha_2) + \frac{\sqrt{3}}{2} (\delta_3 - \delta_2)] - \frac{j}{2} (\delta_3 + \delta_2 - \sqrt{3} (\alpha_3 - \alpha_2)) \right\} \end{array} \right.$$

Or ces coefficients de réflexion et de transfert sont liés aux puissances réfléchies et transmises, ainsi on a respectivement à une proportionnalité près :

$$|t'|^2 = \text{Puissance réfléchie sur la porte d'entrée}$$

$$|t''|^2 = \text{Puissance transmise à la porte de sortie par la voie directe}$$

$$|t'''|^2 = \text{Puissance transmise à la porte de sortie par la voie isolée}$$

Pour un circulateur à pertes d'insertion négligeables ($\alpha_i=0$) mais affecté de petits écarts de phase δ_i on retrouve bien la relation qui lie l'isolation à l'inverse du coefficient de réflexion de l'entrée ou encore :

$$\underline{\underline{|t'|^2 = |t'''|^2}}$$

Mais en général α_i et δ_i différent de zéro et le rapport $|t'|^2 / |t'''|^2$ n'est plus égal à l'unité.

Dans les équipements de servitude comme le calage automatique de phase, ce composant hyperfréquence est employé comme commutateur à déphasage de 180° . La commutation du sens de circulation est obtenue par inversion du champ H_0 et l'écart de phase entre le chemin direct $1 \rightarrow 2$ et le chemin indirect $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$ par réflexion sur un court-circuit porté par la porte 3 doit être de $\underline{180^\circ + 1^\circ}$. D'autre part comme ce signal empruntant l'une ou l'autre voie est homodyné avec un signal de référence dans un réseau annulaire (Té magique sur ligne coaxiale), il importe que son amplitude ne soit pas fonction du chemin suivi, c'est-à-dire que l'on doit avoir :

$$\underline{\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3}$$

Pour l'introduction, sur la voie 1 $\rightarrow$ 2 d'une perte supplémentaire réglable on obtient des écarts d'insertion inférieurs à 0,05 db. Les deux paramètres physiques sur lesquels il est possible de jouer pour obtenir les conditions idéales de fonctionnement sont le diamètre de la pastille de ferrite et le champ H_0 de polarisation.

ANNEXE

FREQUENCE INSTANTANEE & THEORIE DU SIGNAL ANALYTIQUE

1.1 Avant propos & position du problème

L'étude du comportement de signaux de fréquence variable $\omega(t)$ de la forme $\cos \left\{ \int \omega(t) dt + \phi \right\}$, traversant un réseau à distorsion de phase a été faite par J.R CARSON et T.C. FRY (2). Mais plus récemment D.GABOR et J.VILLE (2) ont élargi le concept habituel de fréquence instantanée en introduisant la notion de signal analytique, obtenu par le prolongement complexe du signal réel ; de plus en traduisant dans un espace vectoriel de HILBERT la dualité qui lie un signal à son spectre de fréquence , ils apportent une importante contribution au problème de la représentation mixte d'un signal par une répartition bi-dimensionnelle temps-fréquence. La fréquence instantanée d'un signal sinusoïdal n'est susceptible d'une définition rigoureuse que si ce signal a une durée infinie, quant au spectre d'un signal $s(t)$ qui a pour expression

$$S(\omega) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt$$

il n'est pas explicitement associé à un temps t , mais à l'ensemble du signal aussi dans la théorie classique ni le spectre instantané associé à l'instant t , ni la fréquence instantanée ne sont susceptibles de définition. Pourtant la notion de "fréquence instantanée" telle qu'elle est utilisée en modulation de fréquence

$$\omega = \frac{d}{dt} \left(\omega_0 t + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin \Omega t \right) = \omega_0 + \Delta\omega \cos \Omega t$$

pour intuitive qu'elle soit n'en a pas moins une certaine signification physique, d'autant plus précise d'ailleurs que Ω est plus petit par rapport à ω_0 .

En considérant le signal réel $s(t)$ comme partie réelle du signal complexe.

$$\Psi(t) = e^{j(\omega_0 t + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin \omega t)}$$

il est facile d'y associer une fréquence instantanée, puisque celui-ci est à module constant ; soit

$$\omega = \frac{d}{dt} \arg \Psi$$

ce qui pour un signal quelconque $s(t)$ revient à déterminer le signal complexe $\Psi(t)$ tel que l'on ait :

$$s(t) = \frac{1}{2} \{ \Psi(t) + \Psi^*(t) \}$$

Cette détermination de $\Psi(t)$ sera obtenue par un prolongement dans le plan complexe de $s(t)$ quant t est considérée comme une variable complexe.

1.2 PROLONGEMENT COMPLEXE D'UN SIGNAL REEL

L'espace E des fonctions réelles et sommables $s(t)$ susceptibles de représenter un signal électrique quelconque, satisfait aux axiomes d'un espace vectoriel sur le corps R des nombres réels. Il peut être prolongé en un espace complexe $E' = E + j E$ d'éléments $\Psi(t)$ (fonctions complexes de la variable t) tels que pour $\Psi(t) \in E'$ on ait :

$$\Psi(t) = s(t) + j \sigma(t) \text{ avec } s(t) \text{ et } \sigma(t) \in E$$

considérons le signal défini par la fonction $s(t)$ de durée finie :

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n}{D} \cos(2\pi\nu t + \phi_n)$$

avec $\nu = \frac{n}{D}$ et D une intervalle de définition de durée supérieure ou égale à celle de la "vie" du signal.

Coupons à $s(t)$ un signal complexe $j \sigma(t)$ défini par le développement suivant :

$$j\sigma(t) = \sum_{n=0}^{\infty} j \frac{C_n}{D} \sin(2\pi\nu t + \phi_n)$$

Soit en utilisant un développement en exponentielles complexes du type

$$\psi(t) = s(t) + j\sigma(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n}{D} e^{j\omega_n} e^{j2\pi\nu t}$$

$$\text{ou encore } \psi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\phi_n}{D} e^{j2\pi\nu t}$$

en posant $\phi_n = C_n e^{j\omega_n}$ qui est nul aux fréquences négatives ($\nu < 0$).

Bien que physiquement les durées d'observation soient toujours finies nous pouvons passer à la limite et les sommations ci-dessus deviennent des intégrations (le spectre de raies tendant vers un spectre continu et $1/D \rightarrow d\nu$) Soit la relation :

$$\psi(t) = \int_0^{\infty} \phi(\nu) e^{j2\pi\nu t} d\nu$$

qui nous montre que le signal $\psi(t)$ a une T.F. qui ne comporte que des fréquences positives or on sait que s'il en est ainsi le signal $\psi(t)$ doit vérifier les relations de dispersion classiques :

$$(1) \quad \sigma(t) = -\frac{1}{\pi} s(t) * \frac{1}{t} = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s(\tau) d\tau}{t - \tau}$$

soit pour le signal $\psi(t)$ l'expression

$$\psi(t) = s(t) + \sigma(t) = \frac{1}{j\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s(\tau) d\tau}{t - \tau}$$

Relation qui définit $\psi(t)$ comme une fonction de la variable complexe t , holomorphe dans le demi-plan supérieur et réciproquement si t est réel on a :

$$(2) \quad s(t) = \frac{1}{\pi} \sigma(t) * \frac{1}{t} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma(\tau) d\tau}{\tau - t}$$

Un tel signal $\psi(t)$ sera appelé signal analytique sa recherche à partir d'une fonction $s(t)$ donnée peut parfois être laborieuse mais cette méthode a l'avantage de présenter une interprétation de la notion de "fréquence instantanée" qui élargit l'aspect habituel de ce concept. Il nous est alors possible de définir $s(t)$ par :

$$s(t) = \mathcal{R}_e \left[|\psi| e^{j \arg \psi} \right]$$

c'est-à-dire de le définir comme le résultat de la modulation du signal $e^{j \arg \psi}$ par le signal $|\psi|$. Ainsi si nous considérons que $|\psi|$ représente l'enveloppe de $s(t)$ et que $e^{j \arg \psi}$ est un signal modulé en fréquence, nous obtiendrons pour la fréquence instantanée l'expression :

$$v_t = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \arg \psi = \frac{1}{4\pi j} \frac{\psi^*}{\psi} \frac{d}{dt} \frac{\psi}{\psi^*}$$

Si nous appliquons ceci au signal classique :

$$s(t) = A \cos \Omega t \cos \omega t \quad \text{avec} \quad \omega > \Omega > 0$$

nous avons alors :

$$\psi(t) = \frac{A}{2} \left[e^{j(\omega+\Omega)t} + e^{j(\omega-\Omega)t} \right]$$

$$|\psi(t)| = A \cos \Omega t, \quad v_t = \frac{\omega}{2\pi} = C^{te} = \text{fréquence de la porteuse}$$

Pour un signal modulé en fréquence on retrouverait le résultat classique :

$$v_t = v_o + \Delta v \sin 2\pi F t$$

$$\text{avec } F = \frac{\Omega}{2\pi} \ll v_o = \frac{\omega_o}{2\pi}$$

cependant les développements ci-dessus mettent bien en évidence la différence qu'il y a entre la fréquence usuelle des utilisateurs de cette notion et la variable v de la T.F. de $\psi(t)$.

.../...

1.3. REPARTITION DE L'ENERGIE DANS UN DIAGRAMME TEMPS-FREQUENCE

Le spectre $\phi_{(v)}$ du signal $s(t)$, qu'il soit discret ou continu peut toujours être approché par une suite discrète et infinie de valeurs ϕ_k sans qu'il en résulte une perte quelconque de l'information contenue.

En associant à chaque ϕ_k son conjugué ϕ_k^* , il est possible d'organiser ces éléments en un espace vectoriel de fonctions, qui sera appelé "espace complexe des fréquences" ; de même par une quantification dans le temps on peut avec les éléments ψ_n et ψ_n^* de $\psi(t)$ construire "l'espace complexe des temps".

Les fonctions ϕ_k ainsi d'ailleurs que les ψ_n sont des fonctions orthogonales et de plus on démontre qu'elles forment un système orthonormal tel que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi_j \phi_k^* dv = \delta_{jk} \begin{cases} = 0 \text{ si } j \neq k \text{ (orthogonalité)} \\ \|\phi\| = 1 \text{ (orthonormalité)} \end{cases}$$

Mais l'énergie totale W_v contenue dans le spectre se confond avec l'énergie W_t transportée par le signal ; soit respectivement l'expression de W_t .

$$W_t = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ |s_n|^2 + |\sigma_n|^2 \right\} dt = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |\psi_n|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \psi_n \cdot \psi_n^* dt$$

ou encore :

$$W_t = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) \cdot \psi^*(t) dt$$

et celle du spectre W_v

$$W_v = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \phi_k \phi_k^* dv \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(v) \phi(v)^* dv$$

.../...

La relation d'égalité $W_v = W_t$ prend alors la forme de l'égalité de PLANCHEREL-PARSEVAL

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(v) \cdot \phi^*(v) dv = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) \cdot \psi^*(t) dt$$

ou encore $\|\phi\|_{L^2} = \|\psi\|_{L^2}$ ce qui traduit l'invariance de la norme.

Pour définir une répartition de l'énergie dans le temps, l'auteur (2) introduit une fonction de distribution de probabilités de la forme :

$$p(t, v) \quad dt \quad dv$$

et il détermine sa fonction caractéristique

$$F(u, v) = \iint e^{j(ut + vv)} p(t, v) \quad dt \quad dv$$

et de même qu'en mécanique quantique, il apparaît une "loi d'incertitude" comme relation entre les deux espaces : une meilleure localisation du signal dans le temps grâce à la durée D d'observation du signal entraîne une moins bonne précision dans l'espace des fréquences par la largeur B de la bande spectrale.

$$\begin{cases} D \, dv = 1 \\ 2B \, dt = 1 \end{cases}$$

1.4 EPOQUE DE GROUPE D'UN SIGNAL COMME MOYENNE PONDEREE DES EPOQUES DE GROUPE DE DIFFERENTES FREQUENCES.

Reprenons notre signal analytique $\psi(t)$ et son spectre associé $\phi(v)$ qui sont liées par les relations duales :

$$\begin{cases} \psi(t) = \int \phi(v) e^{2\pi jvt} \, dv \\ \phi(v) = \int \psi(t) e^{-2\pi jvt} \, dt \end{cases}$$

ainsi que par :

$$(4) \quad \begin{cases} (-1)^n \int \psi^* t^n \psi dt = \int \phi^* \left[\frac{1}{2\pi j} \frac{d}{dv} \right]^n \phi dv \\ \int \phi^* v^n \phi dv = \int \psi^* \left[\frac{1}{2\pi j} \frac{d}{dt} \right]^n \psi dt \end{cases}$$

En considérant que l'énergie du signal se manifeste à raison de la densité $\psi^* \psi$ pendant l'intervalle dt on peut évaluer "l'époque" du signal dont la valeur moyenne est :

$$(5) \quad \bar{t} = \frac{\int \psi^* t \psi dt}{\int \psi^* \psi dt}$$

Cette époque qui est déterminée par des considérations énergétiques sera appelée "époque de groupe" et en utilisant la première relation du groupe (4) il vient :

$$\bar{t} = - \frac{1}{2\pi j} \frac{\int \phi^* \frac{d}{dv} \phi dv}{\int \phi^* \phi dv}$$

En mettant en évidence le module et l'argument de ϕ

$$\frac{1}{\phi} \frac{d}{dv} \phi = \frac{1}{|\phi|} \frac{d}{dv} |\phi| + j \frac{d}{dv} \arg \phi$$

nous obtenons :

$$(6) \quad \bar{t} = - \frac{1}{2\pi} \frac{\int \phi^* \phi \frac{d}{dv} \arg \phi dv}{\int \phi^* \phi dv} \quad \text{car } \bar{t} \text{ est réel.}$$

Si maintenant nous considérons que dans l'échelle des fréquences v l'énergie du signal se répartit avec une densité $\phi^* \phi$ on voit que $\bar{t}$, époque de groupe relative au signal tout entier, s'obtient en prenant la moyenne pondérée des quantités

$$\bar{t}_v = - \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dv} \arg \phi$$

que nous considérerons comme des époques de groupe relatives aux différentes fréquences.

.../...

1.5 FREQUENCE MOYENNE D'UN SIGNAL CONSIDEREE COMME MOYENNE PONDEREE DES DIFFERENTES FREQUENCES INSTANTANEEES

En intervertissant le rôle de v et t dans les considérations ci-dessus, on constate que la fréquence moyenne du signal définie par :

$$\bar{v} = \frac{\int \phi^* v \phi dv}{\int \phi^* \phi dv}$$

peut être également définie par :

$$(7) \quad \bar{v} = \frac{1}{2\pi} \frac{\int \psi^* \psi \frac{d}{dt} \arg \phi dt}{\int \psi^* \psi dt}$$

c'est-à-dire comme moyenne pondérée d'une fréquence instantanée

$$v_t = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \arg \psi$$

1.6 ETALEMENT D'UN SIGNAL DANS LE TEMPS-DISTORSIONS D'AMPLITUDE ET DE PHASE

Si nous prenons pour origine des fréquences la fréquence moyenne $\bar{v}$, moyenne des fréquences instantanées v_t nous avons :

$$\bar{v} = \int \psi^* \psi v_t dt = 0$$

L'étalement en fréquences sera :

$$\bar{v}^2 = \int \phi^* v^2 \phi dv$$

et l'étalement des fréquences instantanées :

$$\bar{v}_t^2 = \int \psi^* v_t^2 \psi dt$$

soit la différence :

$$(9) \quad \bar{v}^2 - \bar{v}_t^2 = -\frac{1}{4\pi} \int \left[\psi^* \frac{d}{dt}^2 \psi + \psi^* \left(\frac{d}{dt} \arg \psi \right)^2 \psi \right] dt$$

En posant $\psi = |\psi| e^{j \arg \psi}$ et en dérivant cette expression il vient :

.../...

$$\frac{1}{\psi} \frac{d}{dt} \psi = \frac{1}{\psi} \frac{d}{dt} \psi + j \frac{d}{dt} \arg \psi$$

$$\frac{1}{\psi} \frac{d^2}{dt^2} \psi - \frac{1}{\psi^2} \left(\frac{d}{dt} \psi \right)^2 = - \frac{1}{|\psi|^2} \left(\frac{d}{dt} |\psi| \right)^2 + \dots$$

Portons l'expression $\frac{1}{\psi} \frac{d^2}{dt^2} \psi$ dans (9) et conservons que les termes réels.

$$\overline{v^2} - \overline{v^2}_t = \frac{1}{4\pi^2} \int \left[\frac{d}{dt} |\psi| \right]^2 dt$$

d'où l'expression finale de $\overline{v^2}$

$$(10) \quad \overline{v^2} = \frac{1}{4\pi^2} \int \psi \psi^* \left[\left(\frac{d}{dt} \arg \psi \right)^2 + \left(\frac{1}{|\psi|} \frac{d}{dt} |\psi| \right)^2 \right] dt$$

expression dans laquelle il apparaît deux termes, l'un relatif à l'étalement des fréquences instantanées et l'autre aux variations d'amplitude de l'enveloppe.

En raisonnant de la même manière sur l'étalement dans le temps nous obtenons, avec pour origine des temps le temps moyen $\bar{t}$, l'expression suivante de $\overline{t^2}$.

$$(11) \quad \overline{t^2} = \frac{1}{4\pi^2} \int \phi \phi^* \left[\left(\frac{d}{dv} \arg \phi \right)^2 + \left(\frac{1}{|\phi|} \frac{d}{dv} |\phi| \right)^2 \right] dv$$

Dans cette expression on retrouve les deux éléments classiques d'une distorsion ; le premier terme résultant de la distorsion de phase ou distorsion de temps de propagation de groupe et le second de la distorsion d'amplitude. Ceci pour un signal qui transiterait dans un filtre de caractéristique $\phi(v)$ et dont l'allure serait celle d'une impulsion de DIRAC.

En prenant les logarithmes, les expressions des dispersions de temps et de fréquence s'écrivent :

$$(12) \quad \begin{cases} \overline{v^2} = \frac{1}{4\pi^2} \int \left| \psi \frac{d}{dt} \log \psi \right|^2 dt = \int \left| \frac{d\psi}{dt} \right|^2 dt \\ \overline{t^2} = \frac{1}{4\pi^2} \int \left| \phi \frac{d}{dv} \log \phi \right|^2 dv = \int \left| \frac{d\phi}{dv} \right|^2 dv \end{cases}$$

III^{ème} PARTIE

REALISATIONS ET APPLICATIONS

SUR

L'ACCELERATEUR LINEAIRE D'ORSAY

CHAPITRE VIII

PILOTE MICRO-ONDES STABILISE EN FREQUENCE

8.1 PERFORMANCES EXIGÉES ET CONCEPTION GÉNÉRALE

La nécessité d'étudier un niveau pilote hyperfréquence est apparue dès le lancement du projet de l'extension à 2,3 GeV de l'énergie du linéaire d'ORSAY ; en effet avec un nombre accru de klystrons amplificateurs et les conditions de stabilité de HT, de phase...etc qu'ils leur étaient demandées ainsi que le maintien et même l'amélioration des qualités du faisceau, il ne pouvait en aucune façon être question de conserver l'ancien pilote dont les insuffisances (instabilités, dérives, modulations parasites de fréquences, difficultés d'accrochages...etc) se faisaient déjà sentir sur l'ancienne machine. Aussi l'étude d'un nouveau pilote a-t-elle été lancée dès le début du projet et sa réalisation entreprise aussitôt que l'étude fut assez avancée pour nous permettre de fixer notre choix sur une solution, jugée optimale dans le contexte d'alors.

Outre les performances de stabilité que nous décrirons plus loin ce nouveau pilote devait nous permettre d'atteindre les objectifs suivants :

- Assurer la relève de l'ancien pilote auprès de la machine existante ; c'est-à-dire l'obligation pour lui de fournir une puissance crête de 1kW au préamplificateur CSF KA836

- Alimenter conjointement ce PA CSF et le nouveau PA Thomson-Varian 2012 prévu en remplacement, dont la puissance d'entrée saturant la première cavité est de l'ordre de 100 watts

- Fournir une onde CW découpée (ou non) en impulsions de largeur réglable ; suffisamment large pour couvrir tous les écarts de synchronisation pouvant se produire entre les deux générateurs d'impulsion de déclan-

chement susceptibles d'être utilisés lors de la phase de mise au point de la nouvelle machine, conjointement à l'exploitation de l'ancienne.

- Fournir sur une sortie indépendante, une puissance de l'ordre de 50 à 100 watts pour divers usages tels que : des calibrations en niveau et en phase, des mesures de stabilité de phase ou de fréquence par comparaison, voire même des utilisations comme oscillateur local de récepteur ou comme générateur très stable.

- Permettre un découpage de la HF à une fréquence égale ou multiple de la fréquence nominale de répétition $F_{\text{r}} = 50 \text{ hz}$ c'est-à-dire avoir un générateur interne d'impulsions pouvant fonctionner en mode libre ou en mode synchronisé.

En outre il devra posséder : une télécommande fine de fréquence avec affichage et commande localisés sur le panneau avant ; une information digitalisée de la fréquence qui pourra être lue en local ou en distance. Ces conditions générales de fonctionnement étant fixées il restait à définir la limite inférieure de la stabilité de fréquence qu'il était nécessaire d'obtenir pour que le spectre énergie-courant du faisceau ne soit limité que par les seules tolérances de fabrication du guide accélérateur et notamment par la multiplicité des paliers à vitesse de groupe différentes rencontrés par le faisceau sur les N sections accélératrices.

Si dans ces tolérances de fabrication nous faisons entrer :

- La dispersion de la fréquence d'accord des cavités
 - La fluctuation de la température moyenne des sections
 - Les désaccords des sections autour de la fréquence moyenne
- donnant le synchronisme pour l'ensemble multisections.

On montre que pour un spectre énergie-courant dont la largeur de bande à mi-

hauteur doit être $\leq 0,5 \%$, les conditions ci-dessus imposent à la fréquence une stabilité supérieure à 10^{-5} (voir (1) Thèse de L.MELARD que nous avons dirigée à partir des considérations théoriques dégagées dans la seconde partie de ce travail) Si à ces conditions on ajoute les restrictions que la transmission et l'amplification de puissance introduisent par des effets nuisibles tels que les modulations parasites dues aux propagations avec réflexions (distorsion du temps de propagation de groupe) et aux temps de transit variables des klystrons amplificateurs, on est conduit à fixer comme limite inférieure de la stabilité de fréquence $\frac{\Delta f_m}{f_0}$ la valeur de 10^{-7} . quant à la limite supérieure $\frac{\Delta f_m}{f_0}$ elle dépendra essentiellement de la solution choisie pour réaliser la discrimination de fréquence, compte tenu des autres impératifs fixés par ailleurs que sont :

- la bande d'accord à couvrir $B = \pm 1 \text{ Mhz}$ autour $2,999 \text{ Ghz}$
- Précision d'affichage par télécommande $\pm 1 \text{ Khz} \approx \pm 3,3 \cdot 10^{-7}$

Partant de ces exigences il nous était alors possible d'esquisser la structure et l'organisation fonctionnelle de ce nouveau pilote et il nous est tout de suite apparu que celle de l'ancien pilote CSF ne pourrait être reconduite. En effet, que l'on demande à un élément d'être à la fois un oscillateur très stable et un générateur de puissance et cela en régime d'impulsion est proprement incompatible avec les limites de stabilité demandées : Aussi avons nous d'emblée découplé les fonctions oscillation et puissance en préconisant une structure à deux étages ; le premier, ou "maître oscillateur", fournissant une oscillation très stable à bas niveau et ondes entretenues pures ; le second chargé de fournir la puissance au P.A sous une forme continue ou découpée serait appelé "séparateur" parce que fortement découplé du M.O et de sa charge pour ce qui est de régimes parasites de réflexion par désadaptation ou commutation.

Le découpage pouvant se faire soit en amont soit en aval de ce séparateur ; à priori nous avons choisi de le faire en aval, afin de nous éloigner encore du M.O, cependant la réalisation d'un aiguilleur du type "duplexeur radar" s'étant révélée assez onéreuse nous avons opté pour un découpage en amont par diode P.I.N avec un générateur d'impulsion approprié.

8.2 Choix entre les diverses solutions de la stabilisation en fréquence

C'est la souplesse de la commande de l'accord électronique du klystron

reflex qui nous a fait préférer ce tube aux autres, pour jouer le rôle de maître oscillateur et c'est celle-ci qui conditionne la finesse de la télécommande de fréquence, la couverture de la bande et la facilité de l'asservissement. Les graphiques n°s 16 et 17 nous montrent la linéarité dans la bande d'accord électronique et le diagramme de RIECKE du klystron reflex utilisé, ils nous permettent aussi de déterminer les caractéristiques de la chaîne d'asservissement en fréquence ainsi que les conditions d'impédance de la charge de sortie (cavité comprise). Mais c'est sur les diverses solutions possibles de discrimination de fréquence que le choix fut le plus difficile ; en effet les solutions en présence étaient les suivantes :

- Discriminateur hyperfréquence à deux cavités (figure n°4)
ou à une cavité bi-modale.
- Discriminateur à fréquence intermédiaire (F.I = 30 Mhz) faisant à une tête HF à mélangeur symétrique.
- Discriminateur de phase à fréquence intermédiaire (FI = 30 Mhz) et oscillateur auxiliaire de comparaison (figure n°7)

C'est la première de ces trois solutions qui, de prime abord, retint notre attention, ceci parce qu'une cavité E.M du type "boîte à écho" existait déjà, il suffisait alors d'en faire une réplique pour avoir nos deux C.O du discriminateur hyperfréquence. De plus les calculs sur les cavités en mode TE_{012} et TE_{013} qui avaient été faits dans le rapport L.A.L N°39 (7) pouvaient alors nous servir pour juger des possibilités de ce discriminateur quant à sa limite inférieure de discrimination. Avec des affaiblissements de transmission de l'ordre de 25 db de telles cavités ont des Q en charge compris entre 50.000 et 60.000 et en tenant compte du bruit et des pertes de conversion des cristaux détecteurs, les calculs du chapitre VII relatifs à la réponse et à la distorsion d'un discriminateur à circuits oscillants découplés, nous ont montré qu'avec ce discriminateur la stabilité de fréquence qu'il était possible d'atteindre était de l'ordre de 10^{-7} (moyennant quelques précautions d'isolation thermique des cavités); c'est-à-dire que cette stabilité était compatible avec l'exigence formulée au départ. Cependant le problème de l'accouplement mécanique des pistons de commande de fréquence, maintenant un écart de fréquence constant entre les deux cavités, sur toute la plage de réglage, était difficile à réaliser avec nos moyens. Aussi

nous avons préféré utiliser une cavité bi-modale en mode TE_{111} avec un seul piston de commande, bien que les performances d'une telle cavité fussent moins bonnes que celles des "boîtes à écho" ($Q_0 \neq 10\ 000$ au lieu de $60\ 000$) Pour qu'une telle cavité puisse jouer le rôle de deux C.O. décalés il faut déjà qu'il existe une configuration des lignes de champs telle que leurs directions soient perpendiculaires entre-elles ; il en est ainsi dans les cavités possédant une symétrie suffisante pour produire la dégénérescence de modes propres, par exemple les modes TE_{111} ou TM_{110} de la cavité cylindrique. Mais ces modes ont même fréquence, il faut donc les découpler ce qui est possible grâce aux perturbations apportées par des vis métalliques (ou des trous) agissant sélectivement sur ces modes.

L'évaluation de l'influence de ces vis (ou des trous) sur la fréquence du mode perturbé se fait par le calcul du champ sur la surface des perturbateurs à partir des résultats de H.A BETHE et SLATER et en suivant une méthode de calcul des perturbations (voir LAL N° 40 (5)) La seconde de ces trois solutions est une transposition de la première à une fréquence intermédiaire ($FI = 30\text{ Mhz}$) ; la précision du discriminateur à circuits décalés du type FOOSTER-SELEY (ou du détecteur de rapport) sera du même ordre de grandeur que celle obtenue avec le discriminateur hyperfréquence pour autant que le rapport des surtensions en charge soit égal au rapport des fréquences de la transposition. Pour ces deux solutions une nette amélioration de la stabilité serait obtenue en plongeant les circuits du discriminateur et les cristaux dans une enceinte refroidie par un gaz liquéfié (sans pour autant faire de la supraconductivité). On obtiendrait aisément un gain de deux dans le rapport des Q et un gain sur le facteur de bruit des cristaux qui serait sensiblement égal au rapport des températures thermodynamiques utilisées. Mais c'est finalement la troisième version qui a été définitivement adoptée, bien que la première nous ait permis de réaliser le premier prototype de M.O. Le principe de cette solution utilise la détection synchrone par homodynage, dans un transformateur différentiel B.F, du signal incident transposé en FI avec un signal de référence généré par un oscillateur auxiliaire piloté par quartz (ou libre) selon que l'on utilise une fréquence fixe ou la télécommande de fréquence.

Dans l'utilisation normale sur l'accélérateur linéaire c'est avec la télécommande que ce M.O fonctionne et dans ce cas la stabilité en fréquence est limitée par la stabilité propre de l'oscillateur auxiliaire, laquelle est voisine de 10^{-6} lorsque l'isolation thermique des éléments actifs de cet

oscillateur est bien réalisée ; ceci nous conduit par la transposition de fréquence à une stabilité sur la fréquence asservie du M.O de l'ordre de $0,3 \cdot 10^{-8}$. Un facteur 5 à 10 pourrait encore être obtenu si la température de l'enceinte de l'oscillateur auxiliaire pouvait être maintenue à une valeur très stable par cryogénie. Quoi qu'il en soit les différents résultats obtenus sur ce type de MO ont été satisfaisants ; que ce soit pour la stabilité de fréquence à court terme, la dérive, les fluctuations de bruit d'amplitude et de fréquence ainsi que pour la précision de la télécommande.

8.3 Réalisation et résultats obtenus

La réalisation de ce nouveau pilote à comporté deux étapes, lesquelles se différencient par le type de M.O utilisé, car l'étage "séparateur" était le même dans ces deux versions. La première de ces deux versions de maître-oscillateur comportait un discriminateur hyperfréquence à cavité bi-modale dérivé d'un appareil américain qui couvrait une très large bande autour de la fréquence f_0 qui nous intéressait ($B/f_0 \neq 0,2$ au lieu de $0,3 \cdot 10^{-3}$) et que nous avons adopté tant du point de vue télécommande que de la plage couverte et la résolution en fréquence. Ceci afin de satisfaire rapidement aux exigences des utilisateurs du linéaire, tout en nous laissant le temps d'étudier une version plus élaborée sous la forme d'un discriminateur de phase à fréquence intermédiaire associé à un oscillateur auxiliaire commandable en fréquence.

Dans la première version, la limitation de la stabilité de fréquence à quelques 10^{-7} était essentiellement due aux bruits des cristaux détecteurs en sortie de la cavité bi-modale et en amont de l'amplificateur vidéo-fréquence de tension d'erreur, attaquant le réflecteur du klystron reflex.

Par contre dans la seconde version dont la stabilité de fréquence est bien meilleure (quelques 10^{-9} en valeur moyenne), c'est la stabilité thermique de l'oscillateur auxiliaire à 30 MHz, fournissant la phase de référence, qui est en cause ainsi d'ailleurs que celle de l'enceinte du quartz de la chaîne multiplicatrice de l'oscillateur local, mais ^{dans} une moindre mesure, car la régulation thermique est assez efficace. Les principaux résultats concernant ces deux maîtres oscillateurs nous sont donnés par les graphiques N°s 18 à 21 et le cahier d'exploitation du service "Accélérateur". Précisons que l'exploitation de ce pilote sur l'accélérateur linéaire pendant dix mille heures à fait res-

sortir que le M.T.B.F de ce matériel était assez bon (de l'ordre de mille heures) est qu'il pourrait être amélioré si certains sous-ensembles de montage réalisés avec des tubes électroniques étaient remplacés par des dispositifs à semi-conducteurs et si le tube klystron THOMSON-VARIAN 802 D chargé de jouer le rôle de séparateur présentait moins de défauts. Cependant nous pouvons dire qu'avec ce pilote l'ensemble des exigences formulées au début de l'étude ont été atteintes.

CHAPITRE IX

ASSERVISSEMENT AUTOMATIQUE DE LA PHASE DEACCELERATRICE D'UN LINEAIRE A ELECTRONS9.1 Avant-Propos & Conception générale

Une des caractéristiques essentielles de la stabilité en énergie et en largeur de spectre énergie-courant d'un faisceau accéléré étant précisément la stabilité de la phase de l'onde accélératrice relativement à l'instant d'entrée dans l'espace d'interaction, de l'électron central du paquet ; il était naturel de songer à asservir cette phase à l'instant d'entrée de ce paquet. Or ceci est très possible si l'on utilise comme signal de référence le signal généré par le passage du faisceau au travers d'une cavité E.H du type ré-entrante, placée à l'entrée des sections accélératrices ; la comparaison de la phase de cette référence avec une partie du signal développé par l'onde incidente fournira un signal d'erreur qui commandera le déphaseur d'asservissement. C'est en partant de cette idée que P. BRUNET (3) a étudié et réalisé un premier système de réglage automatique des phases hyperfréquences sur deux sections du linéaire d'ORSAY cependant ces prototypes n'étaient pas opérationnels et ne pouvaient l'être qu'en remaniant assez profondément leur conception, sans toutefois en changer le principe, à savoir que :

- Les circuits hyperfréquences de comparaison passent en structure coaxiale au lieu d'être réalisés en guide rectangulaire CNET λ_g fonctionnant en mode TE_{01} . Ceci ayant pour effet d'accroître la stabilité de phase aux variations de température et d'autre part de réduire l'encombrement du dispositif ; d'où une influence plus petite des gradients de température résultant de son environnement thermique.

- La calibration, qui précédemment se faisait à partir de la mesure de l'énergie apportée par la section est maintenant basée sur la mise en opposition de phase de l'onde incidente accélératrice et de l'onde induite par le faisceau dans la structure, lorsque celle-ci n'est pas alimen-

tée en énergie. Ce changement du critère de calibration nécessite un troisième signal de comparaison qui est prélevé en fin de section par une boucle inductive ou un coupleur de sortie (voir la fig N°12).

- Le système électronique de traitement du signal "enveloppe" résultant de la détection du signal de comparaison en phase, ne prélève, grâce à une porte synchronisée, qu'une partie de ce signal enveloppe ; là où la conjonction des signaux à comparer est la plus représentative, c'est-à-dire hors des régimes transitoire de phase à l'établissement et à la fin de cette conjonction.

- Le circulateur (jonction Y non-réciproque) aiguillé à une fréquence moitié de la fréquence de répétition des impulsions HF passe en structure coaxiale au lieu d'être monté en guide CNET λ_g ; de plus il est doté d'un système qui par l'introduction d'une petite substance absorbante sur la voie la plus courte en phase et en longueur électrique, permet un réglage fin de l'écart d'insertion entre les deux voies ($< 0,01$ db)

- Le Té magique sur guide devient un réseau annulaire coaxial dont les caractéristiques telles que T.O.S, symétrie et isolation sont très nettement améliorées.

- Le déphaseur C.S.F à piston sans contacts est remplacé par un déphaseur rotatif sur guide circulaire travaillant selon le mode fondamental TE_{11} et associé à des transitions de modes pour se raccorder aux lignes coaxiales et aux guides rectangulaires adjacents. Pour ce dernier composant le couple résistant sur l'axe moteur est très faible (100g.cm au lieu de plusieurs kg.cm pour le piston) de plus comme l'axe est monté sur des roulements les valeurs de couple pour les sens levogyre et dextrogyre sont confondues ; il n'en était pas de même pour une translation droite ou gauche du piston, d'où une symétrie dans la recherche de l'asservissement qui n'existait pas auparavant. D'autre part le dispositif d'entraînement se simplifie du fait que la recherche peut toujours s'effectuer dans un seul sens de rotation puisqu'il n'y a pas de butée de fin de course comme avec le piston.

- Nous avons de plus développé un détecteur d'enveloppe à structure coaxiale non-accordable qui remplace avantageusement l'ancien ; il utilise, lui aussi, des diodes thermoïniques, mais leurs caractéristiques se conservent plus longtemps et sont moins dispersées pour un même lot.

9.2 Réalisation et mise en oeuvre du système C.A.P. sur l'accélérateur d'ORSAY

9.2.1 Diagramme fonctionnel du système C.A.P. - Fonctionnement

Le diagramme fonctionnel simplifié du système de contrôle automatique de phase actuellement installé sur la totalité de l'accélérateur linéaire de 2,3 GeV d'ORSAY est donné par la figure N°12. On remarquera que les liaisons hyperfréquences sont réalisées en lignes coaxiales, sauf pour l'amenée de la puissance (25 MW crête) qui va du klystron à la tête HF de la section.

En fonctionnement normal (asservissement de la phase) les commutateurs ont bien les positions figurées, c'est-à-dire que dans l'anneau on compare la fraction de l'onde incidente prélevée par le coupleur de 54 db, à celle induite par le faisceau dans la cavité ré-entrante de tête de section et ce à travers un déphaseur trombone qui n'a qu'un rôle auxiliaire lors de la calibration. Le signal homodyné qui sort de l'anneau est représentatif, soit de la somme vectorielle des ondes entrantes soit de leur différences selon que l'onde "coupleur" a emprunté l'un ou l'autre des chemins que le circulateur aiguilleur impose à celle-ci à la cadence $F_T/2$ si F_T est la fréquence à répétition des impulsions HF.

Notons à ce propos que le C.A.P. actuel fonctionne que pour $F_0 = 50$ Hz bien que rien ne s'oppose à son utilisation pour des fréquences à multiples pairs et impairs de $F_0 = 50$ Hz si la fréquence du signal de commande suit la même loi. Il est même possible d'envisager un fonctionnement avec une fréquence de commande constante et égale à $F_0/2$ pour autant que les fréquences de répétition F_T soient des multiples pairs de F_0 . Sur le signal de sortie de l'anneau, le détecteur coaxial opère une démodulation d'enveloppe tout comme dans une modulation normale par impulsions, avec amplitude variable, c'est-à-dire non codée en position et en largeur.

Pour une phase correcte (phase optimale donnant l'énergie maximale de sortie pour un courant accéléré donné, compris dans la dynamique de fonctionnement) le signal d'erreur doit être nul, ce qui signifie que la somme et la différence vectorielle des ondes entrantes, est constante en amplitude, d'où un déphasage permanent de $\pi/2$ entre ces deux ondes.

La comparaison séquentielle à $F_T/2$ présente l'avantage de ne nécessiter qu'un seul détecteur, alors qu'une comparaison instantanée sans circulateur

en nécessiterait deux, lesquels devraient être constitués avec des diodes très finement appariées, d'où une surveillance de la tenue dans le temps des caractéristiques. Par contre dans le sous-ensemble "électronique d'asservissement" on doit disposer d'un aiguillage à $F_m/2$ en coïncidence avec le circulateur, pour séparer les échantillons et les adresser par leurs voies respectives à l'amplificateur différentiel qui précède l'électronique de traitement (bloqueur, intégrateur, amplificateur de commande du moteur du déphaseur)

La porte synchronisée dont la durée d'ouverture est de $0,3 \mu\text{sec}$ est placée en amont de cet aiguillage et sa position dans le chronogramme des signaux se situe dans le dernier quart de la durée utile τ de l'impulsion HF. Si la durée de cette dernière est de l'ordre de $2,2 \mu\text{sec}$ et qu'elle commence à l'instant t_0 , le signal dû à l'onde de charge d'espace créé par le faisceau n'apparaîtra qu'à l'instant d'injection, c'est-à-dire $0,6 \mu\text{sec}$ plus tard et il ne sera pleinement établi qu'après une durée égale au temps de propagation de groupe de la section, soit à l'instant $t_0 + 1,3 \mu\text{sec}$; ceci laisse donc pour le fonctionnement de la porte, une plage de temps comprise entre les instants $t_0 + 1,3 \mu\text{sec}$ et $t_0 + \tau = t_0 + 2,2 \mu\text{sec}$

9.2.2 Procédure de calibration et moyens de contrôle

La calibration en C.A.P s'opère sélectivement sur chaque section accélératrice en présence du faisceau et cela à partir du pupitre de commande et selon une procédure qui comporte les séquences suivantes :

- a) Calage du signal "cavité" par rapport au signal "boucle"

Cette opération s'effectue en l'absence de puissance HF dans la section et en adressant le signal d'erreur de sortie sur la commande de φ_A , à la fin de cette opération, les phases de ces signaux sont calées à $\pi/2$

- b) Mise en opposition de phase des signaux "onde incidente" et "boucle"

Cette opération s'effectue toujours sur les mêmes signaux que ci-dessus mais cette fois avec la présence de la puissance HF dans la section et l'adressage du signal d'erreur se fait alors sur φ_K ; le signal "boucle" est maintenant la résultante vectorielle du signal dû à l'onde incidente et de celui induit par le faisceau ; résultante que l'on amène à être en quadrature avance ou arrière avec le signal "cavité", par action sur φ_K . L'ambiguïté qui résulte de ces deux possibilités de calage est levée si l'un de ces deux

points est rendu stable et l'autre instable, en liant correctement le sens de rotation de φ_K au signe de la différence des signaux détectés. Par calage ce sens est fixé une fois pour toutes de telle sorte que la recherche nous conduise à une mise en opposition de phase des signaux composés. De toutes manières un contrôle est possible par la lecture de l'énergie en sortie de machine; en effet si V_0 est l'énergie de sortie lorsque la section n'est pas alimentée en HF et si ΔV est le gain d'une section, on lira en sortie une énergie $V_0 \pm \Delta V$ selon que les phases des ondes incidentes et induites seront en opposition ou en concordance de phase.

- c) Calage du signal "cavité" par rapport à celui du coupleur "onde incidente"

Le commutateur des voies hyperfréquences connecte l'anneau sur les signaux "cavité" et coupleur "onde incidente" alors que le signal d'erreur est adressé de nouveau, sur φ_A . Sans toucher à φ_K par la commande manuelle, on laisse ce calage s'opérer; ce qui nous amène à avoir une boucle de comparaison qui délivre un signal d'erreur nul et une opposition de phase entre les ondes incidente et induite; ce sont là les deux conditions reprises pour fermer la boucle d'asservissement en phase de la section.

- d) asservissement en phase de la section

Cette opération consiste à adresser le signal d'erreur non plus sur φ_A mais sur φ_K , lequel ne doit pas bouger puisque ce signal est présentement nul. Pour que le signal de "boucle" toujours présent au niveau du commutateur HF ne vienne pas perturber, par diaphonie, la voie de comparaison, on le ferme sur une impédance adaptée lors de la commutation et dans ces conditions la réjection est supérieure à 35 db.

Le système C.A.P est alors en service sur cette section et on procédera ainsi de proche en proche tout le long de l'accélérateur. Notons que les boucles de sortie n'existent que sur l'ancienne machine, sur les nouvelles sections ce sont des coupleurs avec tête HF qui fournissent ce signal.

9.3 Exploitation - Résultats obtenus

L'exploitation du système C.A.P sur l'ensemble de l'accélérateur de 2,3 GeV d'ORSAY (15 sections nouvelles + 22 anciennes) durant la première année

d'utilisation, fait ressortir un certain nombre de résultats qui montrent les avantages apportés par ce système sur le plan des caractéristiques du faisceau ainsi que sur celui de la conduite de la machine. On obtient en effet :

- Une largeur de spectre courant-énergie à mi-hauteur $\leq 0,5 \%$
- Un fonctionnement correct du C.A.P pour les limites suivantes
 - a) Dynamique du courant accéléré $10\text{mA} \leq I \leq 200\text{mA}$
 - b) Dynamique de puissance incidente $10\text{MW} \leq \hat{P} \leq 24 \text{ MW}$
- Un temps moyen de bon fonctionnement par poste $\gg 4$ semaines

Avec les caractéristiques suivantes :

- Résolution en phase ou appréciation de l'écart minimum entre phases entrantes, détecté par le système $\leq \pm 1^\circ$
- Précision globale d'un poste par rapport à la phase optimale $\leq \pm 5^\circ$
- Temps minimum de tarage d'un poste $\leq 10 \text{ mn}$
- Durée de mise en phase de toutes les section $\leq 1 \text{ mn}$
- Courant optimal de tarage avec $P_{\text{max}} = 24 \text{ MW}$ $I_t = 70 \text{ mA}$
- Niveau minimal du signal vides à l'entrée de l'électronique d'asservissement $\hat{V}_d = 3 \text{ v}$
- Alimentation du circulateur en signaux carrés 25 Hz $I = 0^A 3$

CHAPITRE X

REALISATIONS DIVERSES

Dans ce chapitre nous nous bornerons à énumérer les diverses études effectuées au laboratoire hyperfréquence, ou sous-traitées à des coopérants, lesquelles ont donné lieu à des réalisations qui ont été intégrées sur l'accélérateur, soit comme sous-ensembles fonctionnels soit comme éléments de servitude ou de maintenance. Certains sous-ensembles qui ont été étudiés et réalisés à l'extérieur, ont fait l'objet d'une recette, conformément à un cahier des charges établi par le laboratoire hyperfréquence ; aussi le préamplificateur THOMSON-VARIAN 2012 de 5 MW crête dont nous donnons ci-après quelques caractéristiques mesurées en recette.

10-1 Installation et recette du PA THOMSON-VARIAN 2012

Les conditions de recette de ce préamplificateur, ainsi que les diverses mesures et essais auxquelles elle a donné lieu sont résumées dans le compte rendu technique LAL (4) concernant les essais vides-fréquences et hyperfréquences qui se sont déroulés au laboratoire de l'accélérateur linéaire. Durant la phase d'installation et de mise au point de ce sous-ensemble. Nous donnons ci-après un aperçu des principales mesures effectuées ainsi que les résultats auxquels elles nous ont conduits.

10-1-1 Mesures videsfréquences

Les caractéristiques de l'impulsion de modulation HT de la cathode du klystron TV 2012 ont été mesurées pour toutes les fréquences de répétition utilisables sur la nouvelle machine ($F_r = 50, 100, 150, 200$ et 200 Hz) les résultats obtenus sont les suivants :

- Durée d'impulsion $4,7 \mu\text{sec} \leq D \leq 4,8 \mu\text{sec}$
- Ondulation globale crête à crête (Ripple) $1,2 \cdot 10^{-3} \leq \Delta H/H_0/H_T \leq 1,8 \cdot 10^{-3}$

- Pente moyenne sur D $0,2 \cdot 10^{-3} \leq -\frac{\overline{\Delta_{HT}}}{t} \cdot D \leq 1,2 \cdot 10^{-3}$
- Fluctuation d'impulsion à impulsion
(jitter d'amplitude) $0,5 \cdot 10^{-3} \leq \frac{\Delta_{HT}}{HT} \leq 10^{-3}$
- Fluctuation de position relativement à la
synchronisation $\Delta t_0 \leq 10 \text{ nano sec}$

Les fluctuations d'impulsion à impulsion mesurées, sont surtout dues au fait que pour des fréquences de répétition, multiples de $F_r = 50 \text{ Hz}$, les phases de la source Q_0 ne se comportent exactement de la même manière ; ces fluctuations sont cycliques et en corrélation avec le multiple de F_r utilisé, mais c'est avec $F_r = 150 \text{ Hz}$ que les écarts sont les plus importants, cependant l'existence conjointe de trois faisceaux ayant des raies d'énergie voisines n'a pas été véritablement mise en évidence, bien qu'il ne fasse aucun doute, qu'ils existent et contribuent à l'élargissement du spectre énergie-courant.

10-1-2 Mesures hyperfréquences

a) Mesures des puissances crêtes fournies en sortie

F_r	: P entrée	: P sortie	: Gain
Hz	: w	: Mw	: db
(50	: 50	: 5,3	: 50,2 $\pm$ 0,5)
(100	: 54	: 4,95	: 49,75 $\pm$ 0,5)
(150	: 59	: 5,02	: 49,4 $\pm$ 0,5)
(300	: 57,5	: 5,06	: 49,6 $\pm$ 0,5)
(:	: :	: :	:)

Pour ces mesures les conditions de fonctionnement étaient les suivantes

- Stabilité du niveau de la puissance d'entrée $\left| \frac{\Delta P_e}{P_e} \right| < 0,2 \%$

- HT doublée sur LAR

HT = 26,5 KV

- Pressurisation au freon de la charge de sortie $p = 3$ Bars

b) Mesures de la stabilité de la phase

Les instabilités de phase engendrées par ce klystron amplificateur sont mises en évidence par la méthode de comparaison instantanée avec un discriminateur à Té magique monté entre l'entrée et la sortie du tube.

Les diodes détectrices d'enveloppe montées sur chaque bras de sortie du Té étaient appariées sur une plage de ± 3 db et leurs réponses en fonction de la puissance d'entrée étaient de la forme $S = K (\sqrt{P})^n$. Les signaux de sortie liés aux signaux d'entrée, pris en amont et en aval du klystron avaient pour expression.

$$S_1 = K \left[\frac{P_A + P_B}{2} + \sqrt{P_A P_B} \cos \varphi \right]^{n/2}$$

$$S_2 = K \left[\frac{P_A + P_B}{2} - \sqrt{P_A P_B} \cos \varphi \right]^{n/2}$$

Quant au signal^P d'erreur $\Delta S = S_2 - S_1$, il s'annule pour $\varphi = \frac{\pi}{2}$ et $\frac{3\pi}{2}$ mais au voisinage de ceux-ci on a :

$$\Delta S = K n \frac{\sqrt{P_A P_B}}{\left(\frac{P_A + P_B}{2} \right) \left(1 - \frac{n}{2} \right)} \Delta \varphi$$

Si $\Delta \varphi$ est l'écart de phase, autour d'un de ces deux points pour lesquels $\Delta S = 0$ Soient les résultats suivants :

- Ondulations résiduelle de phase , crête à crête $0,6^\circ \leq \Delta \varphi \leq 1,8^\circ$

- Dérive de phase sur l'impulsion
de largeur $D = 4,5 \mu s$ $0,3 \leq \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \cdot D \leq 0,8^\circ$

obtenus pour les différentes fréquences de répétition et après réglage de la LAR à l'aide du comparateur de phase hyperfréquence, dont la stabilité propre était de l'ordre de $0,5^\circ$ par 24 heures.

10-2 Mesures préliminaires et pré-recette sur les nouvelles structures

Les nouvelles structures accélératrices du type "60 M μ " dont les caractéristiques théoriques sont les suivantes :

- Facteur de surtension à vide des cavités	11.800
- Energie à vide (pour $P_0 = 24$ MW)	63,8 Mev
- Impedance	57,30 M Ω /m
- Attenuation	4,70 db
- Temps de propagation de groupe	0,68 μ sec

ont fait l'objet de mesures préliminaires portant sur les paramètres R et Q en régime statique d'ondes stationnaires et cela par la méthode des perturbations appliquée aux différents tronçons d'une section accélératrice (5). Ensuite des essais à froid (sans énergie HF) ont été effectués sur la section assemblée afin de déterminer les valeurs réelles des paramètres comme l'atténuation, le temps de propagation de groupe, les caractéristiques de dispersion de phase autour de la fréquence ω_s donnant $V_p = c$ et leurs concordances avec les données théoriques. Les graphiques N°s 10 à 15 bis nous donnent un aperçu de ces différents paramètres mais pour de plus amples détails on se reportera au rapport technique LAL (1214) [6] lequel comporte en plus les mesures sur les dissymétries présentées par la tête HF de la section, l'allure de la caractéristique de la phase le long de l'axe oz en régime de synchronisme et autour de celui-ci, lorsque la section est correctement stabilisée en température mais attaquée par un signal dont la fréquence est légèrement différente de celle du synchronisme

10-3 Lignes de transmission - Adaptations

Les lignes hyperfréquences de transmission et de distribution d'énergie HF aux klystrons amplificateur de puissance ($P_0 = 24$ MW) ont été réalisées en

guide d'onde rectangulaire CNET γ fonctionnant selon le mode TE_{01} . Ceci parce que la puissance crête de 5 MW fournie par le préamplificateur THOMSON-VARIAN en tête de la distribution ne pouvait être acceptée par une ligne coaxiale, ainsi d'ailleurs que celle fournie aux bras principaux de cette distribution en arborescence. De plus les éléments de commande de la phase et de l'atténuation du signal d'entrée des klystrons étant réalisés sur guide circulaire, les transitions de mode de guide à guide sont généralement plus aisées et surtout plus performantes quant à la tenue mécanique, la dissipation thermique, les meilleures adaptations. Cependant il nous a tout de même pressuriser la ligne principale et les bras de division, afin d'éviter des claquages HF. générateurs de transitoires de phase. Afin plusieurs essais avec des gaz comme le SF_6 , le fréon 11, nous nous sommes finalement fixé sur l'air sec à la pression de 4 bars. Les points d'élévation de température au niveau des joints de raccordements de la tête de distribution n'excédaient pas la valeur de $20^\circ C$ au-dessus de l'ambiante et cela pour la puissance moyenne maximale ($F_r = 300 Hz$ et $P = 5 MW$). Les lignes d'entrée des klystrons ainsi que celles utilisées dans le système de calage automatique de phase ont été réalisées en câble coaxial "Styroflex" 1/2" de PELPHS-RODGE; la vitesse de propagation dans celui-ci étant de 0,9c et sa stabilité de phase en fonction de la température et de l'ordre de $10^{-6}^\circ / m^\circ C$ ce qui bien meilleur que pour un guide CNET γ en d/d $0,1^\circ / m^\circ C$. Les caractéristiques de dispersion de phase le long de la ligne de distribution en fonction d'un écart de fréquence f sont données par les graphiques N°s 1 à 3

10-4 Composants divers - Etudes et Réalisations

Un certain nombre de composants hyperfréquences appropriés aux besoins des sous-ensembles fonctionnels ou de servitude, de l'accélérateur linéaire ont été étudiés au laboratoire hyperfréquence, afin de nous fournir les éléments nécessaires à l'élaboration de cahiers des charges pour la sous-traitance de la réalisation en série de ces composants par des constructeurs extérieurs. D'autres ont servi à l'étude et la mise au point de sous-ensembles déjà construits, ou en voie de réalisation et sur lesquels il était possible d'appliquer plusieurs solutions également valables.

Nous nous bornerons à énumérer ces différents composants, en donnant leurs caractéristiques essentielles et leurs destinations primitives et finales.

a) Cavités électromagnétiques en bande S

- Cavité parallélépipédique sur guide CNET λ_7 fonctionnant en transmission sur le mode TE_{011} , dont la destination première était la compensation de phase en température variable pour les circuits hyperfréquences du premier système de calage automatique de phase et la destination finale la fonction de filtre de bande à faible perte pour une sortie haute puissance à 3 Ghz. Les graphiques N°25 à 27 nous montrent les caractéristiques entrée-sortie de ce quadripôle de transmission.

- Cavités cylindriques à haute surtension du type "boite à écho" fonctionnant en TE_{012} ou TE_{013} dont la destination avait plusieurs voies possibles, à savoir :

1) Quadripôle hautement sélectif ($30.000 \leq Q_v \leq 70.000$) utilisé en transmission dans la chaîne de retro-action d'un amplificateur T.P.O monté en oscillateur.

2) Élément détecteur d'un système C.A.F à l'usage d'un oscillateur à asservir

3) Dipôle réflecteur dans un système oscillateur à "feed-back" du type de POUND.

Tous les calculs et résultats numériques peuvent être trouvés dans le rapport technique L.A.L N°39 (7)

b) Détecteur d'enveloppe à 3Ghz

Ces détecteurs à monture non accordable étaient destinés au remplacement des détecteurs C.S.F dont la réponse et la tenue dans le temps étaient assez variables. Les caractéristiques essentielles de ces montures nous sont fournies par les graphiques N°s 29 à 33 mais l'ensemble des résultats est rassemblé dans le rapport LAL N°38 (8)

c) Composants des lignes de transmission

Les éléments de commande des klystrons que sont les déphaseurs et les atténuateurs associés avec leurs transitions et fenêtres de protection pour la pressurisation ont fait l'objet d'une pré-étude au laboratoire afin d'être étudiés et développés industriellement par le constructeur qualifié qu'est L.T.T. Ces éléments sont à polarisation variable par un plan diélectrique absorbant ou non selon que l'on a affaire à l'atténuateur ou au déphaseur, leurs caractéristiques nous sont données par les graphiques N°s 34 à 38 et le compte rendu de recette (9)

d) Composants multipôles pour le C.A.P

Deux multipôles hyperfréquences ont été développés pour le système automatique de calage de phase (C.A.P.) ce sont :

- Le réseau annulaire comparateur de phase (octopole)
- Le circulateur à aiguillage commandable (hexapôle non-réciproque)

Le premier de ces deux composants à faire l'objet d'une annexe technique de définition fixant les caractéristiques à obtenir, à savoir :

- Bande passante de ± 10 Mhz autour de $f_0 = 2999$ Mhz
- Isolation entre voies opposées > 40 db
- Couplages $\alpha = \beta = 3$ db à $0,1$ db près
- Pertes d'insertion $< 0,3$ db
- Puissances : $P \leq 5$ KW, $\bar{P} \leq 50$ watts
- Ecart de phase entre voies : 0 ou 180° à $\pm 3^\circ$ près
- symétrie parfaite permettant une permutation circulaire des voies
- Tenue des diélectriques aux rayonnements E.M

Pour le second un cahier des charges ^{qui}quelque peu similaire ~~fi~~ les caractéristiques suivantes :

- Découplage entre voies lorsqu'il y a aiguillage > 35 db
- Perte d'insertion sur chaque voie $\leq 0,4$ db
- Ecart d'insertion entre les voies $\leq 0,01$ db
- Gamme de puissance à transiter 10 W $\leq P \leq 1$ KW
- fréquence de fonctionnement $f_0 = 2999$ Mhz ± 10 Mhz
- Commande de commande $\square$ ou ∞ en valeur crête $\hat{I} \leq 400$ mA

Pour ces deux composants dont les caractéristiques aux essais ont été largement tenues, l'impédance caractéristique était de 50Ω et le TOS d'entrée $\leq 1,05$.

10.5 Ensembles de mesure de maintenance

Plusieurs ensembles de mise au point, voie de maintenance, ont été assemblés à partir de sous-ensembles existants, il s'agit de

- comparateur de phase avec discriminateur hyperfréquence
- Récepteur de bruit d'amplitude utilisé en analyseur de spectre
- Récepteur de bruit de fréquence utilisé en analyseur de spectre

Le premier de ces ensembles est un comparateur du type de celui utilisé dans le contrôle automatique de phase, à ceci près que le signal d'erreur sort en différentiel sur deux diodes appariées et qu'il est doté d'atténuateurs sans déphasage (à polarisation) placés en amont de l'anneau hybride.

Quant aux deux suivants, utilisés pour déterminer l'allure des spectres de bruit de l'oscillateur pilote ; ils sont constitués par un tronc commun qui comprend ; le mélangeur symétrique et ses dispositifs d'adaptation, l'oscillateur local à haute stabilité et la chaîne d'amplification à fréquence intermédiaire ($FI = 30 \text{ Mhz}$). Une commutation du signal FI nous permet d'aiguiller celui-ci, soit vers une détection quadratique d'amplitude avec filtre de bande accordable pour mesurer le bruit d'amplitude, soit vers un discriminateur de fréquence avec limiteur et filtre de bande accordable pour déterminer la répartition des écarts quadratiques moyens de la fluctuation de la fréquence autour de la raie centrale.

Ces deux ensembles n'ont pas été réalisés sous une forme définitive et c'est assez dommage, car ils constitueraient des moyens de maintenance assez intéressants pour juger du vieillissement des klystrons amplificateurs. En effet nous avons vu dans la deuxième partie de ce travail que les bruits de fréquence et d'amplitude d'un tube klystron dépendaient d'une certaine répartition de la modulation de vitesse (ou de densité) au niveau de la première cavité, or ces paramètres sont sous la dépendance directe de la qualité du faisceau à l'entrée

de celle-ci et en particulier du facteur T qui caractérise à la fois le canon et la cathode émissive, d'où une corrélation à établir entre l'évolution des spectres de bruit et la durée de fonctionnement normal, c'est-à-dire excluant les pannes catalectriques.

L'ensemble des composants qui ont été réalisés et qui remplissent certaines fonctions dans les sous-ensembles fonctionnels, ou de service, sont représentés par les diverses figures (N°2 à 16) et les photographies de la quatrième partie dont la liste et les commentaires sont donnés ci-après.

IVème PARTIE

REFERENCES & BIBLIOGRAPHIE

FIGURES & GRAPHIQUES

REFERENCES & BIBLIOGRAPHIE

AUTEURS CITES

1ère Partie

- (1) L.BRILLOUIN et SOMMERFELD : Ann Physik 44, 177-240 1914 et C.R du Congrès International d'Electricité vol II 1ère section Paris 1932
- (2) E.L CHU et W.W HANSEN : Disk loaded waves guides J. Appl Phys 1949
- (3) W.WALKINSHAW : Theoretical désign of linear accelerator for electrons
Proc Phy 1948 n°345
- (4) B.KVASIL : calcul des dimensions géométriques du guide d'un accélérateur linéaire
JADENNA Lnergie SV7 1961 CIS 9
- (5) Y.GARAULT : Thèse Paris 1964 Annales de Physique 13e Série tome 10 N°9 et
10 1965 p 641.

2ème Partie

- (1) H. HELMHOLTZ : Die Behre von der Tonempfindung als physiologische Grundlage
fur die Theorie der Musik Branschweig 1870 Beilage XIV : Schwankung der
Tonhöhe bei den Schwebungen einfacher Toine pages 621 - 622
- (2) D. GABOR :
 - Theory of communication Journal IEE (British) t.93, 1946
 - Communication theory and physics Phil. Mag. t.41 série7, 1950J. VILLE : Cables et transmissions 4è année n°1 1950.
- (3) J.R. CARSON et T.C. FRY
Variable frequency electric circuit theory with application to
the theory of frequency modulation (Bell Syst. Techn. J oct. 1 57).
- (4) VAN DER POL
The fundamental principles of frequency modulation J.I.EE
(Part III vol. 93, N° 23 mai 1946 pp. 153-158)
- (5) H.W. BODE :
 - Relations between attenuation and phase in feedback amplifier
design (Bell. syst. Techn. J. juillet 1940)
 - Network analysis and feedback amplifier design
(D.VAN NOSTRAND N.Y. 1945)

.../...

(6) KELVIN ;

Principe de la phase stationnaire de lord KELVIN exposé par :
S. GOLDMAN dans : Frequency Analysis Modulation and Noise
(Mac Graw Hill New York 1948)

(7) W.C. HAHN :

Wave Energy and transconductance of velocity-modulated Electrons
Beams (Gen. Electr. Rev. Nov. 1939)

S. RAMO

Space charge and fields waves in an Electron Beam (Physics Rev. aout
1939 et Circuits Induced by Electron Motion (Proceedings IRE Sept. 1939).

(8) BERNAMONT : Fluctuations de potentiel aux bornes d'un conducteur de petit
volume parcouru par un courant (Amm de Phys. p.71 - 140 , 1937)

(9) MAC-FARLANE :

A theory of flicker noise in valves and impeerety semi-conductors
(Proc. Phys. Soc. London t.59 366/375 1947)

(10) C.C. CUTLER et C.F. QUATE :

Experimental vérification of space charge and transit time reduction
of noise in electrons beams (Phys. Rev. vol.80 875- 1950-)

(11) D.A. WATKINS :

Noise reduction in beam type amplifiers.

(Techn. Rep. 31 Elect. Res. Lat Stanford University 1951)

(12) G.A. LOEW :

Non synchronons beam loading in linear accelerator (ML Rept n° 740
Aout 1960)

(13) R. BERGERE and A. VEYSSIÈRE

Ondes millimétriques rayonnées par le faisceau d'électrons d'un
accélérateur linéaire (tubes pour hyperfréquences 5è Congrès international Paris
1954)

(14) R.B. NEAL :

Transient beam loading in linear electron accelerators
(ML Report n° 388 May 1957)

.../...

J.E. LEISS :

Transient beam loading in linear electron accelerator
(NBS Washington D.C Internal Memo 9/29/58)

L. BURNOD :

Régime transitoire dans les accélérateurs linéaires
(Thèse 3è cycle accélérateurs Orsay mai 1961)

(15) J.P. MANGIN

Influences des variations modulateur sur le spectre (Note interne
CSF de CPEC Corbeville n° 2104/A juin 66).

(16) E.J. BLUM :

Sensibilité des récepteurs à corrélation Annales d'Atrophysique
22-1952

M. VINOKUR : Thèses Paris 1959

III Partie

Notes internes et Rapports techniques L.A.L

(1) L.MELARD : Thèse d'Université Paris 1967

(2) L.LHERITIER : Note technique 82B3 L.A.L

(3) P.BRUNET : Thèse IIIème Cycle Paris 1963

(4) L.LHERITIER : Recette P.A THOMSON-VARIAN - CR des mesures hyperfréquences
ORSAY 1966

(5) L.LHERITIER : Méthode des perturbations et ses applications comme méthode
de mesure sur les cavités E.M
L.AL N°40 ORSAY juillet 67

(6) L.LHERITIER & L.MELARD : Mesures sur les sections accélératrices type
"Extension" L.A.L N°1214 Orsay 1969

(7) L.LHERITIER : Etude et réalisation de cavité E.M en micro-ondes
L.A.L N°39 juillet 1967

(8) L.LHERITIER : Détecteurs d'enveloppe L.A.L N°38 ORSAY juin 1967

(9) L.LHERITIER : C.R de recette de composants hyperfréquences LTT ORSAY juillet
66.

TRAITES GENERAUX & COMMUNICATIONS

ELECTROMAGNETISME

P. POINCELO

Précis d'électromagnétisme théorique (DUNOD, Paris 1963)

J. A. STRATTON

Théorie de l'électromagnétisme (Edition française DUNOD, Paris 1961)

L. LANDAU et E. LIFCHITZ

Théorie du champ (Editions de la Paix, Moscou 1964)

G. GOUDET et P. CHAVANCE

Ondes centimétriques (MASSON et Cie Paris 1955)

L. BRILLOUIN et M. PARODI

Propagation des ondes dans les milieux périodiques (MASSON et Cie,
Paris 1956)

P. J. B. CLARICOATS

Circular waveguide backward waves-structures (P.I.E V₁₁₀ N°2)

Y. GARAUULT

Ondes électromagnétiques du type E.H dans un guide cylindrique circulaire chargé par des iris métalliques (C.R Académie des Sciences Paris tome 255 Nov 1962)

MODULATION DE FREQUENCE

S. GOLDMAN

Frequency analysis, modulation and noise

H. S. BLACK

Modulation Theory (Van-Nostrand NY.1953)

R. H. P. COLLINES et J. K. SKWIRZYNSKI

The distortion of F.M signals in passive networks (Marconi Rev 1954)

L. J. LIEBIS

Distorsions non linéaires en modulation de fréquence (Cables et transmissions Oct 1956)

J.FAGOT et PH.MAGNE

La modulation de fréquence théorie et applications aux faisceaux hertziens (Annales de Radioélectricité)

TUBES A MODULATION DE VITESSE

R.WARNECKE et P.GUENARD

Les tubes électroniques à commande par modulation de vitesse
(Gauthier-Villars)

J.VOGE

La théorie des tubes à modulation de vitesse (Annales Telecom
Avril 1947)

R.WARNECKE, M.CHODOROW, P.GUENARD et E.L GINZTON

Velocity Modulated Tubes (Advances in Electronics Tome III
Academies Press NY.1951)

BRUIT DE FOND

A.BLANC - LAPIERRE et R.FORTET

Théorie des fonctions aléatoires (MASSON et Cie Paris 1953)

S.O RICE

Mathematical analysis of random noise (BSTJ t 23.1944)

A.VAN DER ZIEL

Noise (Prentice Hall 1954)

P.GRIVET et A.BLAQUIERE

Le bruit de fond (Mass on et Cie Paris 1958)

R.M LERNER :

The effect of Noise on the frequency stability of linear oscillator (Proc Nat Electronic Conf 1951)

MULTIPOLES EN MICRO-ONDES

E.ARGENCE et TH.KANAN : Théorie des guides et des cavités E.M
(Dunod Paris 1964)

Faculté des Sciences d'ORSAY : Propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux anisotropes (Polycopié)

L.THOUREL : Emploi des ferrites en hyperfréquence (Dunod Paris 1963)

J.W.SIMON : Broadband Strip transmission Line Y. function Circulators
(IEE transactions on MTT Mai 1965)

A.F. HARVEY : Duplexing Systems at Microwaves frequencies (I.R.E transactions on M.T.T Mai 1965)

L.C. PETERSON : The performance and Measurement of Mixers in Terms of linear Networks Theory (P.I.R.E July 1945)

FIGURES & GRAPHIQUES

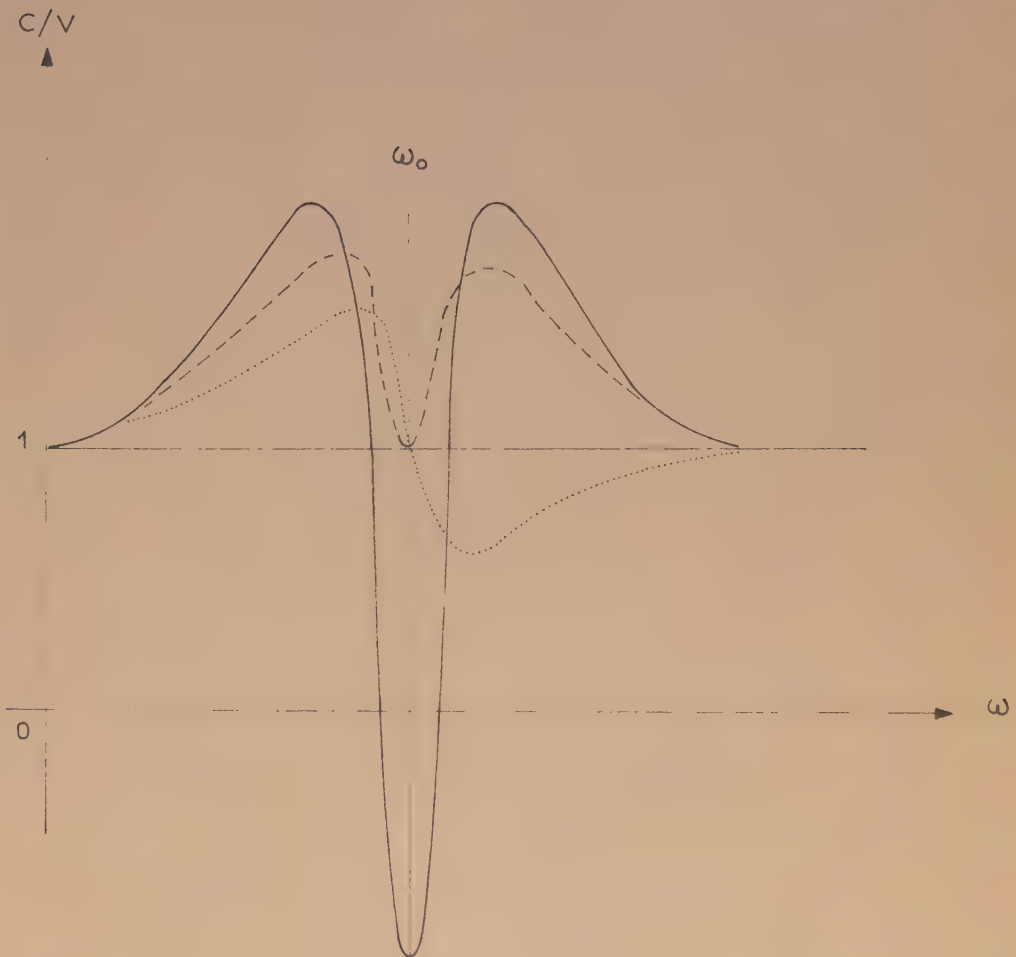
=====

- La fig N°0 et les graphiques N°s 22 - 23 - 24 ont trait à la I^{ère} PARTIE
- Les déterminations théoriques, les mesures et les réalisations qui ont trait à la II^{ème} et III^{ème} Partie sont concrétisées par :
 - Les figures N°s 1 à 16
 - Les graphiques N°s 1 à 21 et 25 à 38
 - Les vues photographiques des appareillages réalisés

Notons que ces graphiques ne forment qu'une partie de l'ensemble présenté dans les rapports techniques L.A.L, ci-dessus cités et auxquels il est conseillé de se reporter pour avoir de plus amples détails.

FIGURE N° 0

VITESSES DE PROPAGATION D'UNE ONDE E.M.
AU VOISINAGE D'UNE BANDE D'ABSORPTION



—	C/V_g	$V_g = \text{vitesse de groupe}$	} de l'onde E.M
- - -	C/V_w	$V_w = \text{vitesse de l'énergie}$	
.....	C/V_ϕ	$V_\phi = \text{vitesse de phase}$	

Nota: La vitesse du front de l'onde est toujours égale à C

Figure N° 1

DISTRIBUTION DES SOURCES MICRO-ONDES
LE LONG DE L'AXE DU FAISCEAU

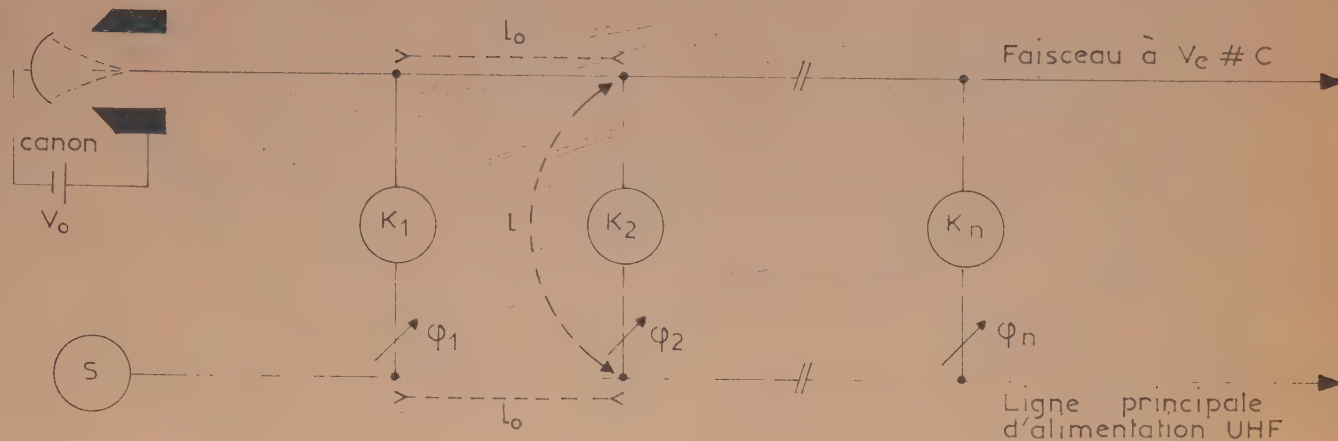
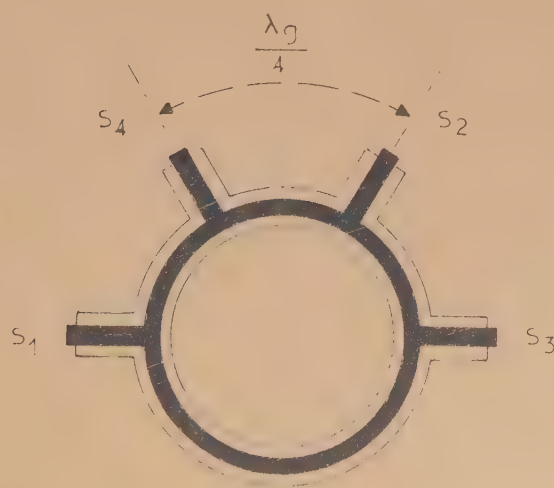


Figure N° 2

RESEAU ANNULAIRE COAXIAL



$$Z_{\text{sorties}} = Z_c / \sqrt{2}$$

$$Z_{\text{anneau}} = Z_c$$

Figure N°3 - Mesure d'une impédance de coefficient de réflexion ρ

$$V = |A|^2 \cdot |\rho \pm e^{2j\theta}|^2$$

$$V_{\min.} = |A|^2 (1 - |\rho|)^2$$

$$V_{\max.} = |A|^2 (1 + |\rho|)^2$$

$$T.O.S. = \sqrt{\frac{V_{\max.}}{V_{\min.}}} = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|}$$

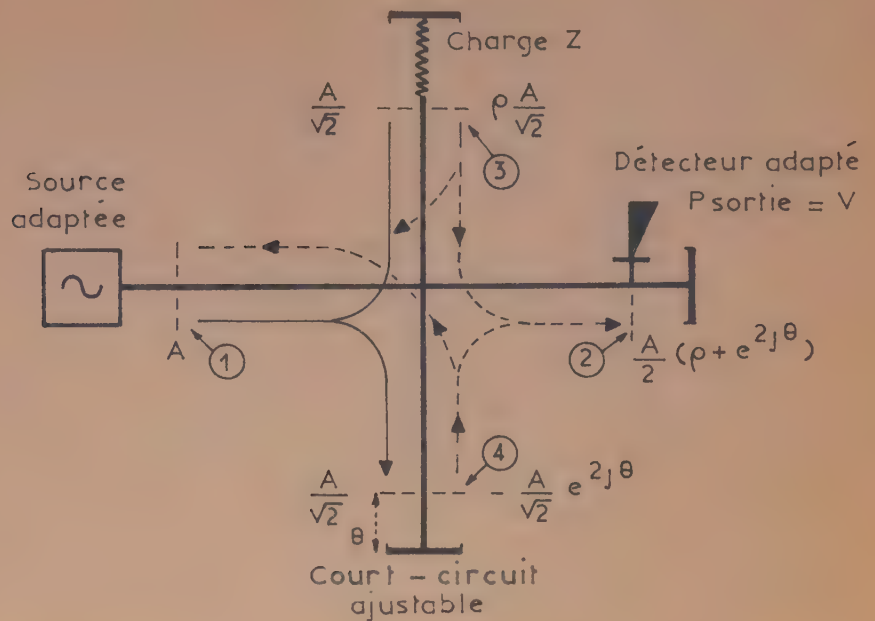
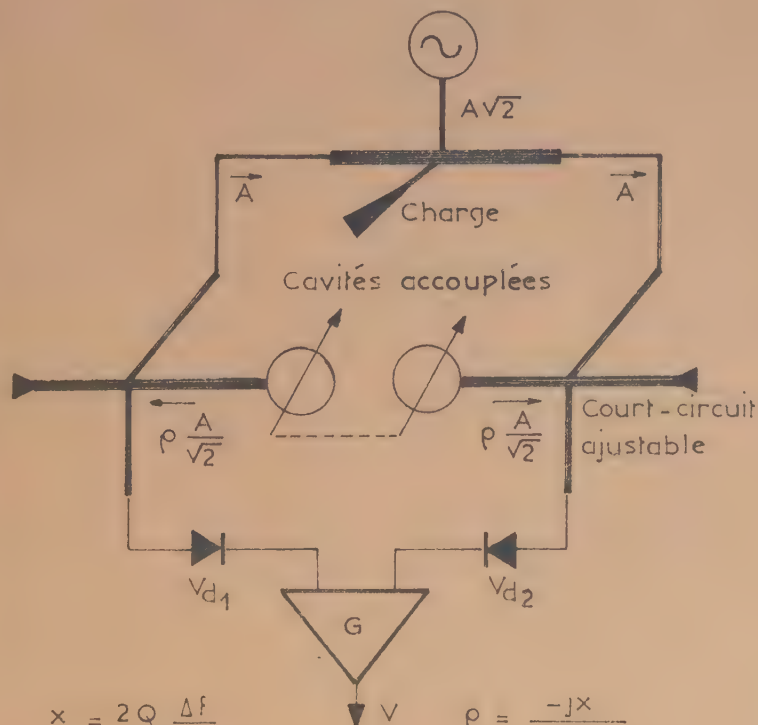


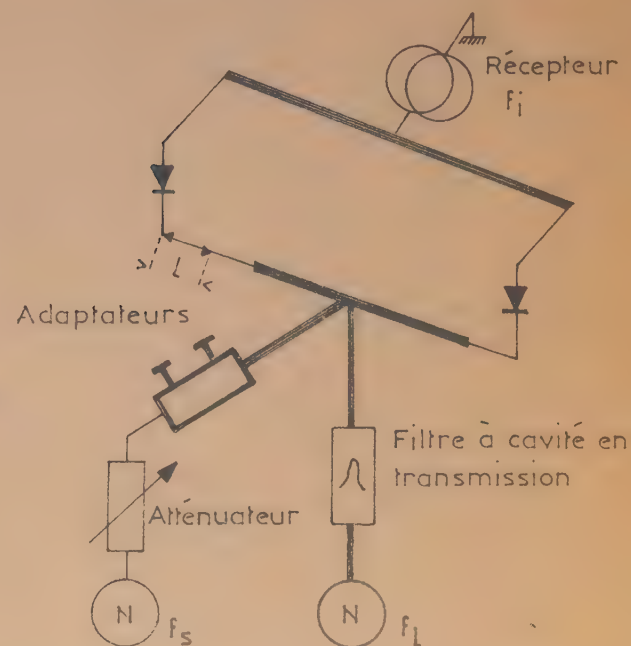
Figure N°4 - Discriminateur de fréquence à 2 cavités E.M.



$$x = 2Q \frac{\Delta f}{f_0} \quad \rho = \frac{-jx}{2 + jx}$$

$$V_{d1} = V_{d2} = k \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 4}, \quad V = G \frac{4kx}{x^2 + 4}$$

Figure N°5 - Mélangeur symétrique à distorsion de phase minimale



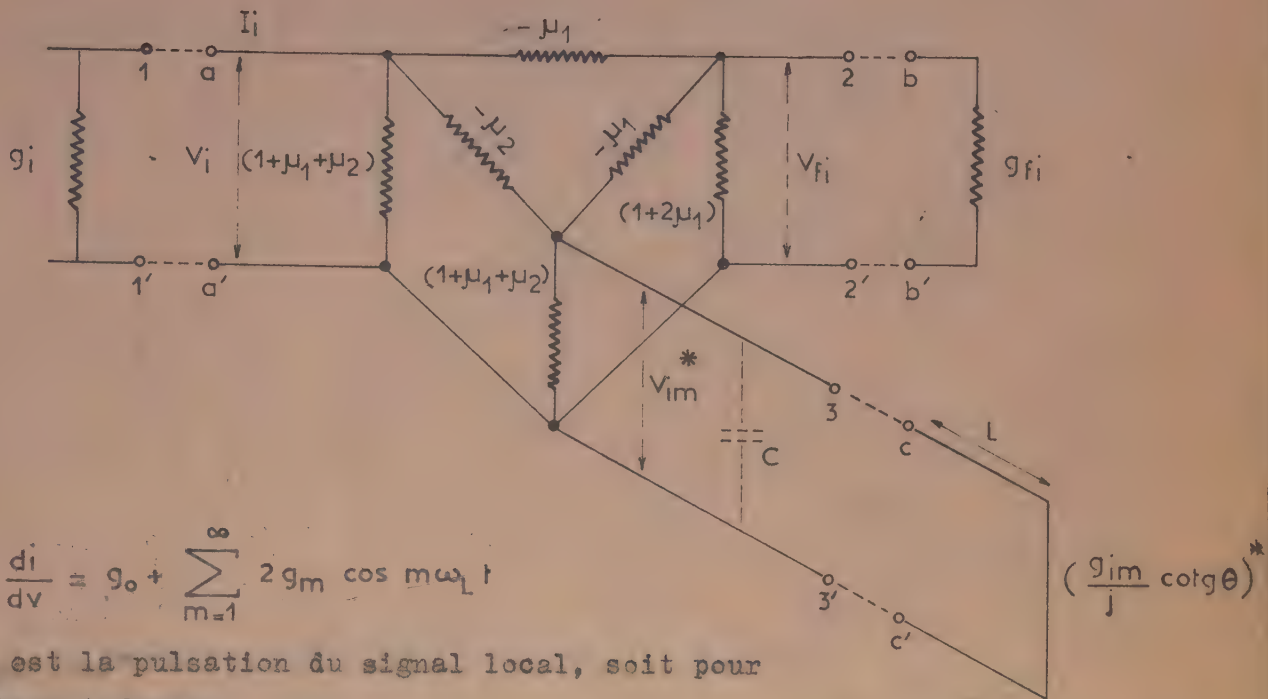
Montage infradyne $f_s < f_l$ éliminant les composantes parasites à f_{im}

Nota: Ces Tès hybrides peuvent être réalisés en guide ou en coaxial, mais dans cette technologie on distingue deux familles, les tès et les réseaux annulaires; leurs découplages (t_{14}, t_{23}) sont compris entre 45 et 55 db selon la bande passante.

MELANGEUR MICRO - ONDE A DIODE

CIRCUIT EQUIVALENT NORMALISE

Figure n° 6



Nota: $\frac{di}{dv} = g_o + \sum_{m=1}^{\infty} 2g_m \cos m\omega_L t$

ou ω_L est la pulsation du signal local, soit pour un montage infradyne $\omega_i > \omega_L$

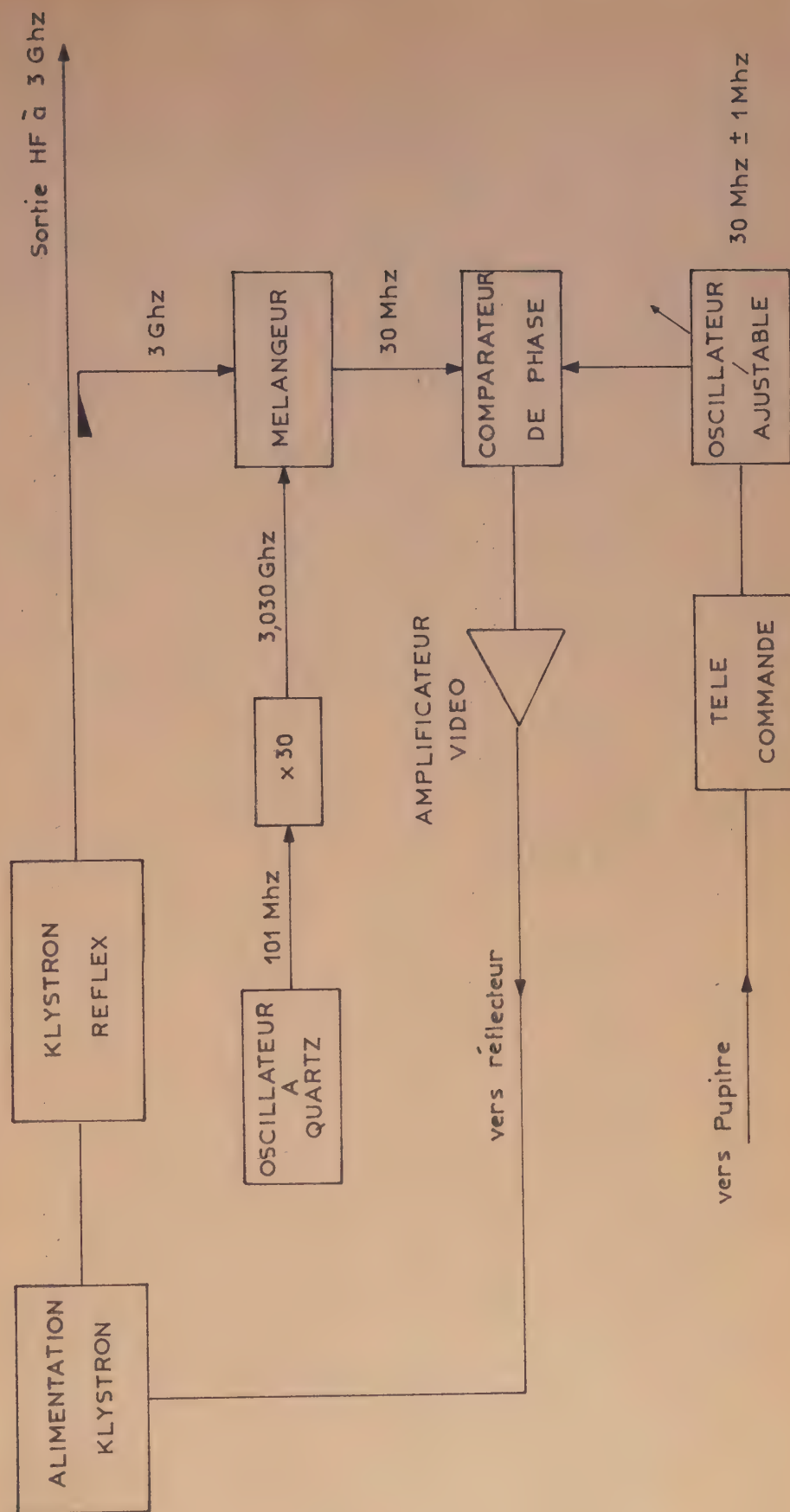
Toutes les conductances sont normalisées par g_o , ainsi celles du mélangeur, pour les fréquences incidente et image sont $\mu_1 = g_1/g_o$ et $\mu_2 = g_2/g_o$ et de même pour g_i , g_{fi} et g_{im} qui sont respectivement, la conductance de la source incidente, la conductance d'entrée de l'amplificateur à fréquence intermédiaire et la conductance, à la fréquence image, des circuits extérieurs au mélangeur.

La condition requise pour rendre minimale la distorsion de phase est que la conductance d'entrée g_{fi} soit égale à :

$$g_{fi_o} = \left(\frac{\mu_1^2}{\mu_2} \right) - 1$$

MAITRE OSCILLATEUR EN MICRO - ONDES AVEC DISCRIMINATEUR DE PHASE

Figure n° 7

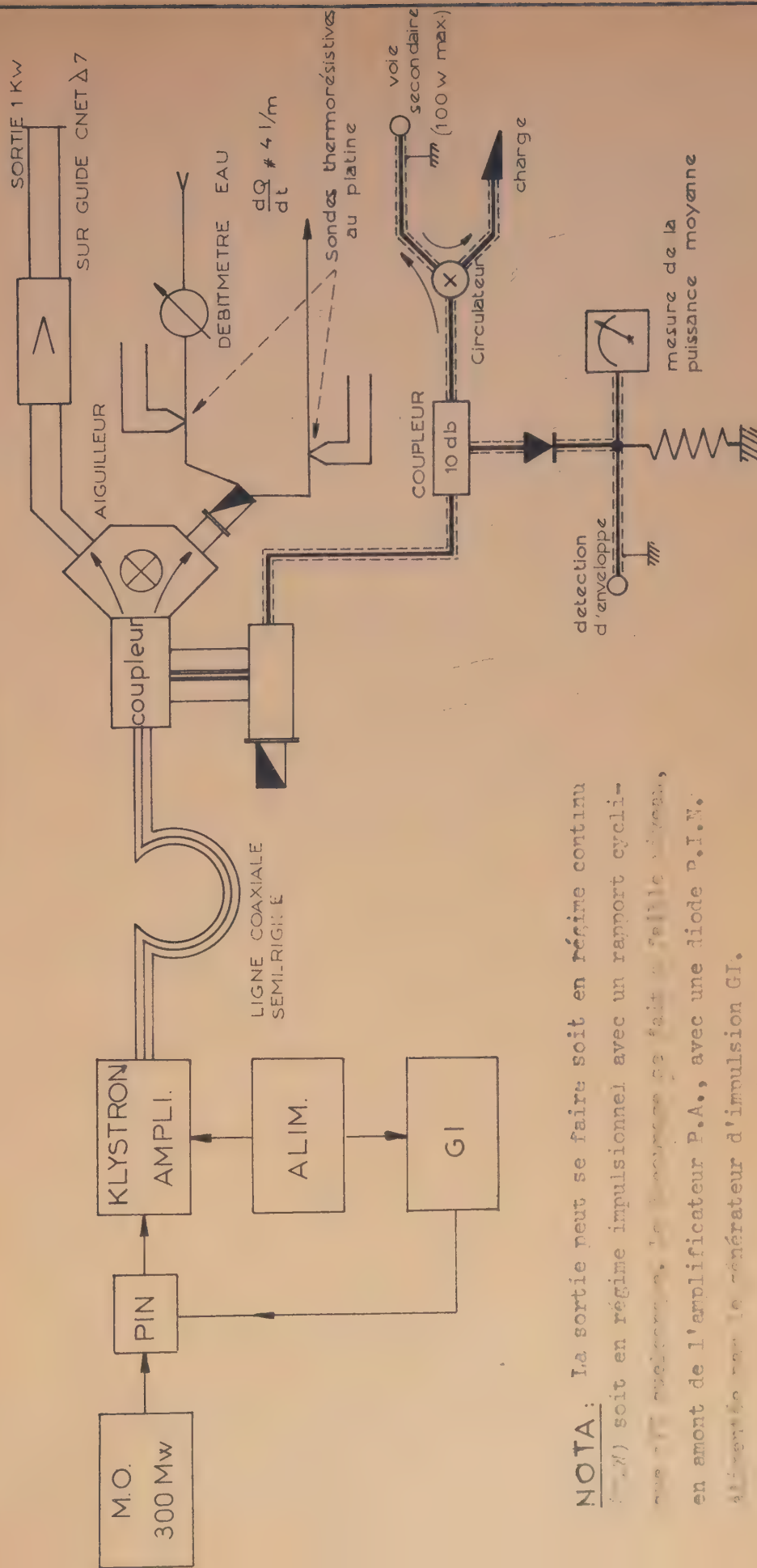


Nota: Discrimination à fréquence intermédiaire ($f_i = 30 \text{ Mhz}$) par détection synchrone

PILOTE HYPERFREQUENCE

1 Kw A 3GHz

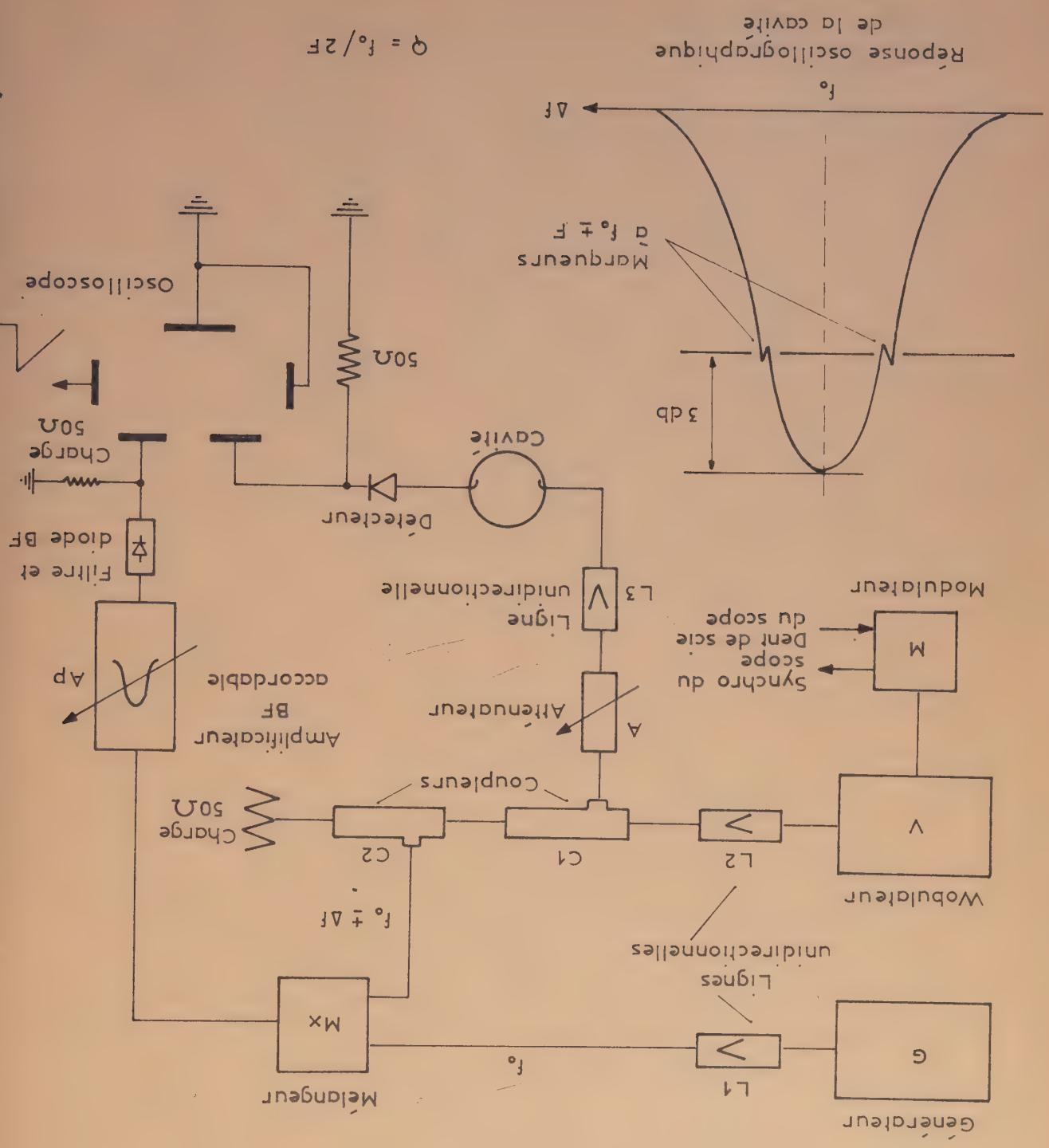
Fig. N° 8



NOTA: La sortie peut se faire soit en régime continu (c.c.) soit en régime impulsionnel avec un rapport cyclique de 1/10. Le couplage se fait à l'aide d'un couplage en amont de l'amplificateur P.A., avec une diode P.I.N. alimentée par le générateur d'impulsion GI.

MONTAGE DE MESURE DE Q EN CHARGE
D'UNE
CAVITE CYLINDRIQUE CIRCULAIRE MODE TE 012

Figure N°9

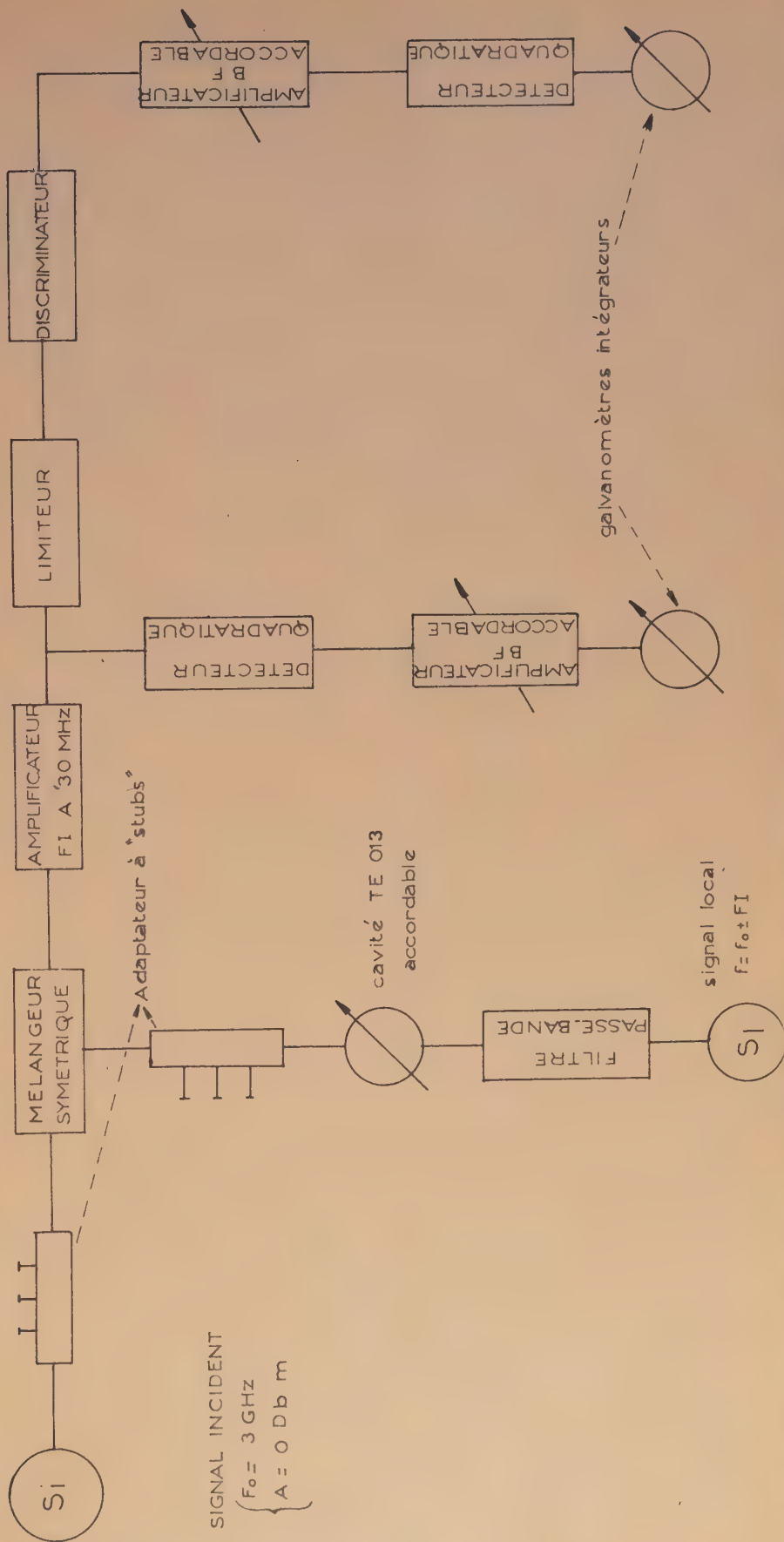


RECEPTEUR DE MESURE EN BANDE S

POUR

Fig. N°10

L'ANALYSE SPECTRALE DES BRUITS D'UNE SOURCE MICRO-ONDE



NOTA, Le facteur de bruit F_r de ce récepteur est de 9,5 db pour un facteur de bruit de l'amplificateur FI de 3 db environ. Le gain de conversion du mélangeur est de 6,5 db.

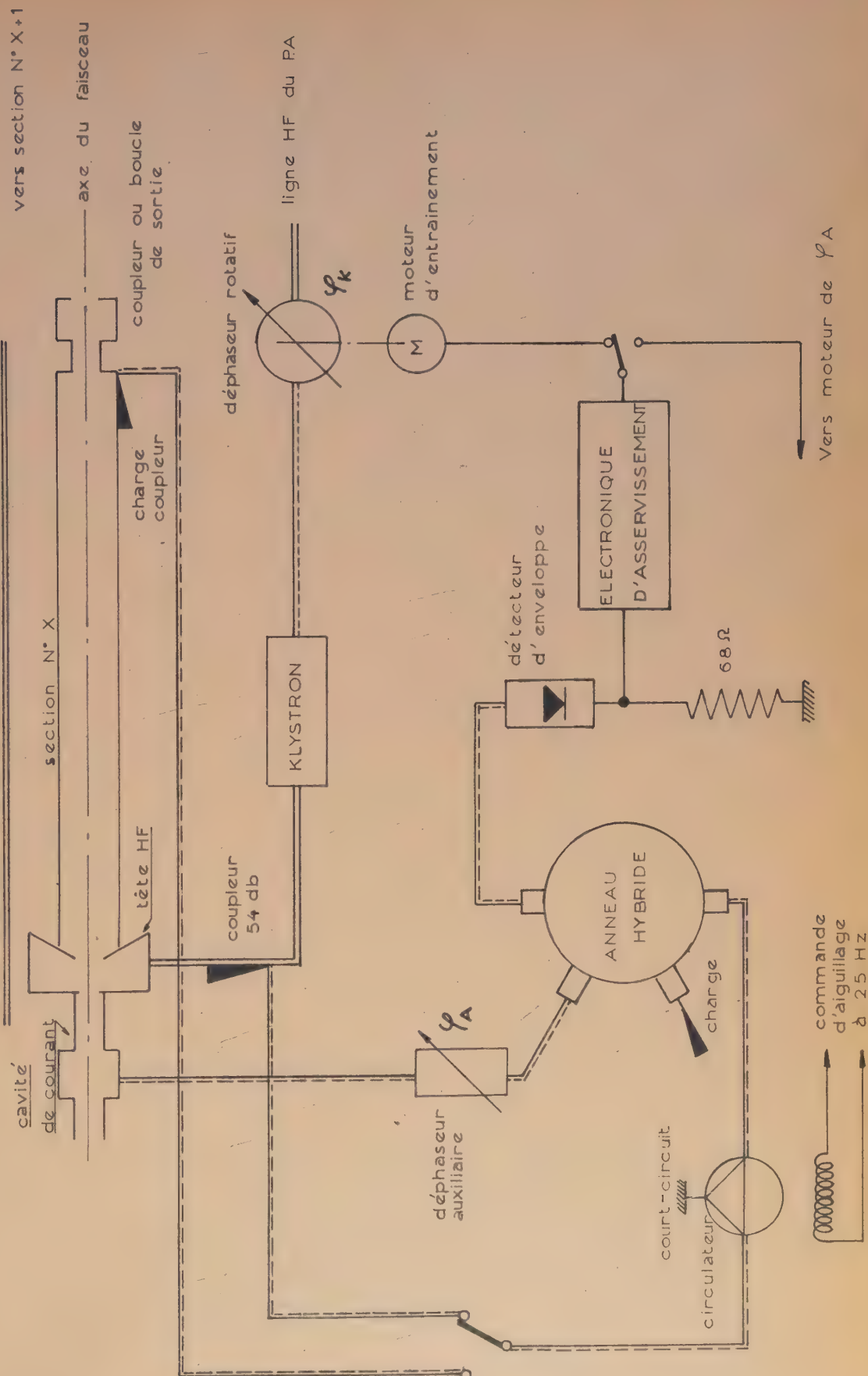
La stabilité de fréquence du signal local $\frac{\Delta f}{f_L} \# 10^{-10}$ (Synthétiseur à quartz).

SYSTEME D'ASSERVISSEMENT AUTOMATIQUE

DE

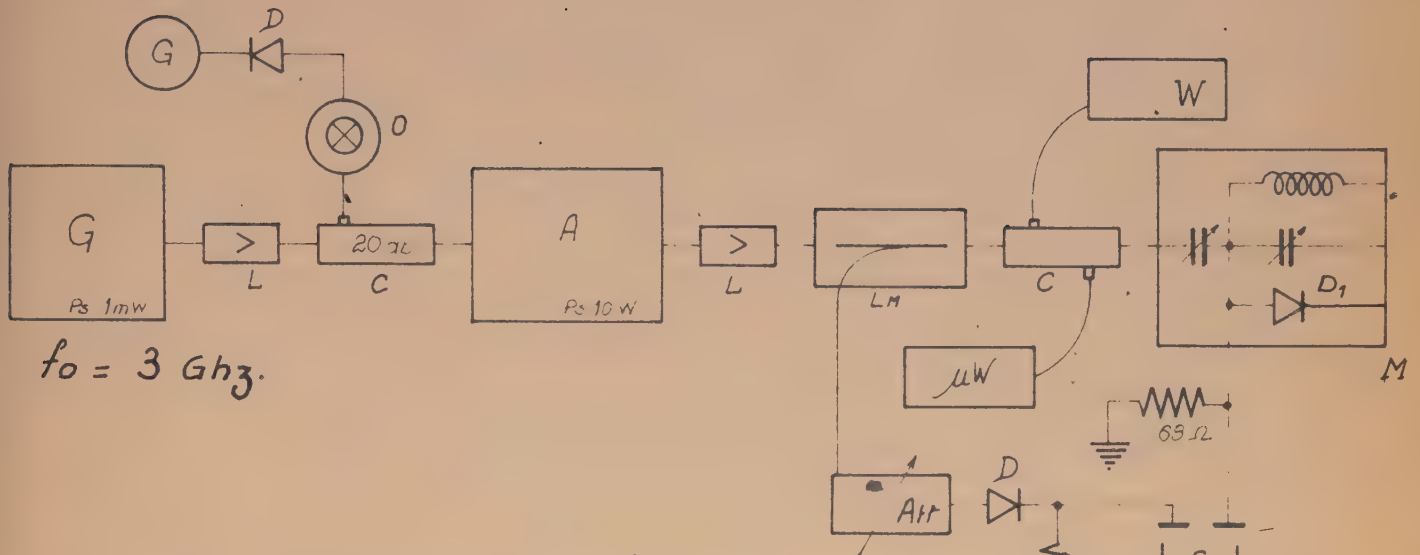
Fig. N° 12

LA PHASE DE L'ONDE ACCELERATRICE



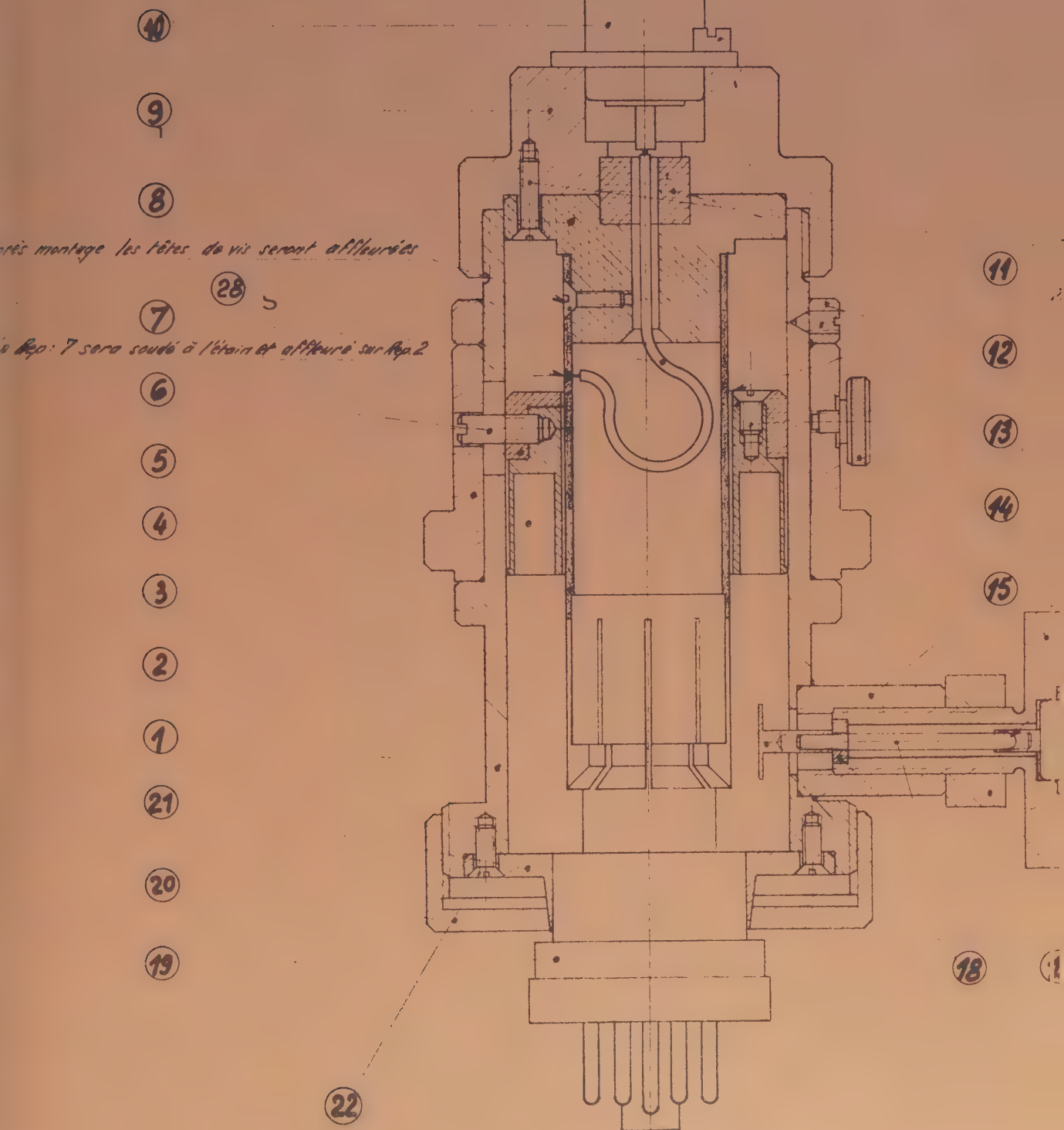
MONTAGE DE MESURE EN MICRO-ONDES POUR DETECTEURS D'ENVELOPPE

Figure N° 13



- Att Atténuateur calibré en bandes HP
- G Générateur Ferisol en bande Set galvanomètre
- A Amplificateur à TPO ALFRED (10W)
- L Ligne unidirectionnelle (isolement $\geq 35\text{db}$)
- O Ondemètre HP.
- C Coupleur directionnel
- LM Ligne fendue HP
- W Wattmètre calorimétrique HP 10W.
- μW MicroWattmètre HP.
- D Détecteur semi-conducteur
- M Monture accordable (ou non) du détecteur en essai
- S Oscilloscope à 2 traces.
- D_1 Détecteur à diode thermoionique en essai

Figure N° 14



26

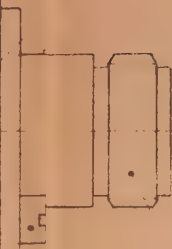
25

24

États des vis usinées à ϕ 23 mm
après montage

23

Pièces soudées à l'étain



28	3	Vis F/90 2.6	Laiton		
27	1	Embase coaxiale "Radial UG.58. A/U"			
26	8	Vis C3.7	Laiton		
25	3	Vis sans tête bout pointu 60° 3.6	Laiton		
24	3	Vis F/90 2.5.10	Laiton		
23	4	Vis F/90 3.6	Laiton		
22	6	Vis F/90 2.5.8	Laiton		
21	1	Bague ressort	Brassés		
20	1	Ecrou moulé intérieur	UZ40		
19	1	Tube GL 2B22			
18	1	Embout	UZ40		
17	1	Rondelle isolante	Plexiglas		
16	1	Contre-écrou	UZ40		
15	1	Douille	UZ40		
14	1	Vis	UZ40		
13	1	Vis de pression	UZ40		
12	1	Butée	UZ40		
11	1	Rondelle	Plexiglas		
10	1	Embase coaxiale "Radial SO/239"			
9	1	Ecrou moulé supérieur	UZ40		
8	1	Guide isolant	Plexiglas		
7	1	Conducteur divisé 750 Th L=200			
6	2	Vis sans tête	UZ40		
5	1	Bague mobile en plexiglas	Plexiglas		
4	1	Bague extérieure	Brassé ou Ba		
3	1	Bague mobile de contact	Brassés		
2	1	Corps de contact intérieur	Brassés		
1	1	Corps	UZ40		
Représentation du plan	Matériau pièce	Matériau pièce	DESIGNATION	Matériau Qualité	Observations

Traitement :	Protection :	
	Façonnage :	
MATIERE :	Tolérances générales :	MODIFICATIONS

LABORATOIRE DES HAUTES ENERGIES INSTITUT DE SCIENCES ORSAY

Désignation	Dessiné par : <i>Henri 27.12.61</i>
Détecteur d'enveloppe (ensemble)	Vérifié par :
	Approuvé par :
	N° DE DOSSIER :
	ECHELLE 2/1 N° 0167

DETECTEUR D'ENVELOPPE

A 3 GHz

avec
Diode Thermoionique
RCA 6173

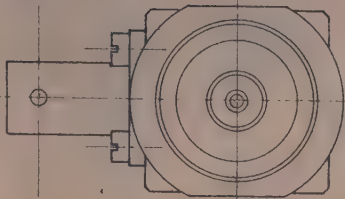
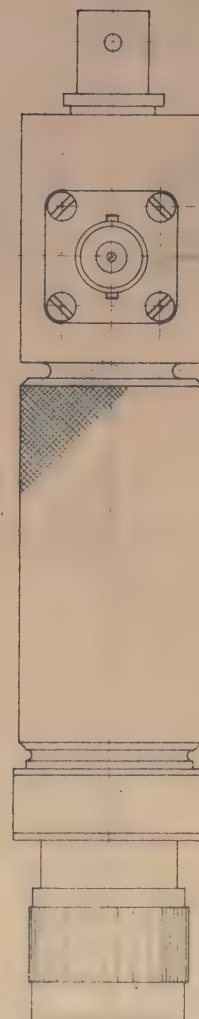
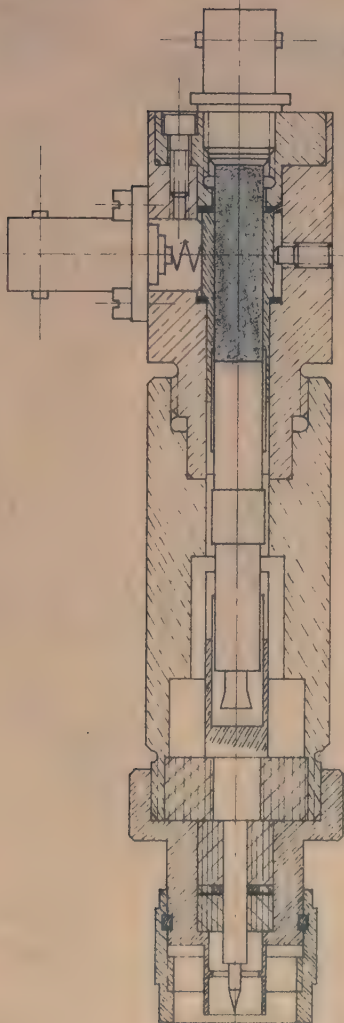


Figure N°15

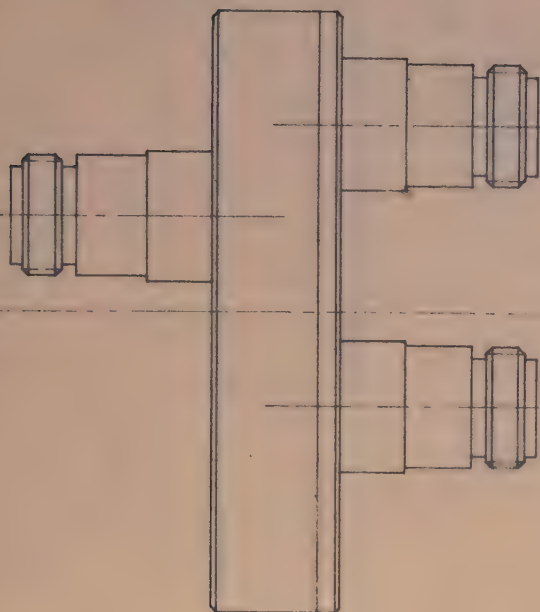


Echelle 1/1

Prototype ENS
Dérivé du modèle N° AD 820-053 -R2
STANFORD UNIVERSITY

ANNEAUX HYBRIDES EN BANDE S

Figure N°16



ANNEAU HYBRIDE MICROLAB

Type CJ28N

Bande: 2,7 à 3 Ghz

Z_0 : 50 Ω

P.moyenne: 500 w

P.crête: 5 Kw

Perte d'insertion: 3,5 db max

Division: 3 db $\pm 0,3$

Isolation: 25 db



ANNEAU HYBRIDE RADIAL

Type R 60060

F_0 = 2999 Mhz ± 20

Z_0 : 50 Ω

P.moyenne: 500 w

P.crête: 5 Kw

Perte d'insertion: 3,2 db max

Division: 3 db $\pm 0,1$

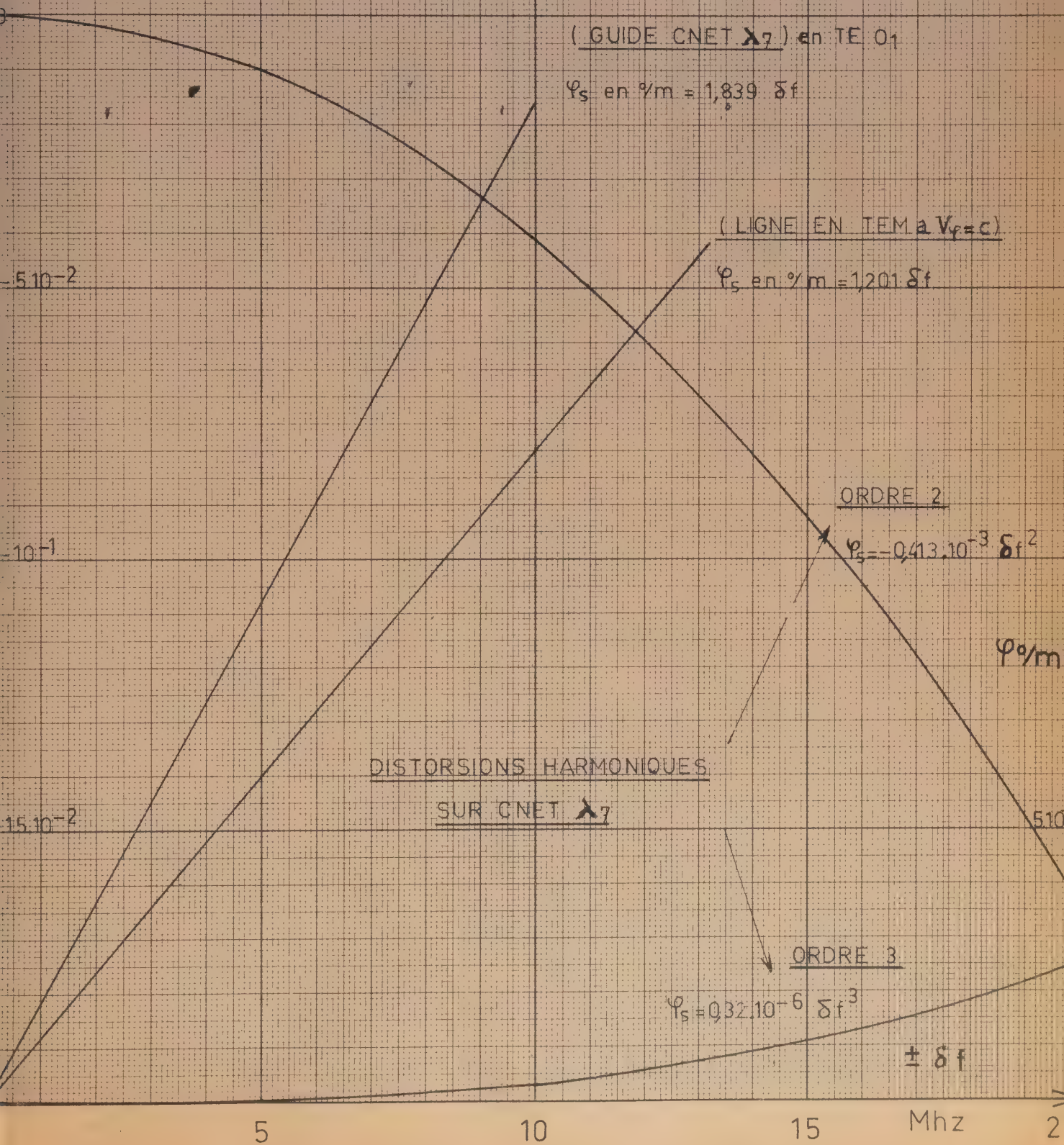
Isolation: 50 db

Echelle 1/1

DISTORSION DE PHASE DANS UN GUIDE RECTANGULAIRE ADAPTE

($f_0 = 2,998 \text{ Ghz}$)

φ_s en $^\circ/\text{m}$



TEMPS DE PROPAGATION DE GROUPE
DANS UN
GUIDE RECTANGULAIRE ADAPTE

$$\tau_g = \frac{l}{c} \frac{\omega}{(\omega^2 - \omega_c^2)^{1/2}}$$

UTILISATION DU GUIDE CNET λ_7 EN TE₀₁

($f_c = 2,271$ GHz)

FONCTIONNEMENT A $f_0 = 2,998$ GHz

$\tau_0 = 1,53 \frac{l}{c}$

$\frac{f_c}{f_0} = 0,7575$

Temps de propagation en espace libre

Fréquence de coupure

0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9

DISTRIBUTION H.F. PAR GUIDE CNET λ_7

MODE TE₀₁ ADAPTE

DISTORSION LINEAIRE DE PHASE

EN

REGIME "LENT" ($2\pi \gg \gamma_g \delta\omega$)

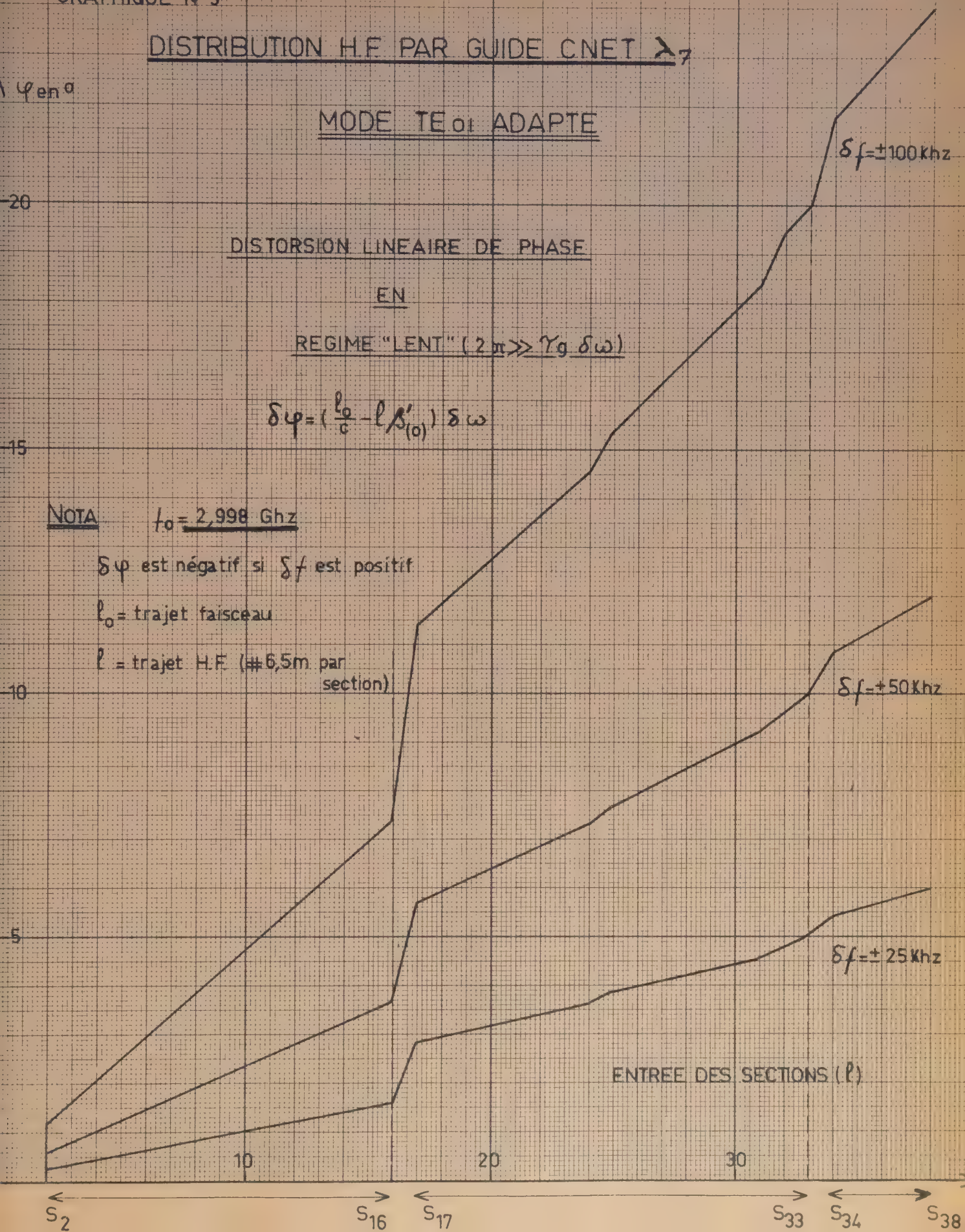
$$\delta\varphi = \left(\frac{l_0}{c} - l\beta'_{(0)} \right) \delta\omega$$

NOTA $f_0 = 2,998 \text{ GHz}$

$\delta\varphi$ est négatif si δf est positif

l_0 = trajet faisceau

l = trajet H.F. (#6,5m par section)



GRAPHIQUE N° 4

DISTRIBUTION H.F. PAR GUIDE CNET λ_7

MODE TE₀₁ ADAPTE

DISTORSION HARMONIQUE D'ORDRE 2

EN

REGIME "LENT" ($2\pi \gg \gamma_0 \delta\omega$)

$$\delta\varphi = -l \beta''(\omega) \frac{\delta\omega^2}{2!}$$

NOTA: $f_0 = 2,998$ Ghz

$\delta\varphi$ est positif pour δf positif

l = trajet H.F. (# 6,5m par section)

$\delta f = \pm 15$ Mhz

$\delta f = \pm 10$ Mhz

$\delta f = \pm 5$ Mhz

ENTREE DES SECTIONS (l)

S_{33} S_{34} S_{38}

DISTRIBUTION H.F PAR GUIDE CNET λ_7 EN TE₀₁

DISTORSION LINEAIRE DE PHASE

DUE

A LA DISPERSION DU TEMPS DE GROUPE

$$\delta\varphi = -\omega_0 \beta''(\omega_0) l \delta\omega$$

NOTA : Cette distorsion apparaît en régime transitoire, lorsque la propagation met en jeu le temps de groupe en milieu dispersif.

$\delta\varphi$ est positif pour δf positif

$f_0 = 2,998 \text{ GHz}$

$l =$ trajet H.F. (# 6,5 m par section)

$\delta f = \pm 25 \text{ kHz}$

$\delta f = \pm 20 \text{ kHz}$

$\delta f = \pm 15 \text{ kHz}$

$\delta f = \pm 10 \text{ kHz}$

$\delta f = \pm 5 \text{ kHz}$

ENTREE DES SECTIONS (L)

S_2 S_{16} S_{17} S_{33} S_{34} S_{38}

GRAPHIQUE N°6

DISTRIBUTION H.F. PAR GUIDE CNET λ_7 EN TE₀₁

DISTORSION HARMONIQUE D'ORDRE 2

DUE

A LA DISPERSION DU TEMPS DE GROUPE

$$\delta\varphi = -\omega_0 \beta''_{(0)} l \frac{\delta\omega^2}{2!}$$

NOTA: $\delta\varphi$ est négatif pour δf positif

l = trajet H.F. (# 6,5m par section)

$f_0 = 2,998$ Ghz

$\delta f = \pm 5$ Mhz

$\delta f = \pm 4$ Mhz

$\delta f = \pm 3$ Mhz

ENTREE DES SECTIONS (l)

S₂

S₁₆

S₁₇

S₃₃

S₃₄

S₃₈

DISTRIBUTION H.F. PAR GUIDE CNET λ_7 EN TE₀₁

DISTORSIONS SINUSOÏDALES DE PHASE

SUR

GUIDE DESADAPTE

$$1) \delta\varphi_1 = -4p \sin^2(\omega_0 l (\beta'_{(0)} - \psi)) \sin l (\beta'_{(0)} + \omega_0 \beta''_{(0)}) \delta\omega$$

$$2) \delta\varphi_2 = p \sin 2l (\beta'_{(0)} + \omega_0 \beta''_{(0)}) \delta\omega$$

NOTA: L'enveloppe de $\delta\varphi_1$ est tracée pour

$\delta f = +5\text{MHz}$ et elle représente $-4\delta\varphi_2$ à

$\delta f = +2,5\text{MHz}$

Les zéros de φ

pour $\omega_0 \tau_g = \pi$

sont distants de

3,27cm

$l = \text{trajet H.F.} (\approx 6,5\text{m par section})$

$2\gamma \approx 1\text{Np}/100\text{m} \approx 4,3\text{db}/100\text{m}$

$$T.O.S. = \frac{1+(p_1)}{1-(p_1)} = \frac{1+(p_2)}{1-(p_2)}$$

$$\rho = |\rho_1| |\rho_2| e^{-2\gamma l} \text{ et } \psi = \psi_1 + \psi_2$$

$$f_0 = \underline{2,998\text{ GHz}}$$

ENTREE DES SECTIONS (l)

10

20

30

$\leftarrow S_2$

$\leftarrow S_{16}$

$\leftarrow S_{17}$

$\leftarrow S_{22}$

$\leftarrow S_{21}$

$\leftarrow S_{20}$

DISTORSION LINÉAIRE DE PHASE

INTRODUE

PAR DES CIRCUITS SÉLECTIFS CENTRES

NOTA Pour ces δf l'affaiblissement $A(\omega)$
est supposé constant ($2\delta f \ll B$)

$Q = 200 \approx B = 15 \text{ Mhz}$

{ TÊTE HF DE SECTION ACCÉLÉRATRICE
KLYSTRON TV 2012

$Q = 600 \approx B = 5 \text{ Mhz}$

(Klystron 802 D)

APPARITION DE LA DISTORSION
HARMONIQUE

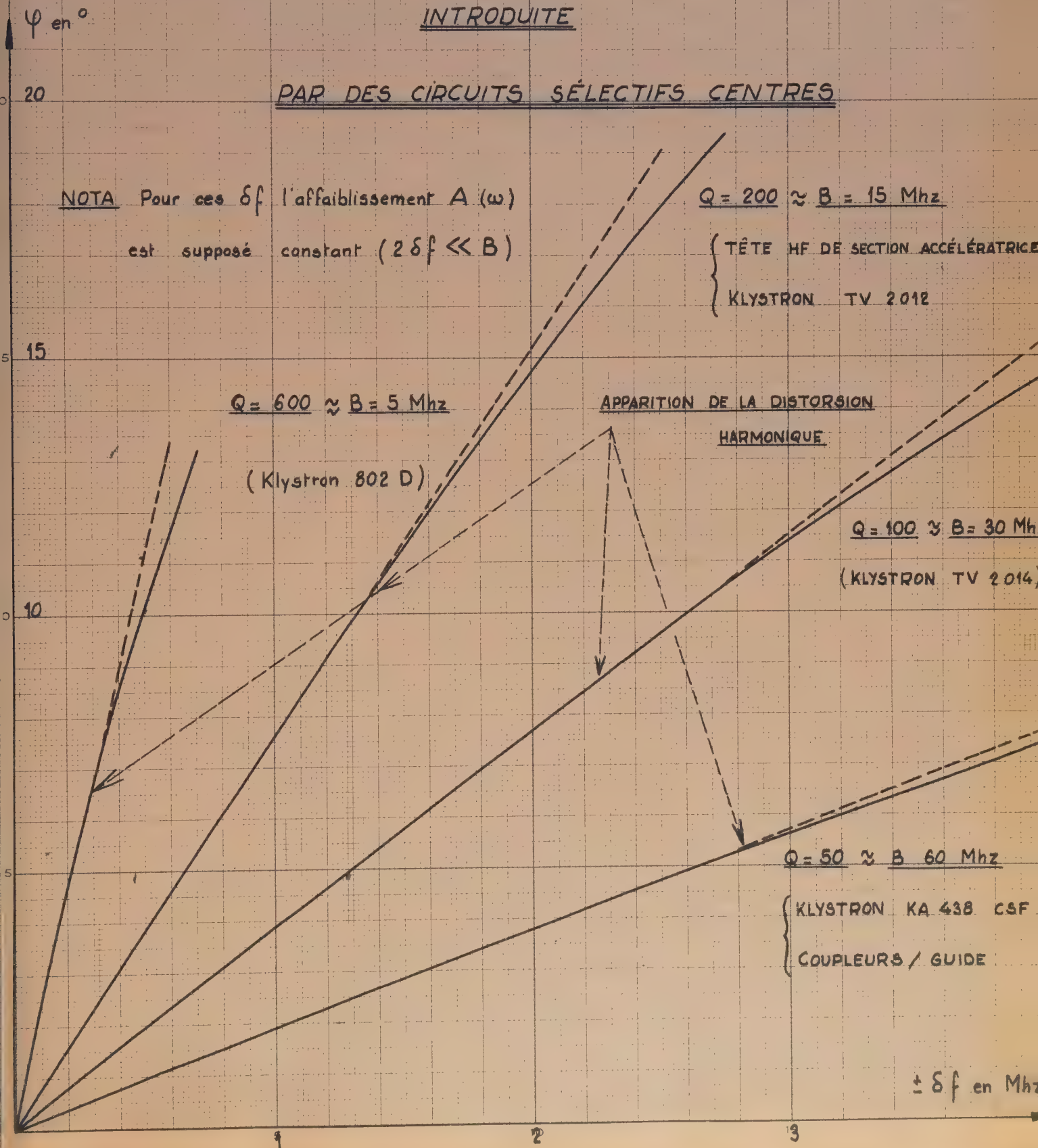
$Q = 100 \approx B = 30 \text{ Mhz}$

(KLYSTRON TV 2014)

$Q = 50 \approx B = 60 \text{ Mhz}$

{ KLYSTRON KA 438 CSF
COUPLEURS / GUIDE

$\pm \delta f \text{ en Mhz}$

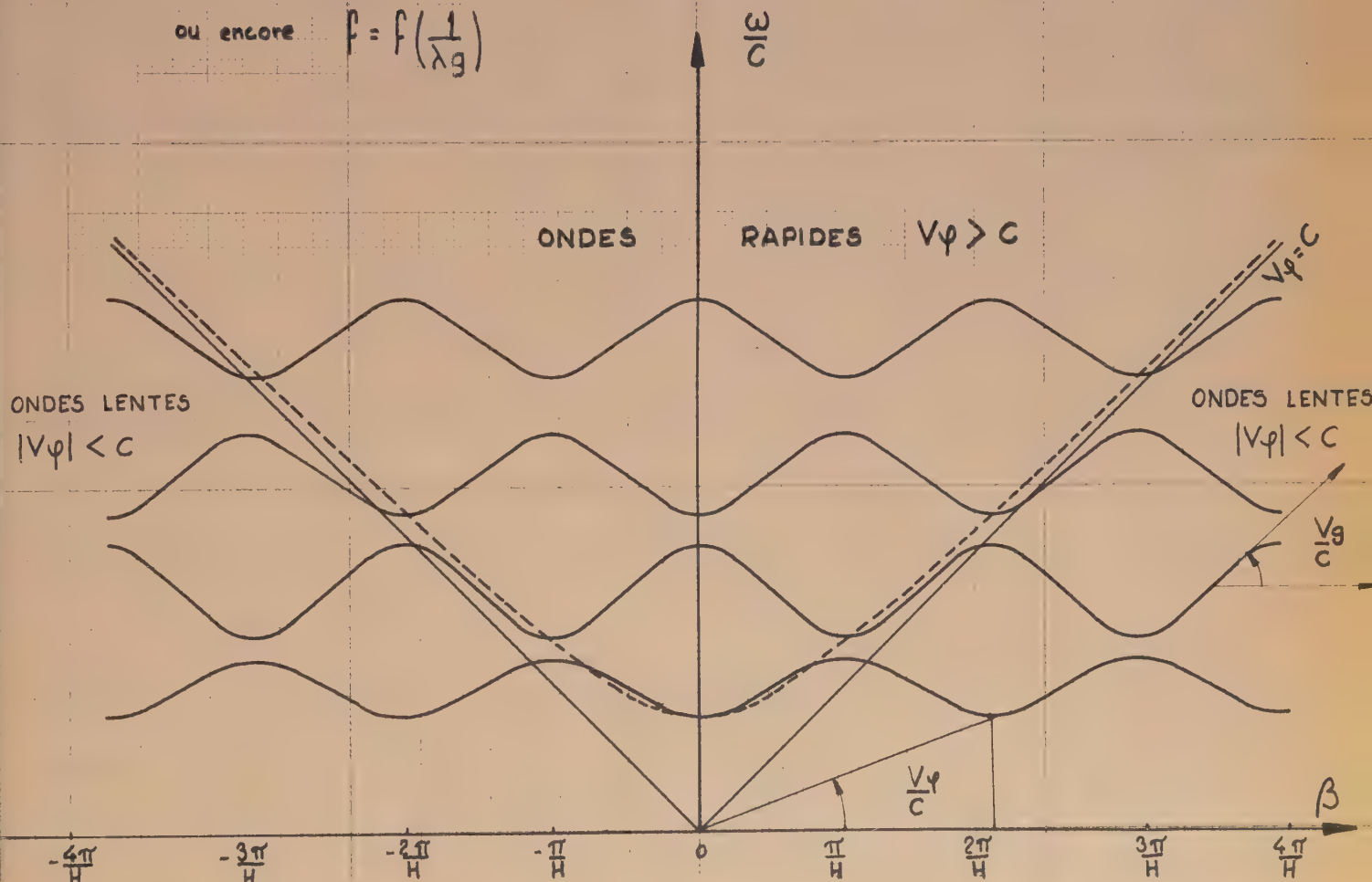


CARACTÉRISTIQUES DE DISPERSION D'UNE STRUCTURE A ONDES LENTE

DIAGRAMME DE BRILLOUIN $\omega = f(\beta)$

NOTA $\frac{\omega}{c}$ ou $\omega = f(\beta) = f\left(\frac{2\pi}{\lambda_g}\right)$

ou encore $f = f\left(\frac{1}{\lambda_g}\right)$



H = pas de la structure périodique en Z

$\beta_0 = \omega/V_{\phi_0}$ constante de propagation de la composante fondamentale des modes

$\beta_0 = \beta_0 + 2m \frac{\pi}{H}$ constante de propagation des harmoniques d'espace

$V_g = d\omega/d\beta$ = vitesse de groupe (commune à tous les harmoniques d'espace)

STRUCTURE ACCÉLÉRATRICE

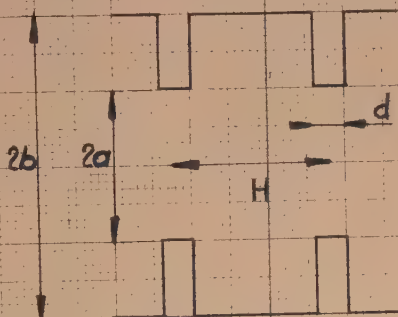
TYPE 60 MΩ

CARACTÉRISTIQUES DE DISPERSION DU MODE FONDAMENTAL TM₀₁

$$f = g(\beta H)$$

NOTA Dans le vide

$$f_0 \text{ théorique} = 2,9979 \text{ Ghz}$$



$$Vg = c$$

Palier C

$$a/b = 0,354$$

Palier B

$$a/b = 0,323$$

Palier A

$$a/b = 0,262$$

$$Vg_0 = \left. \frac{df}{d(1/dg)} \right|_{f=f_0}$$

$$Vg_{(0)}(A) \# 5,25 \cdot 10^9 \text{ cm/sec}$$

$$Vg_{(0)}(B) \# 11,25 \cdot 10^9 \text{ cm/sec}$$

$$Vg_{(0)}(C) \# 14,25 \cdot 10^9 \text{ cm/sec}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{Vg_0} \begin{cases} 57,2 \\ 26,7 \\ 21,2 \end{cases}$$

MODE DE RÉSONANCE

βH

$1/dg$

290

$\pi/6$

$1/200$

$\pi/3$

$2/300$

$\pi/2$

$1/100$

$2\pi/3$

$2/300$

$5\pi/6$

$5/300$

π

$1/50$

STRUCTURE ACCÉLÉRATRICE (TYPE 60 MΩ)

VARIATIONS DU RAPPORT C/Vg₀ LE LONG DE LA STRUCTURE

(valeurs expérimentales)

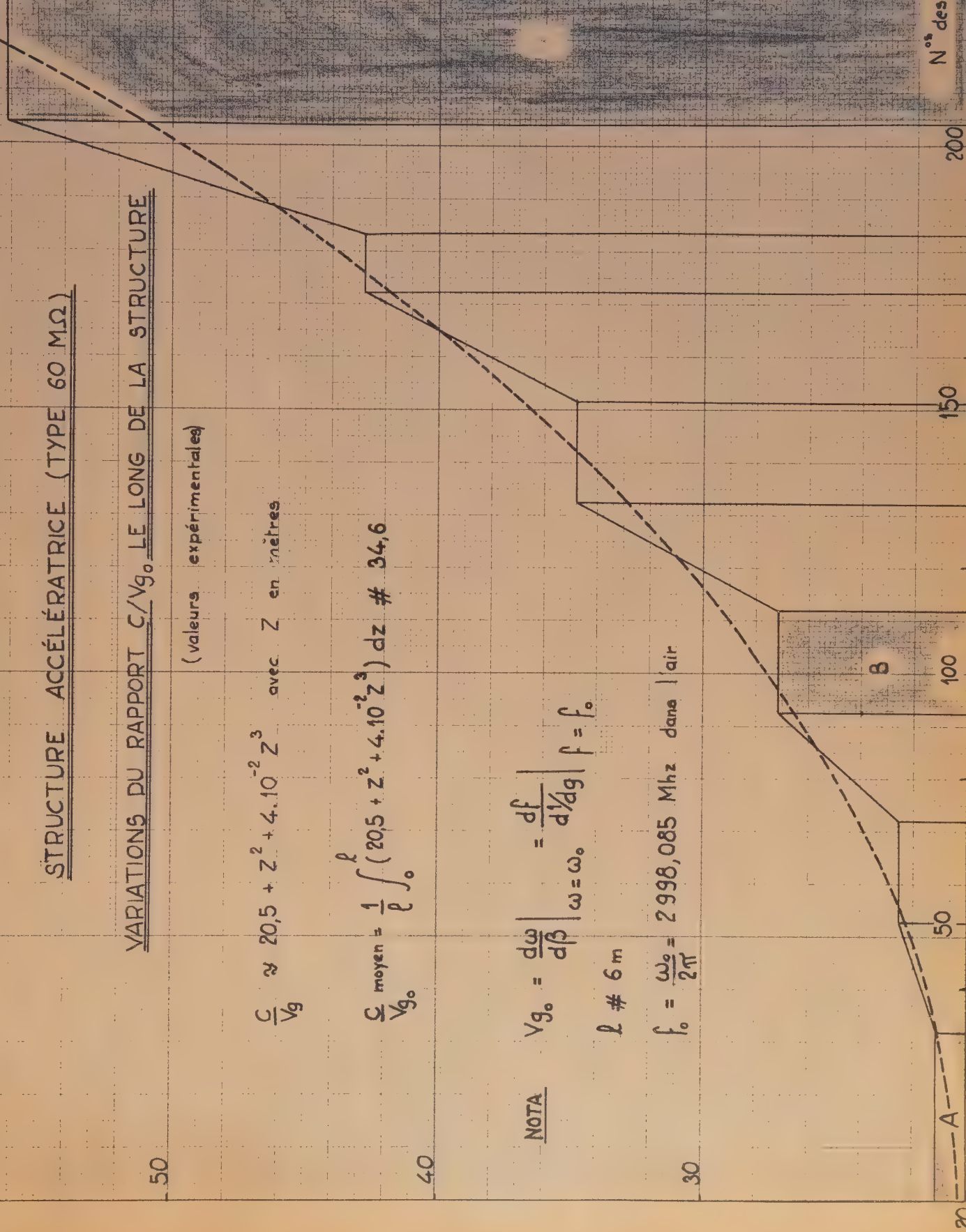
$$\frac{C}{V_{g_0}} \approx 20,5 + Z^2 + 4 \cdot 10^{-2} Z^3 \quad \text{avec } Z \text{ en mètres}$$

$$\frac{C}{V_{g_0}} \text{ moyen} = \frac{1}{l} \int_0^l (20,5 + Z^2 + 4 \cdot 10^{-2} Z^3) dz \quad \# \quad 34,6$$

$$V_{g_0} = \left. \frac{d\omega}{d\beta} \right|_{\omega=\omega_0} = \left. \frac{df}{d\beta/dg} \right|_{f=f_0}$$

l # 6 m

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 2998,085 \text{ Mhz dans l'air}$$

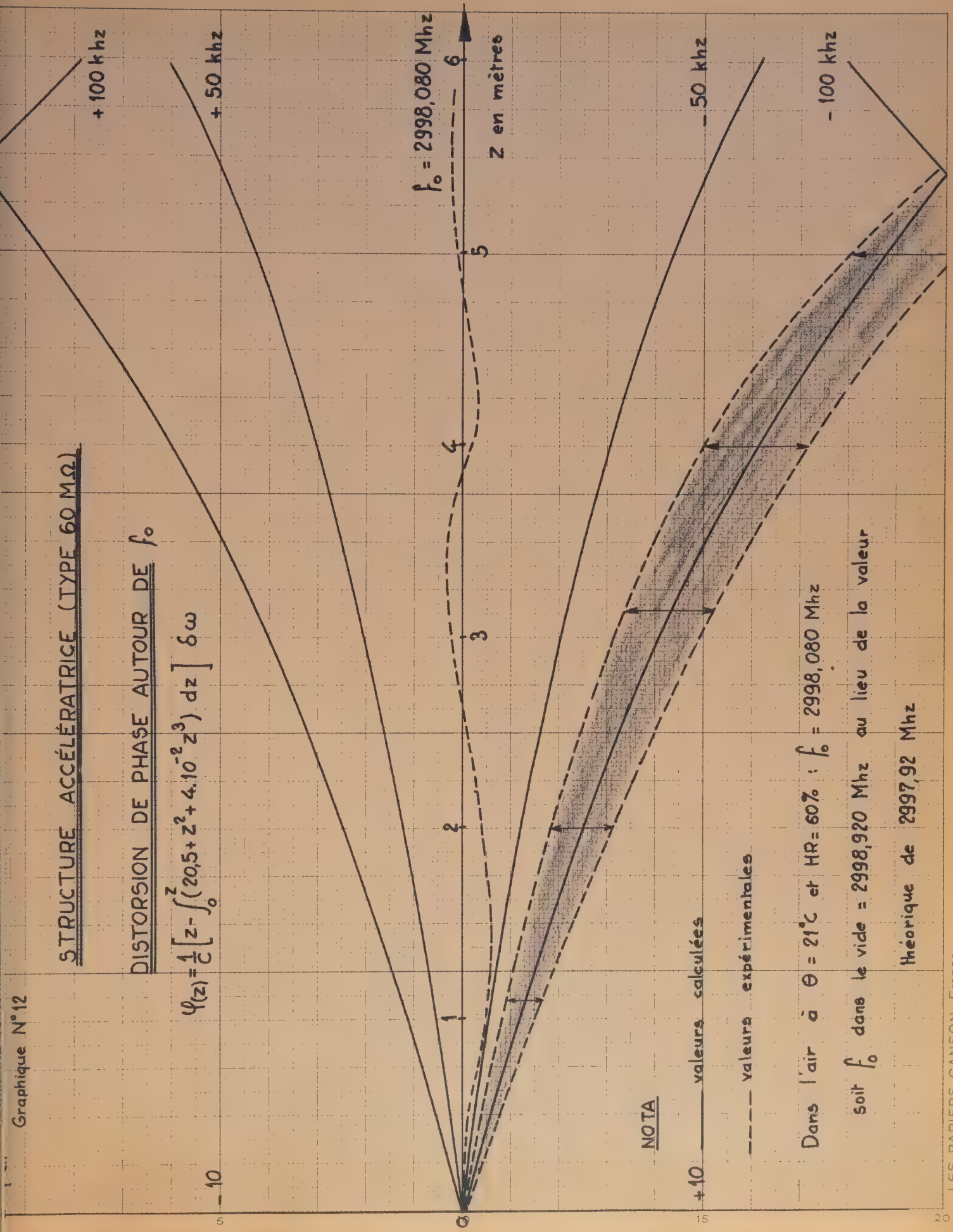


N° des cavités

STRUCTURE ACCÉLÉRATRICE (TYPE 60 MΩ)

DISTORSION DE PHASE AUTOUR DE f_0

$$\psi(z) = \frac{1}{C} \left[z - \int_0^z (20,5 + z^2 + 4 \cdot 10^{-2} z^3) dz \right] \delta \omega$$



NOTA

+10 ————— valeurs calculées

----- valeurs expérimentales

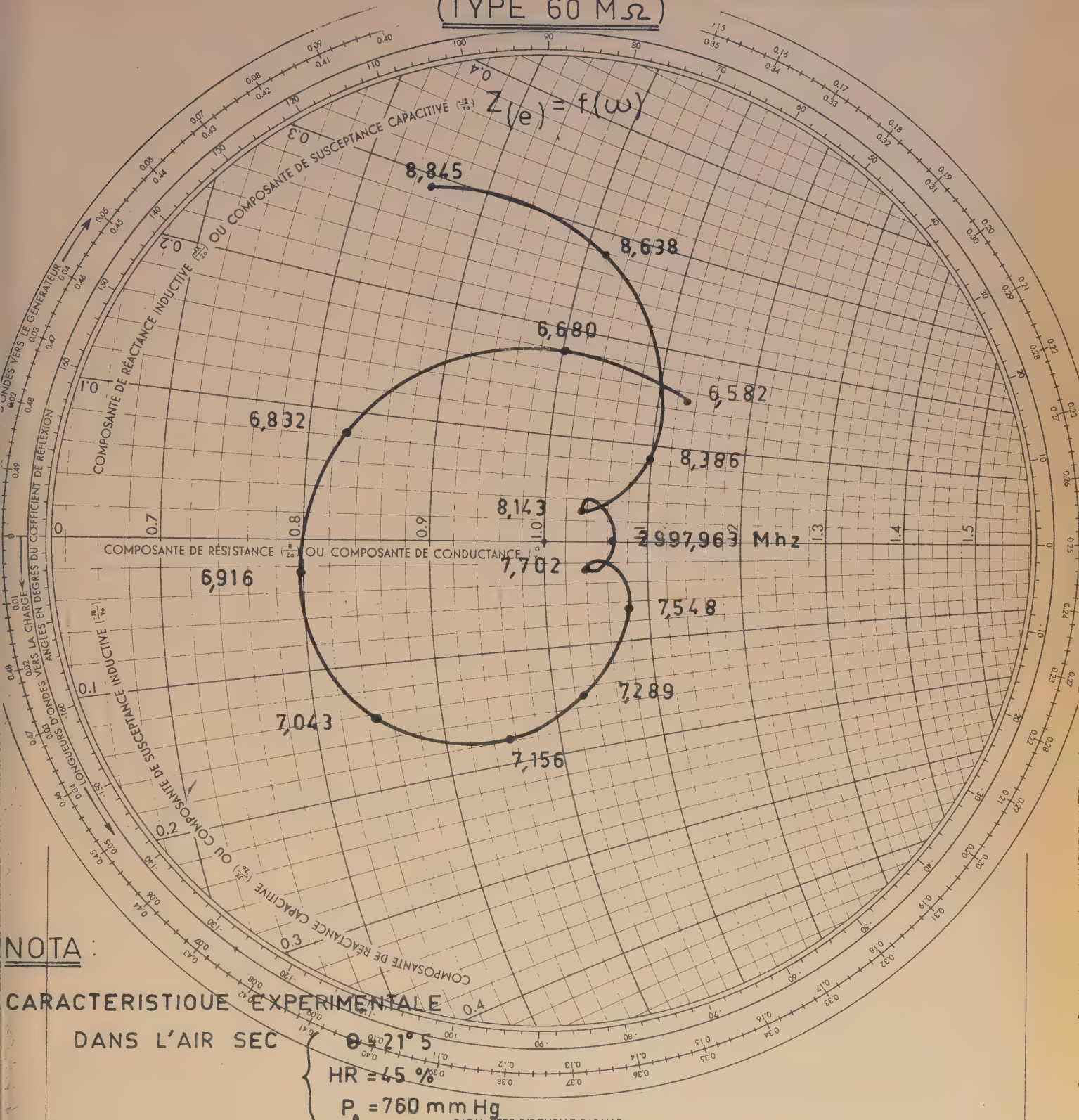
Dans l'air à $\theta = 21^\circ \text{C}$ et HR = 60% : $f_0 = 2998,080 \text{ Mhz}$

soit f_0 dans le vide = 2998,920 Mhz au lieu de la valeur

théorique de 2997,92 Mhz

IMPEDANCE D'ENTREE D'UNE SECTION ACCELERATRICE

(TYPE 60 MΩ)



NOTA :

CARACTERISTIQUE EXPERIMENTALE

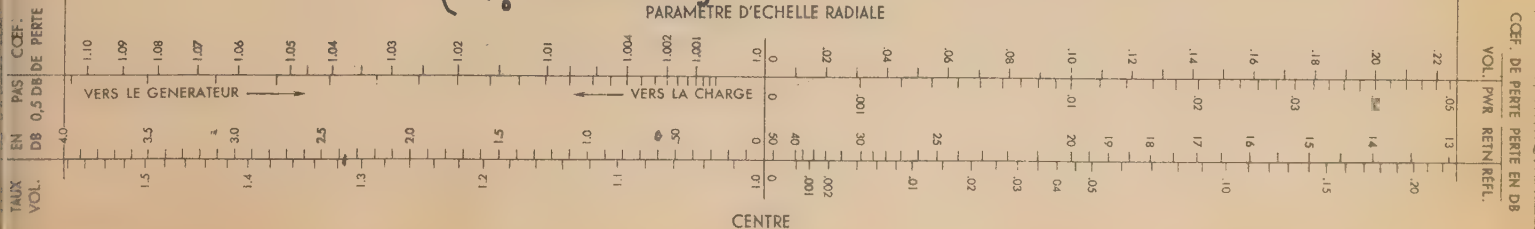
DANS L'AIR SEC

$\theta = 21^\circ 5'$

HR = 45 %

$P_0 = 760 \text{ mm Hg}$

PARAMETRE D'ECHELLE RADIALE



Graphique
N° 14

SECTION ACCELERATRICE "60 MΩ" EN
RÉGIME NON-SYNCHRONES

Energie à vide relativement
à
une section à champ constant

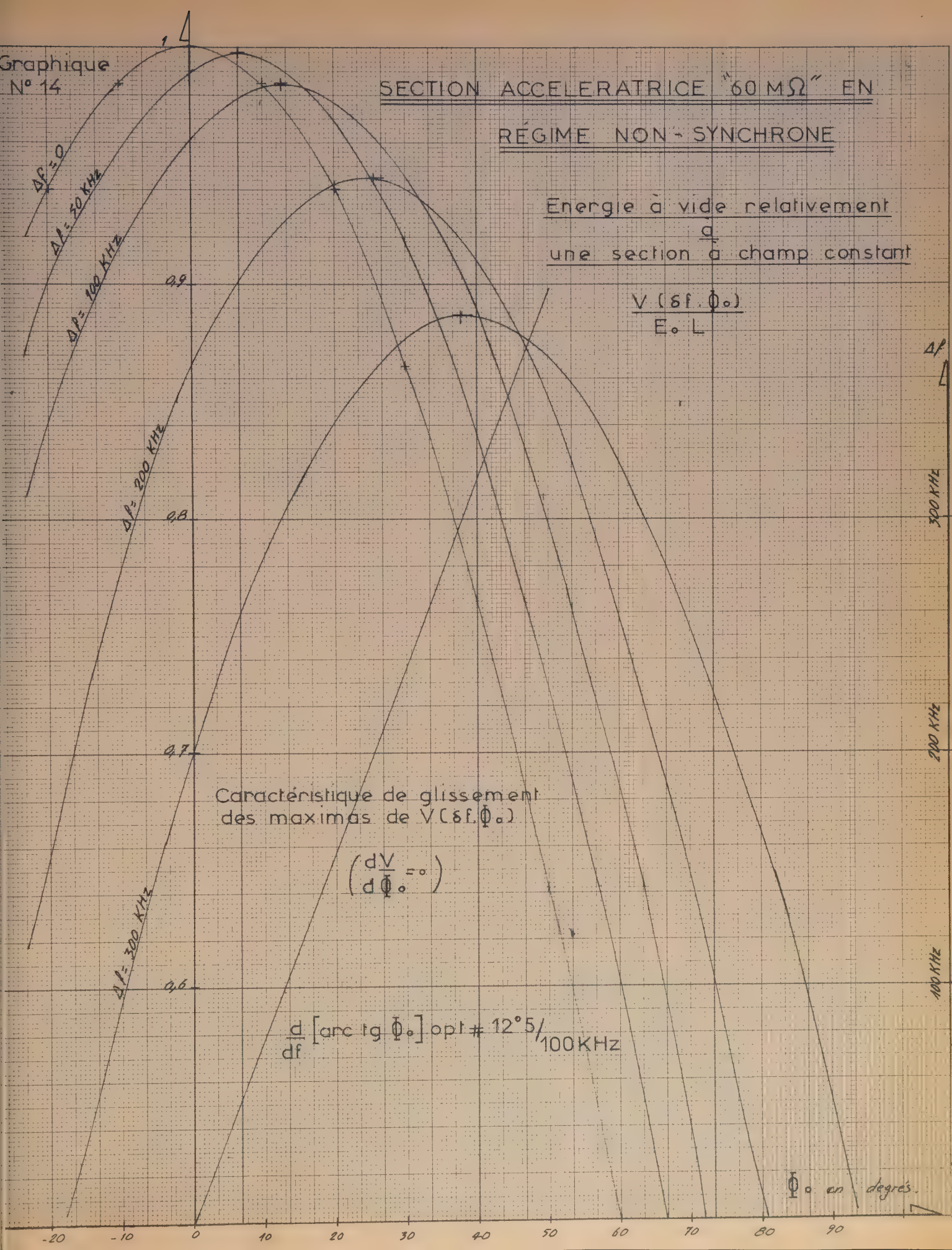
$$\frac{V(\delta f, \Phi_0)}{E_0 L}$$

Caractéristique de glissement
des maxima de $V(\delta f, \Phi_0)$

$$\left(\frac{dV}{d\Phi_0} = 0 \right)$$

$$\frac{d}{df} [\text{arc tg } \Phi_0] \text{ opt } \approx 12^\circ 5' / 100 \text{ KHz}$$

Φ_0 en degrés.

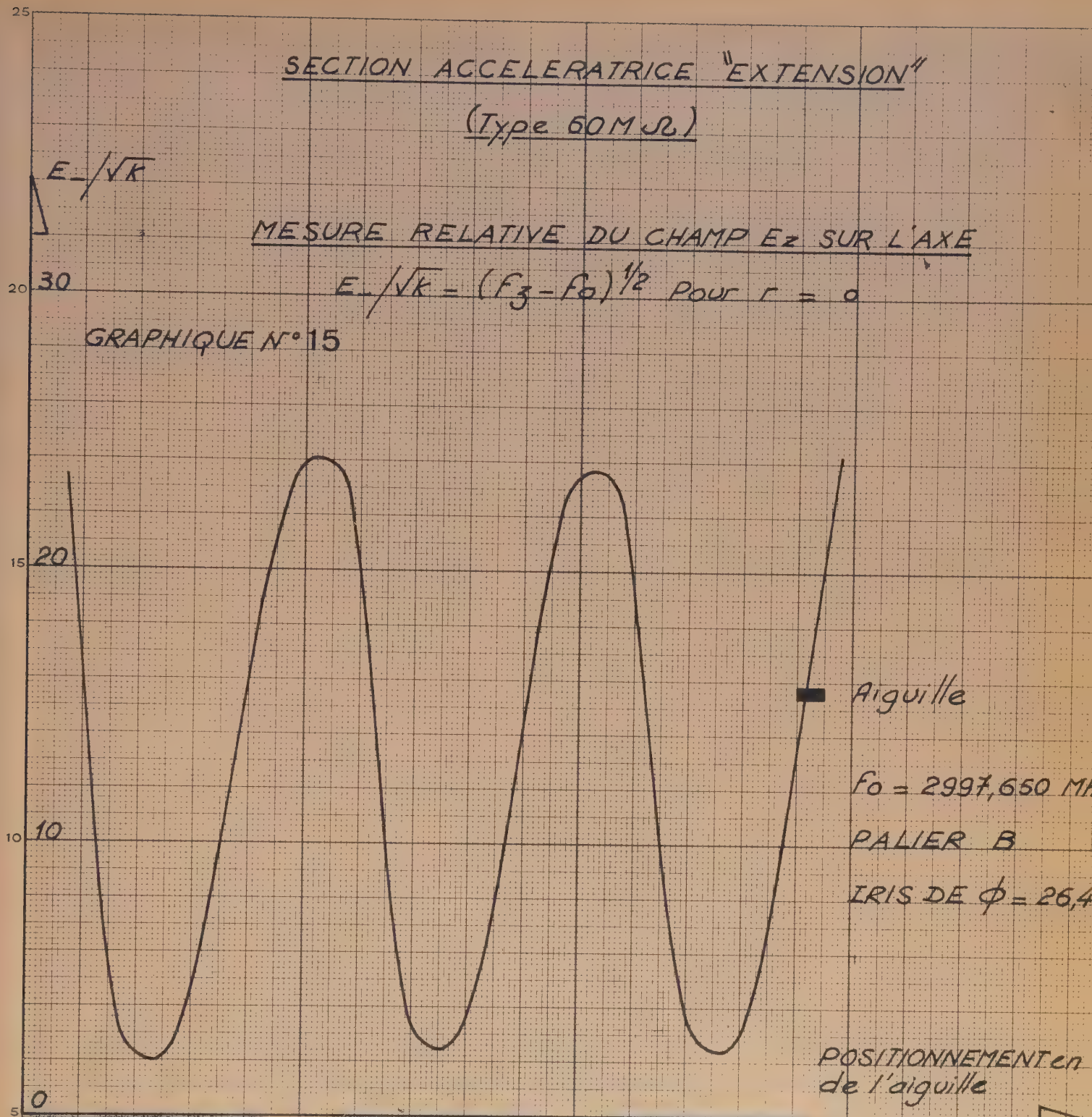


SECTION ACCELERATRICE "EXTENSION"
 (Type 60 M J2.)

MESURE RELATIVE DU CHAMP E_z SUR L'AXE

$$E_z / \sqrt{k} = (f_z - f_0)^{1/2} \text{ pour } r = 0$$

GRAPHIQUE N°15

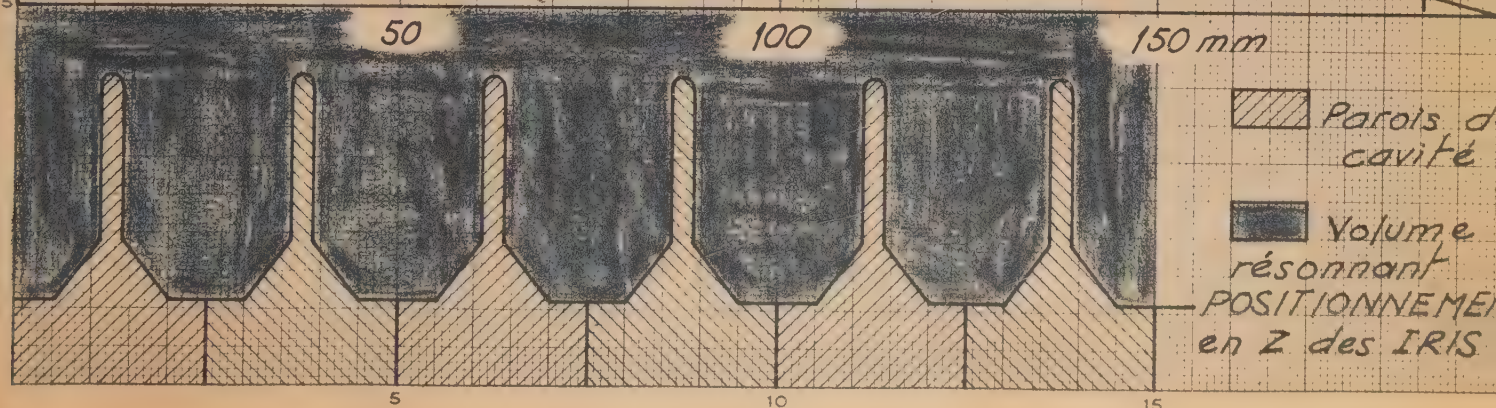


$f_0 = 2997,650 \text{ MHz}$

PALIER B

IRIS DE $\phi = 26,4$

POSITIONNEMENT en de l'aiguille



Parois de cavité

Volume résonnant
 POSITIONNEMENT en Z des IRIS

SECTION ACCELERATRICE "EXTENSION"

(Type 60 M J2.)

F₀ GHz

4.75

CARACTERISTIQUE DE DISPERSION DU MODE EH 11

GRAPHIQUE N° 15^{bis}

(MODE DEFLECTEUR)

4.5

4.25

4.00

* PALIER A

ϕ Iris = 21 mm

* PALIER B

ϕ Iris = 26,4 mm

* PALIER C

ϕ Iris = 29,4 mm

DROITE PASSANT PAR ZERO ET $\left\{ \begin{array}{l} F_0 = 2998 \text{ MHz} \\ \pi/2 \end{array} \right.$

$V \phi = C$

Modes de résonance

$\pi/6$

$\pi/3$

$\pi/2$

$2\pi/3$

$5\pi/6$

π

BH

MAÎTRE OSCILLATEUR HYPERFRÉQUENCE

A

KLYSTRON REFLEX RK 5836

P_0 en mW

BANDE D'ACCORD ÉLECTRONIQUE

400

NOTA

{ Cavité AML sur $f_0 = 2,999 \text{ GHz}$
1^{er} Mode d'oscillation
 $U_k = -350^v$
 $U_{\text{cavité}} = 0$

Zone
de
Décrochage

300

200

100

Niveau -3 db

$P_0 = f(U_R)$

$f = g(U_R)$

U_R Tension Réflecteur

600

630

700

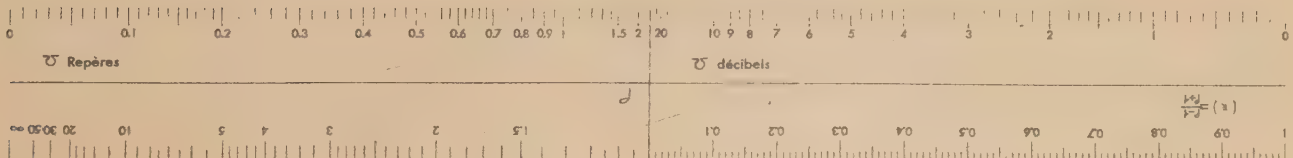
Volts

20

LES PAPIERS CANSON France

MAÎTRE OSCILLATEUR HYPERFRÉQUENCE

DIAGRAMME DE RIECKE DU KLYSTRON REFLEX RK 5836



dbm/Hz

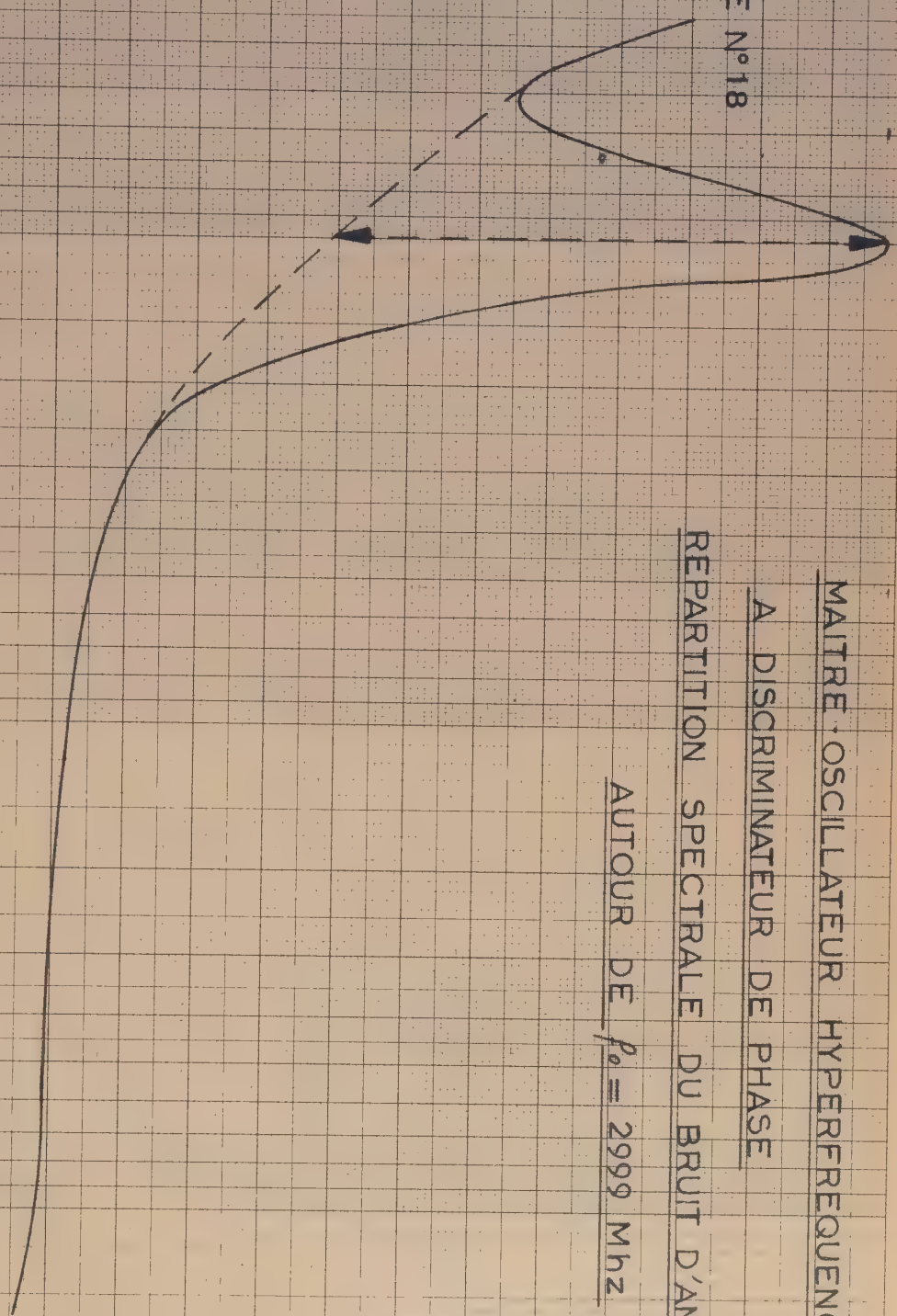
GRAPHIQUE N°18

MAÎTRE OSCILLATEUR HYPERFREQUENCE

A DISCRIMINATEUR DE PHASE

REPARTITION SPECTRALE DU BRUIT D'AMPLITUDE

AUTOUR DE $f_0 = 2999 \text{ Mhz}$

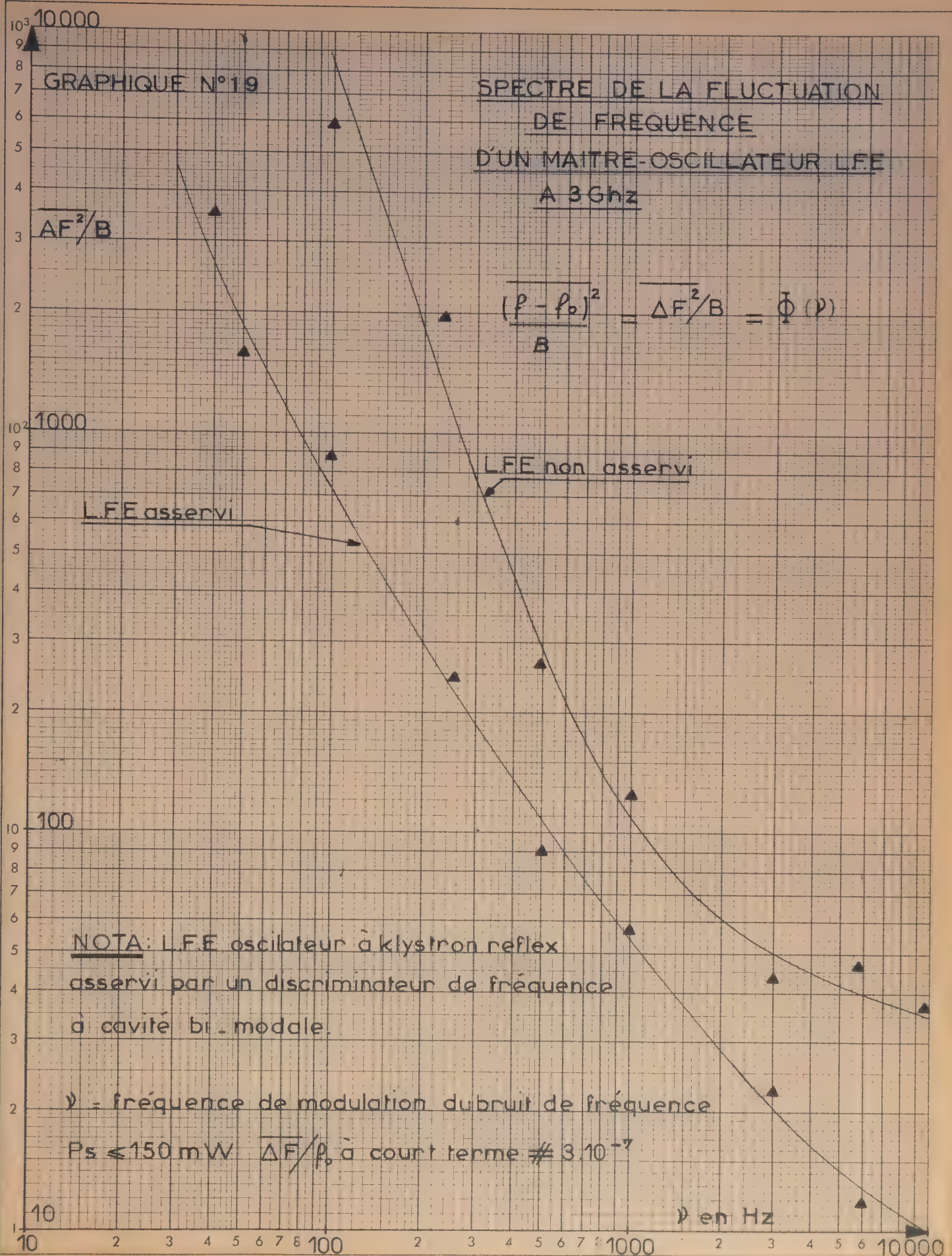


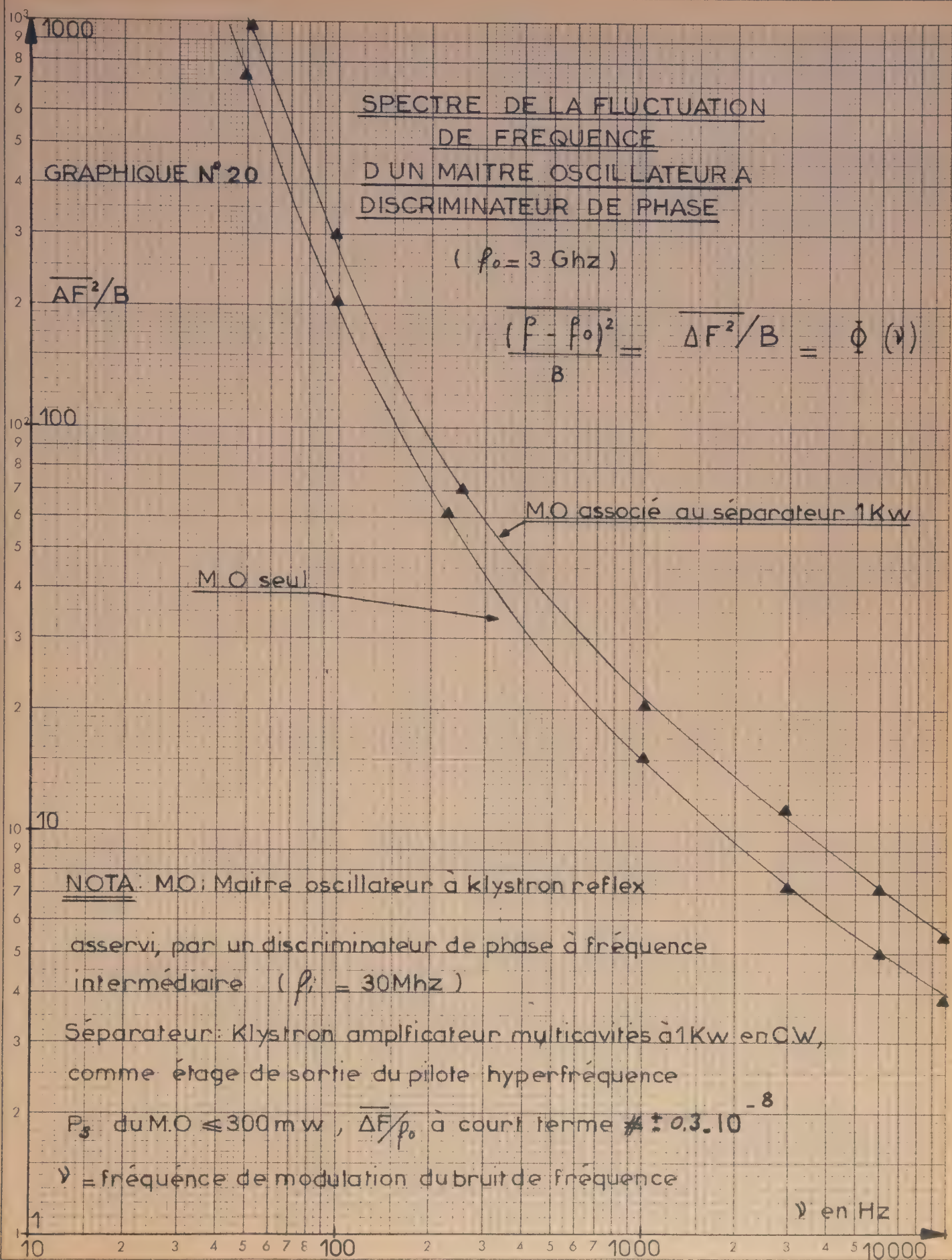
NOTA: Modulation parasite à 100 Hz due aux tensions résiduelles des sources =

Puissance de sortie du M.O. $P_s = 300 \text{ mW}$

Référence 0 dbm = 1 mW

ΔF en Hz





MAITRE - OSCILLATEUR HYPERFREQUENCE

A

DISCRIMINATEUR DE PHASE

STABILITE DE LA FREQUENCE — ECART A LA MOYENNE

$$\Delta F = (f - f_0) = g(t)$$

$+ 10^{-8}$

f_0

$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx \pm 0,3 \cdot 10^{-8}$$

$- 10^{-8}$

Nota: $P_s \leq 300 \text{ mW}$ à $f_0 = 2999 \text{ MHz}$

Télécommande de fréquence de $\pm 1 \text{ MHz}$ avec une précision de $\pm 1 \text{ KHz}$

Dérive sur 24^h $\approx \pm 3 \cdot 10^{-7}$ pour une ambiance $10^\circ\text{C} \leq \theta \leq 40^\circ\text{C}$

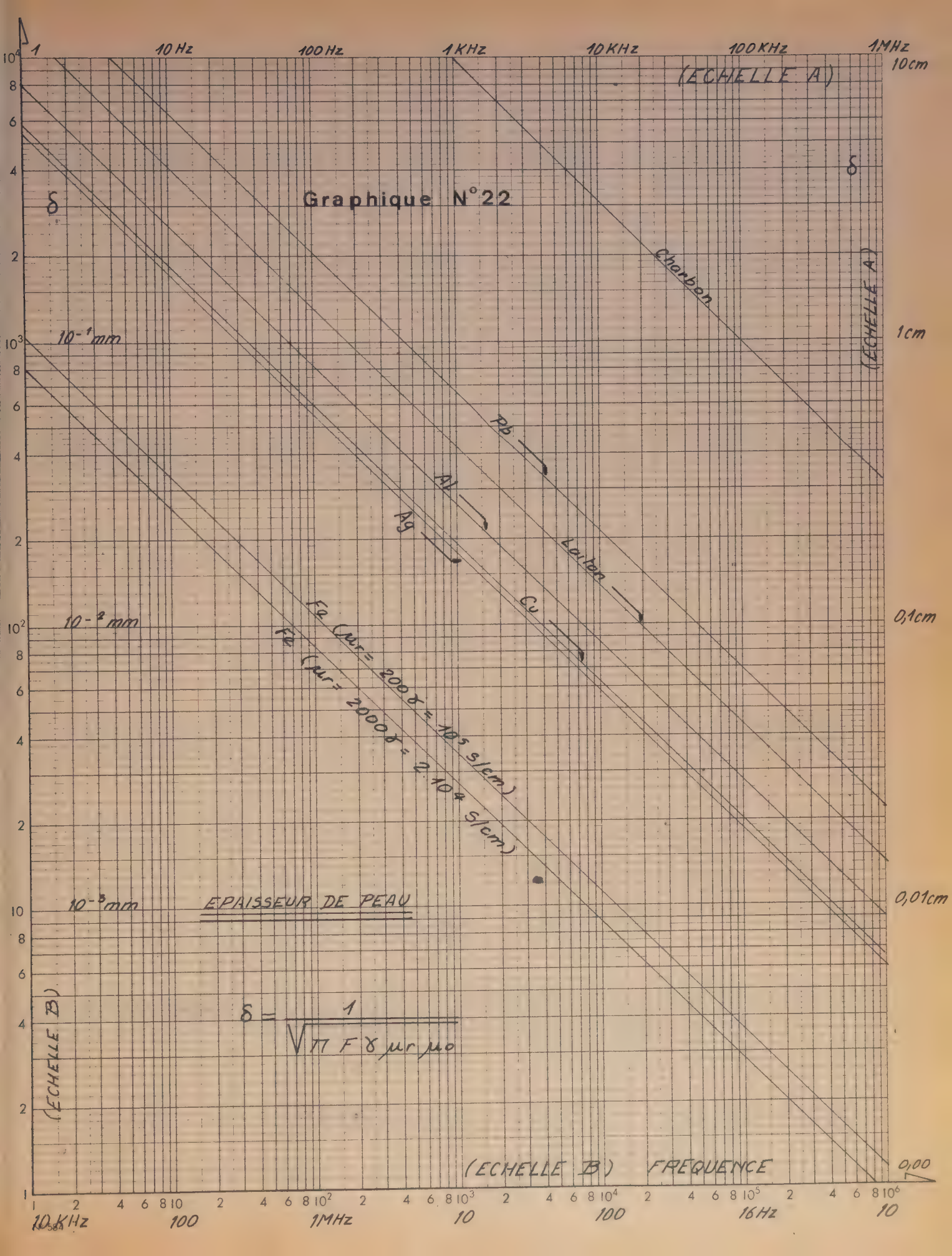
0,5

1

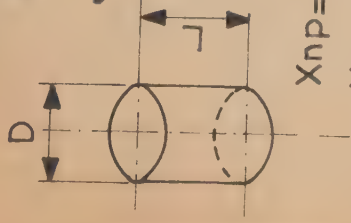
1,5

2 Temps en mn.

2,5



CAVITE CYLINDRIQUE CIRCULAIRE



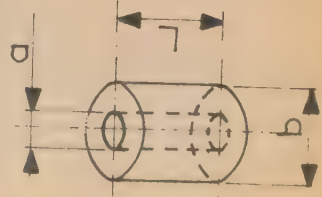
LONGUEUR D'ONDE et Q_0 pour les modes TE_{npq} et TM_{npq}

$$\lambda_0 = 2 \bullet \left[\left(\frac{2X_{np}}{\eta_D} \right)^2 + \left(\frac{q}{L} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

$X_{np} = p^{ième}$ racine de $J_n'(X) = 0$ pour les modes TE

$X_{np} = p^{ième}$ racine de $J_n(X) = 0$ pour les modes TM

MODES	$Q_0 \times \delta / \lambda_0$
TE_{npq}	$\frac{\left[1 - \left(\frac{n}{X_{np}} \right)^2 \right] \left[X_{np}^2 + s^2 r^2 \right]^{3/2}}{2\pi \left[X_{np}^2 + s^2 r^3 + (1-r) \left(\frac{s r n}{X_{np}} \right)^2 \right]}$
TM_{npq}	$\frac{\sqrt{X_{np}^2 + s^2 r^2}}{2\pi (1+r)} \quad \text{avec } q > 0$
TM_{npo}	$\frac{X_{np}}{\pi (2+r)} \quad \text{avec } q=0$
$\delta = \text{épaisseur de peau} \quad r = D/L \quad S = q\pi/2$	



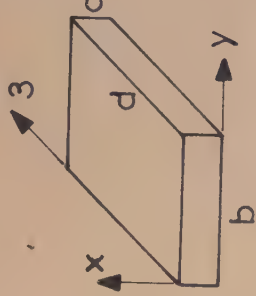
MODES COAXIAUX T.E.M

$\lambda_0 = 2L$ Longueur d'onde en espace libre

$$Q_0 \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{1}{4+2 \frac{L}{b} \times \frac{1+b/a}{\log b/a}}$$

Q_{opt} pour $b/a = 3,6$

CAVITE PARALLELEPIPEDIQUE



$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{n}{a} \right)^2 + \left(\frac{p}{b} \right)^2 + \left(\frac{q}{d} \right)^2}}$$

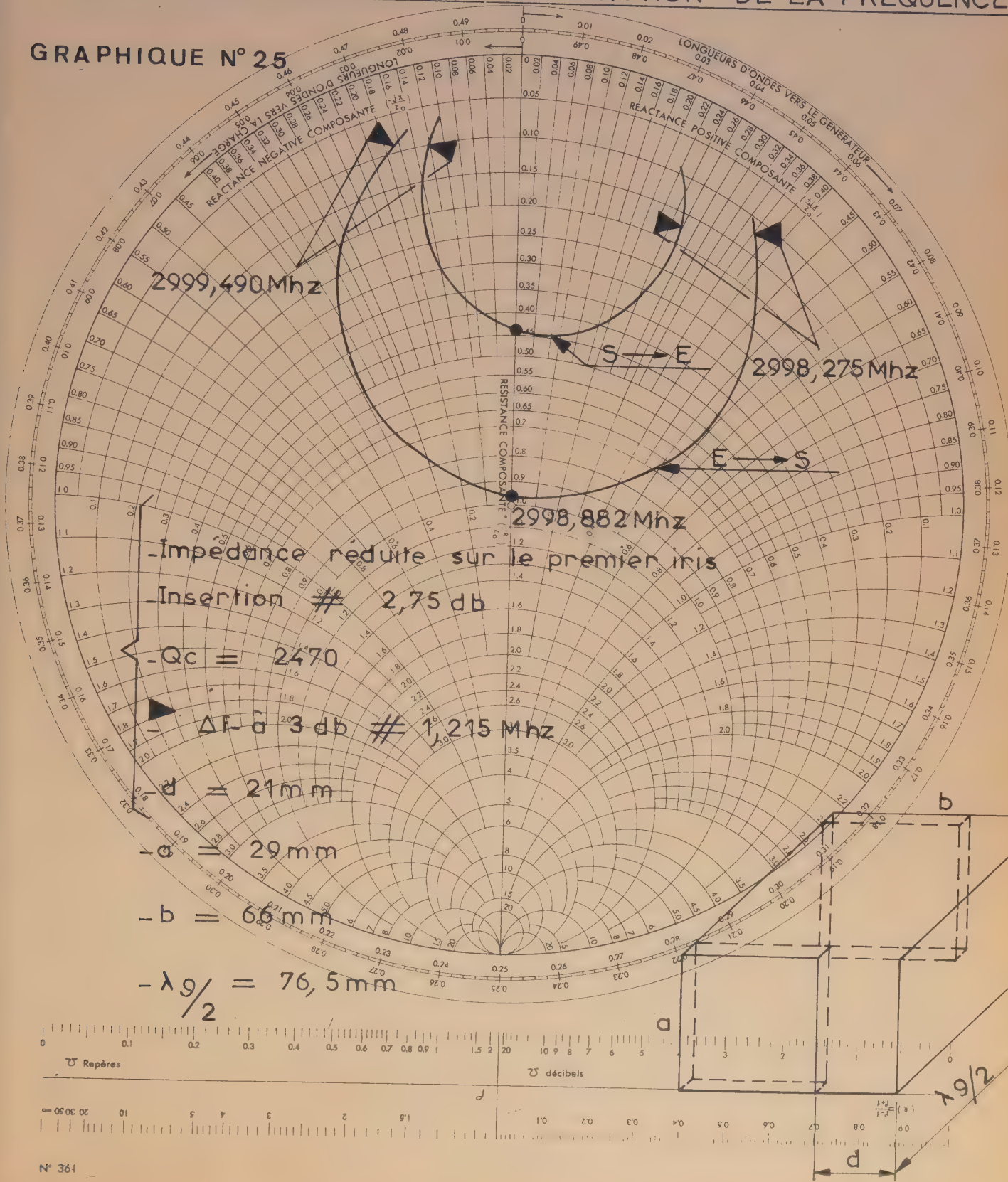
MODES	$Q_0 \times \delta / \lambda_0$
TE_{npq}	$\frac{abd}{4} \times \frac{(m^2 + s^2) (m^2 + s^2 + r^2)^{3/2}}{bd [m^2 r^2 + (m^2 + s^2)^2] + ad [s^2 r^2 + (m^2 + s^2)^2] + abr^2 (m^2 + s^2)}$
TE_{noq}	$\frac{abd}{2} \times \frac{(s^2 + r^2)^{3/2}}{s^2 d (a + 2b) + r^2 a (d + 2b)}$
TE_{opq}	$\frac{abd}{2} \times \frac{(m^2 + r^2)^{3/2}}{m^2 d (b + 2a) + r^2 b (d + 2a)}$
TM_{npq}	$\frac{abd}{4} \times \frac{(m^2 + s^2) (m^2 + s^2 + r^2)^{1/2}}{m^2 a (b + d) + s^2 b (a + d)}$
TM_{npo}	$\frac{abd}{2} \times \frac{(m^2 + s^2)^{3/2}}{m^2 a (b + 2d) + s^2 b (a + 2d)}$

$$m \Rightarrow \frac{p}{b} \quad , \quad s = \frac{n}{a} \quad , \quad r = \frac{q}{d}$$

SUR GUIDE CNET $\lambda/2$

IMPEDANCE D'ENTREE EN FONCTION DE LA FREQUENCE

GRAPHIQUE N° 25

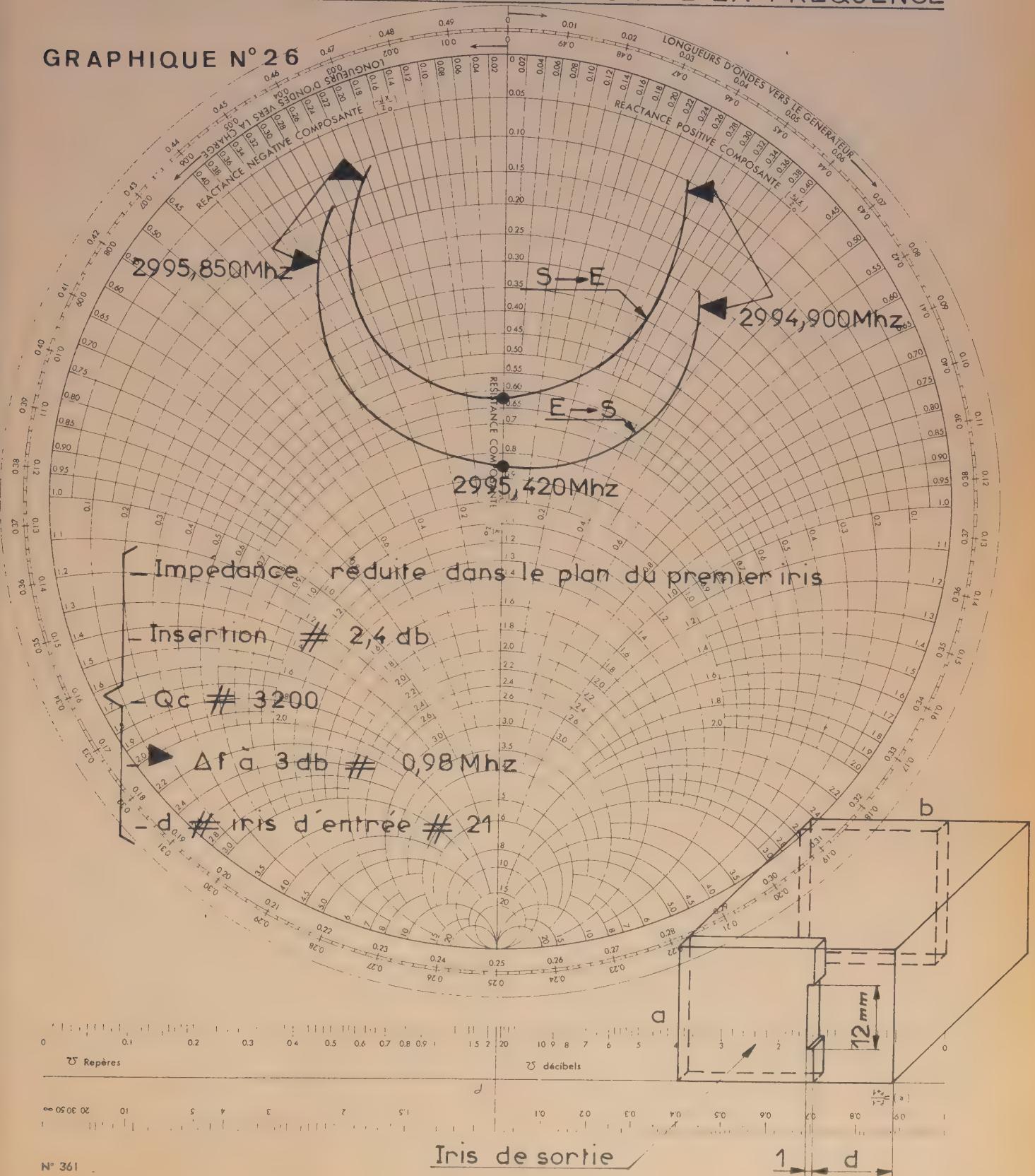


CAVITE DE COMPENSATION EN TE 011

SUR GUIDE CNET λ_7

IMPEDANCE D'ENTREE EN FONCTION DE LA FREQUENCE

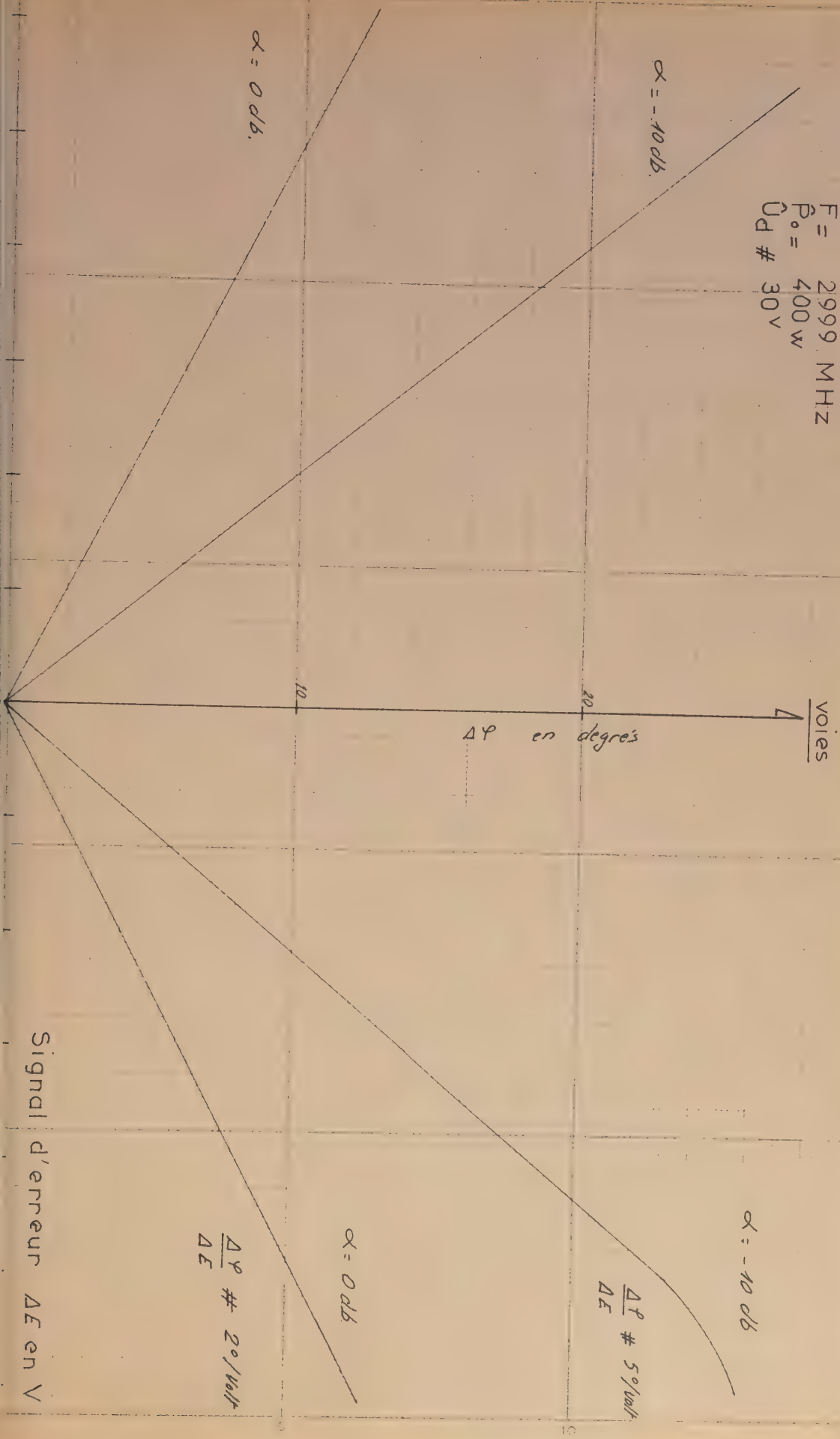
GRAPHIQUE N° 26



COMPARATEUR DE PHASE

Signal d'erreur en fonction de l'écart de phase
autour de $\pi/2$ et de l'écart de puissance entre

$F = 2999 \text{ MHz}$
 $P_o = 400 \text{ W}$
 $U_d \# 30 \text{ V}$



Signal d'erreur ΔE en V

DETECTEUR D'ENVELOPPE ACCORDABLE

Monture CSF Diode 2 B 22 GE

$$Z = f(\hat{P}_i)$$

GRAPHIQUE N°29

Modulation en impulsion

$$f = 3 \text{ GHz}$$

$$F_r = 50 \text{ Hz}$$

$$T = 2 \text{ } \mu\text{sec.}$$

Accord pour
chaque mesure

Accord pour 10W

- 1 - 1mW
- 2 - 5mW
- 3 - 10mW
- 4 - 150mW
- 5 - 0,5 W
- 6 - 1,5 W
- 7 - 10 W

21-7-64

Labo Hyper

DETECTEUR D'ENVELOPPE ACCORDABLE

Monture CSF - Diode 2B22 GE

Tension détectée/68 Ω

Volts

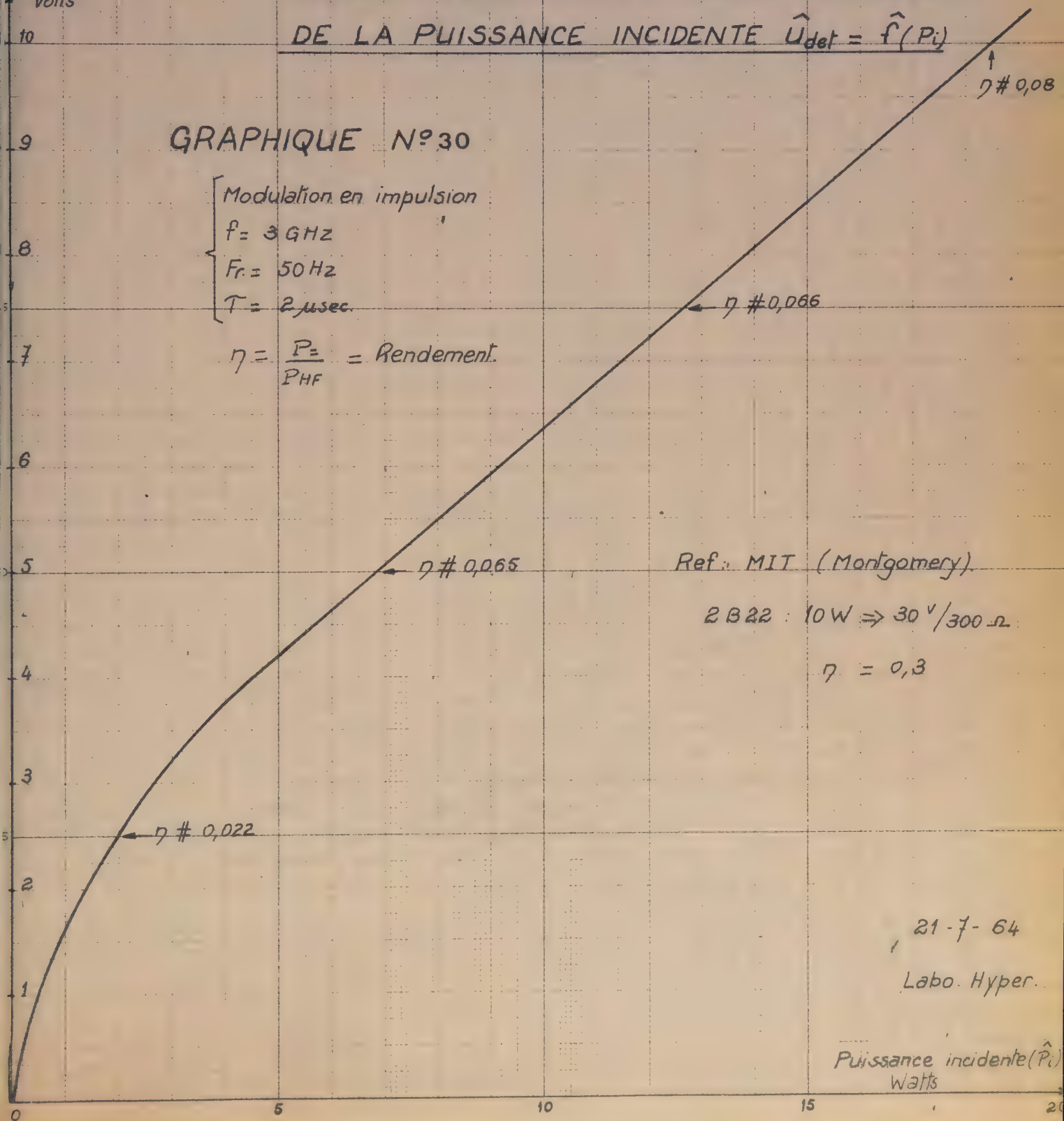
TENSION DE SORTIE DETECTEE EN FONCTION

DE LA PUISSANCE INCIDENTE $\hat{U}_{det} = \hat{f}(P_i)$

GRAPHIQUE N°30

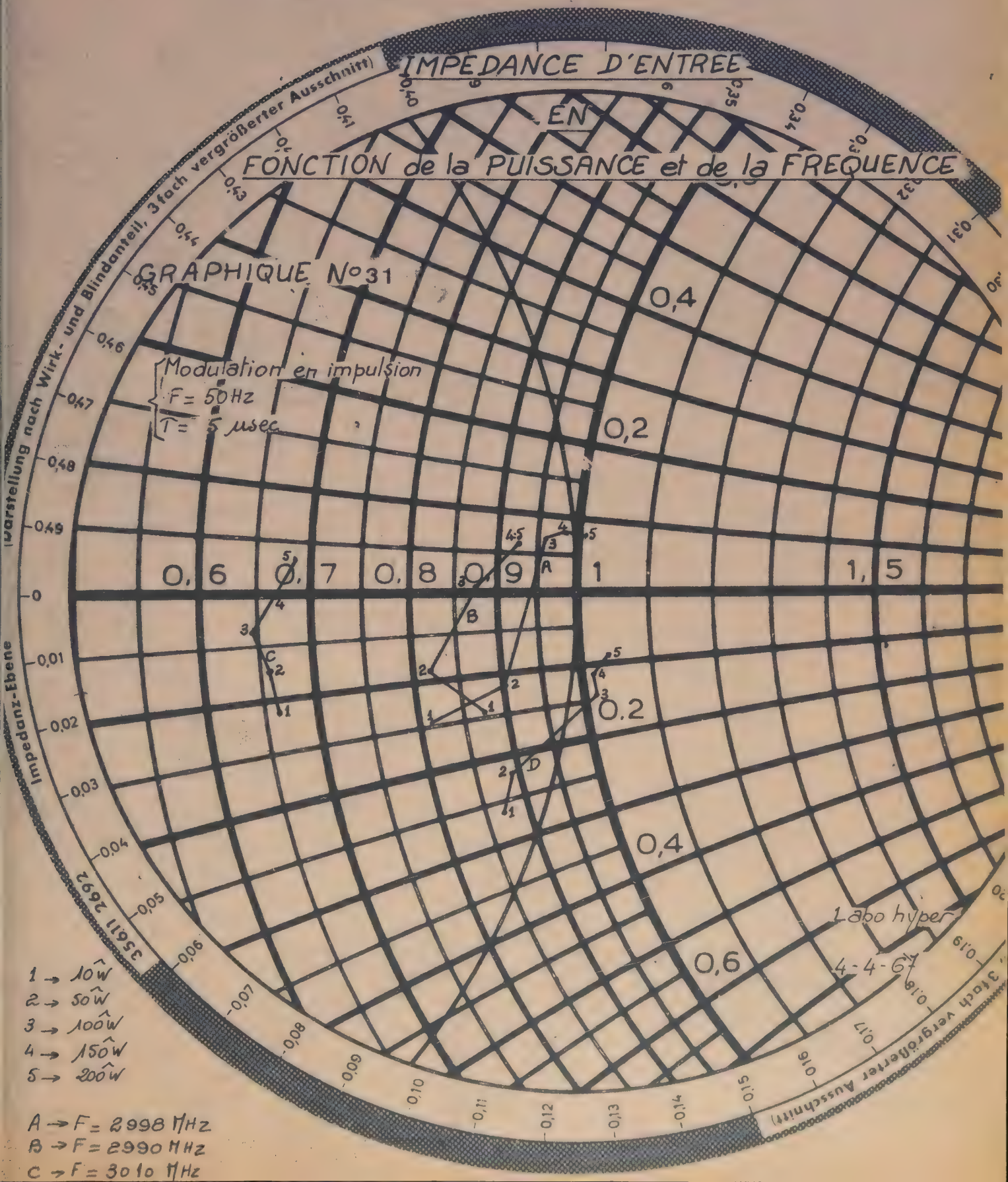
Modulation en impulsion
 $f = 3 \text{ GHz}$
 $F_r = 50 \text{ Hz}$
 $T = 2 \text{ } \mu\text{sec.}$

$$\eta = \frac{P_s}{P_{HF}} = \text{Rendement.}$$



DETECTEUR D'ENVELOPPE à diode RCA 6173

Prototype ENS dérivé du type "standford"



DETECTEUR D'ENVELOPPE a diode RCA 6173

Prototype ENS dérivé du type "Standford"

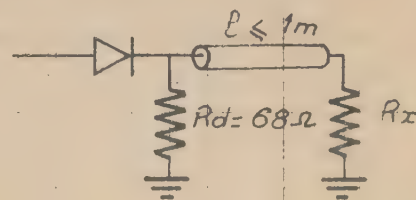
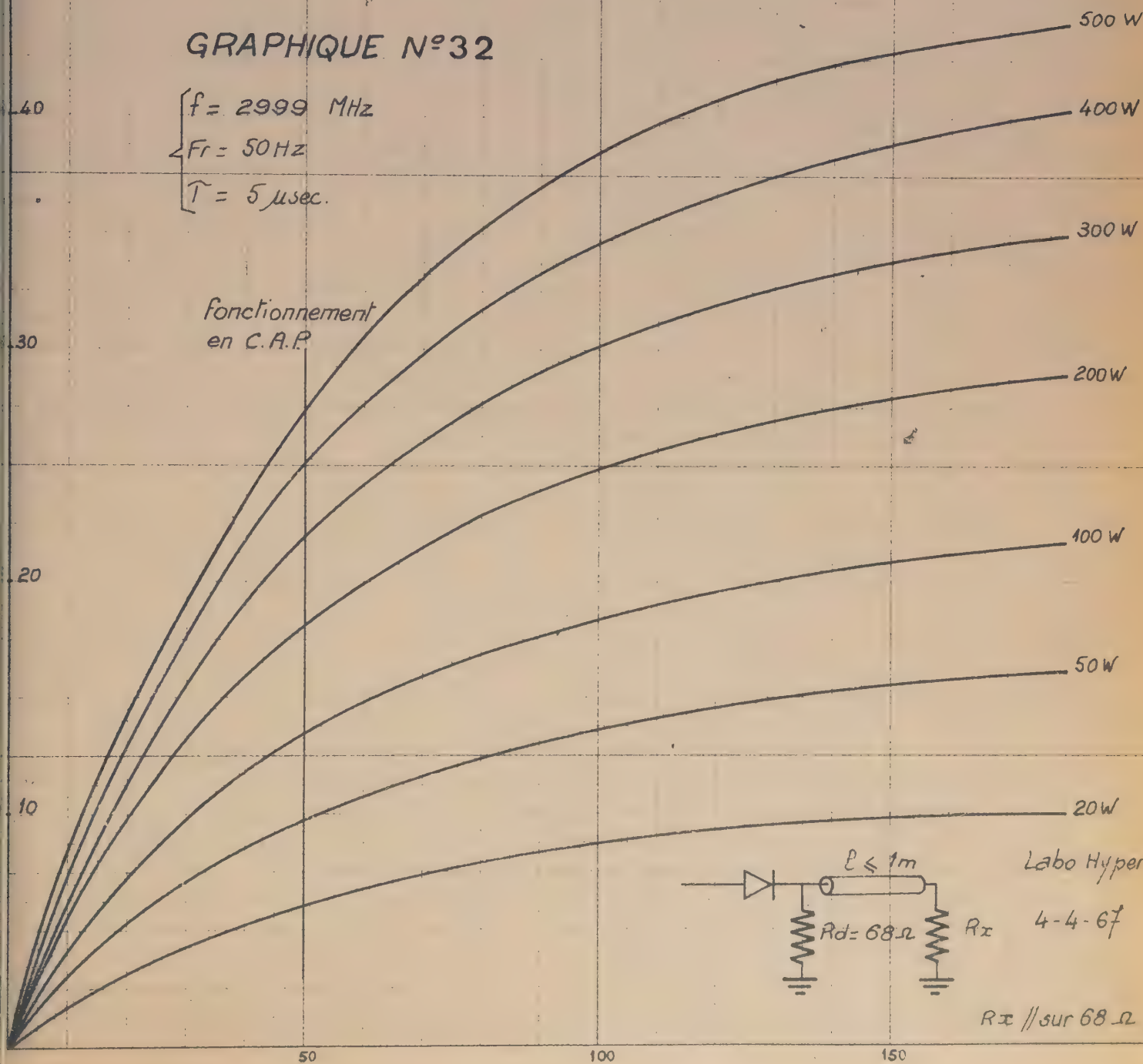
Tension
détectée
50 Volts

TENSION DETECTEE EN FONCTION DE LA RESISTANCE DE SORTIE ET DE LA PUISSANCE INCIDENTE

GRAPHIQUE N°32

$f = 2999 \text{ MHz}$
 $f_r = 50 \text{ Hz}$
 $T = 5 \mu\text{sec.}$

Fonctionnement
en C.A.P.



Labo Hyper

4-4-67

$R_x // \text{sur } 68 \Omega$

DETECTEUR D'ENVELOPPE à diode RCA 6173

Prototype ENS dérivé du type "standford"

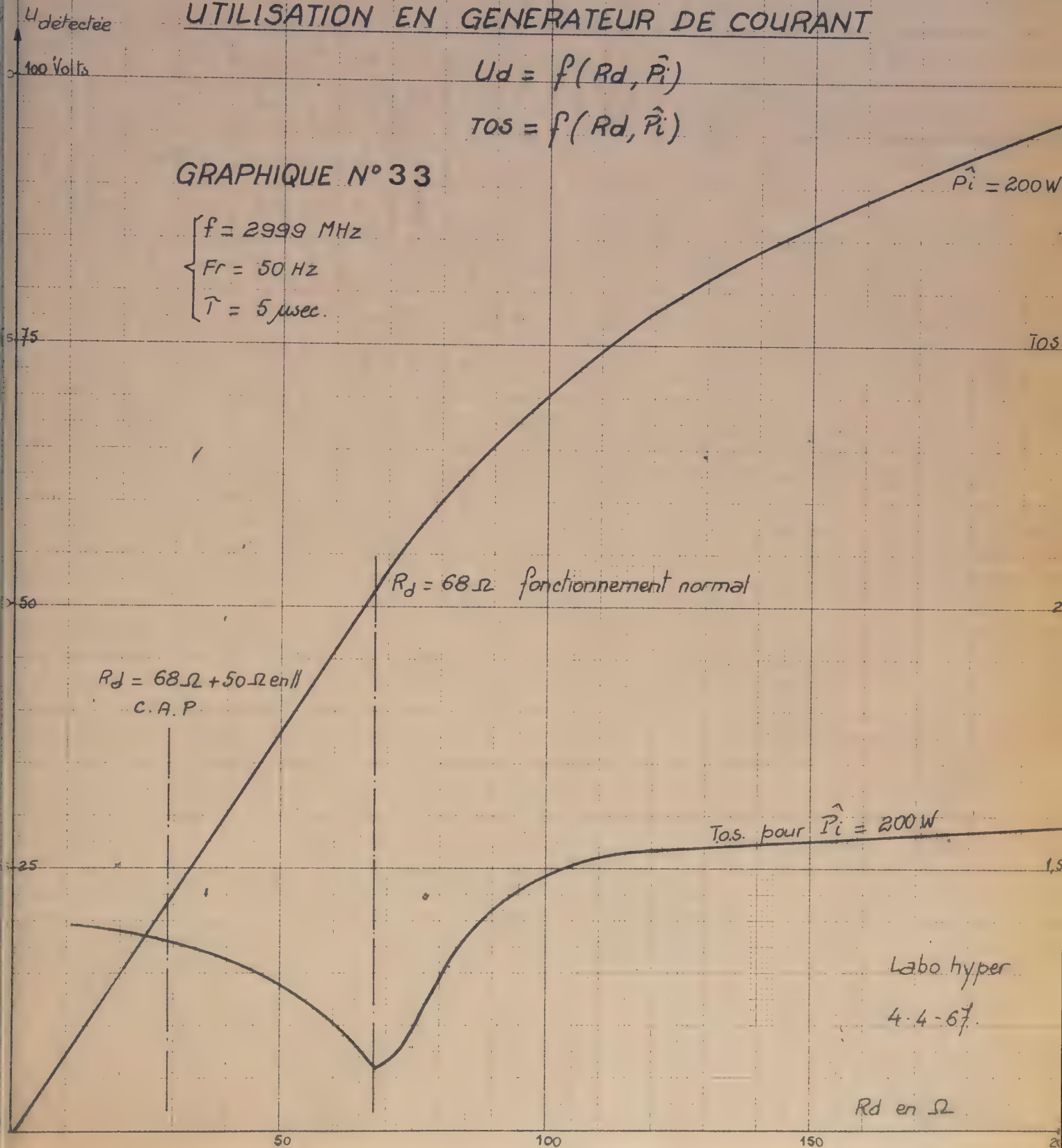
UTILISATION EN GENERATEUR DE COURANT

$$U_d = f(R_d, \hat{P}_i)$$

$$TOS = f(R_d, \hat{P}_i)$$

GRAPHIQUE N° 33

$$\begin{cases} f = 2999 \text{ MHz} \\ F_r = 50 \text{ Hz} \\ \tau = 5 \mu\text{sec.} \end{cases}$$



DEPHASEUR ROTATIF L.T.T TYPE D 6717

N° 001

en degrés

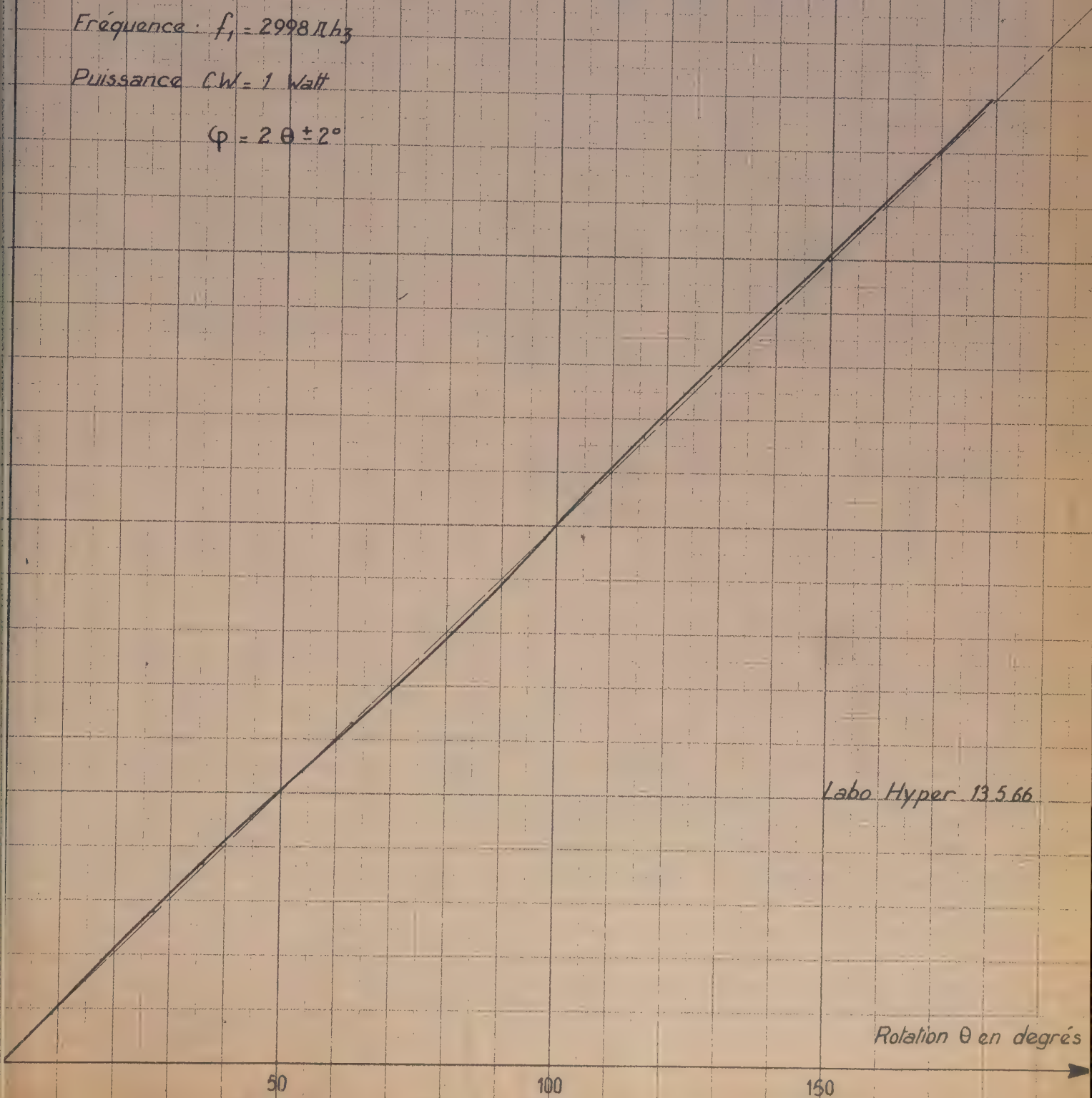
GRAPHIQUE N°34

CARACTERISTIQUE $\varphi = f(\theta)$

Fréquence : $f_1 = 2998 \text{ kHz}$

Puissance CW = 1 Watt

$$\varphi = 2\theta \pm 2^\circ$$



Labo Hyper 13.5.66

DEPHASEUR ROTATIF L.I.T. TYPE D6717

- N° 001 -

GRAPHIQUE N° 35

CARACTERISTIQUES DE DEPHASAGE ENTRE ENTREE ET SORTIE
EN FONCTION
DE L'ANGLE DE ROTATION $\varphi = f(\theta)$

Fréquence : $f_0 = 2999 \text{ MHz}$

Puissance CW = 1 Watt

φ en degrés



700

600

500

400

300

200

100

Labo Hyper 12.5.66

Rotation θ en degrés



50

100

150

200

250

300

350

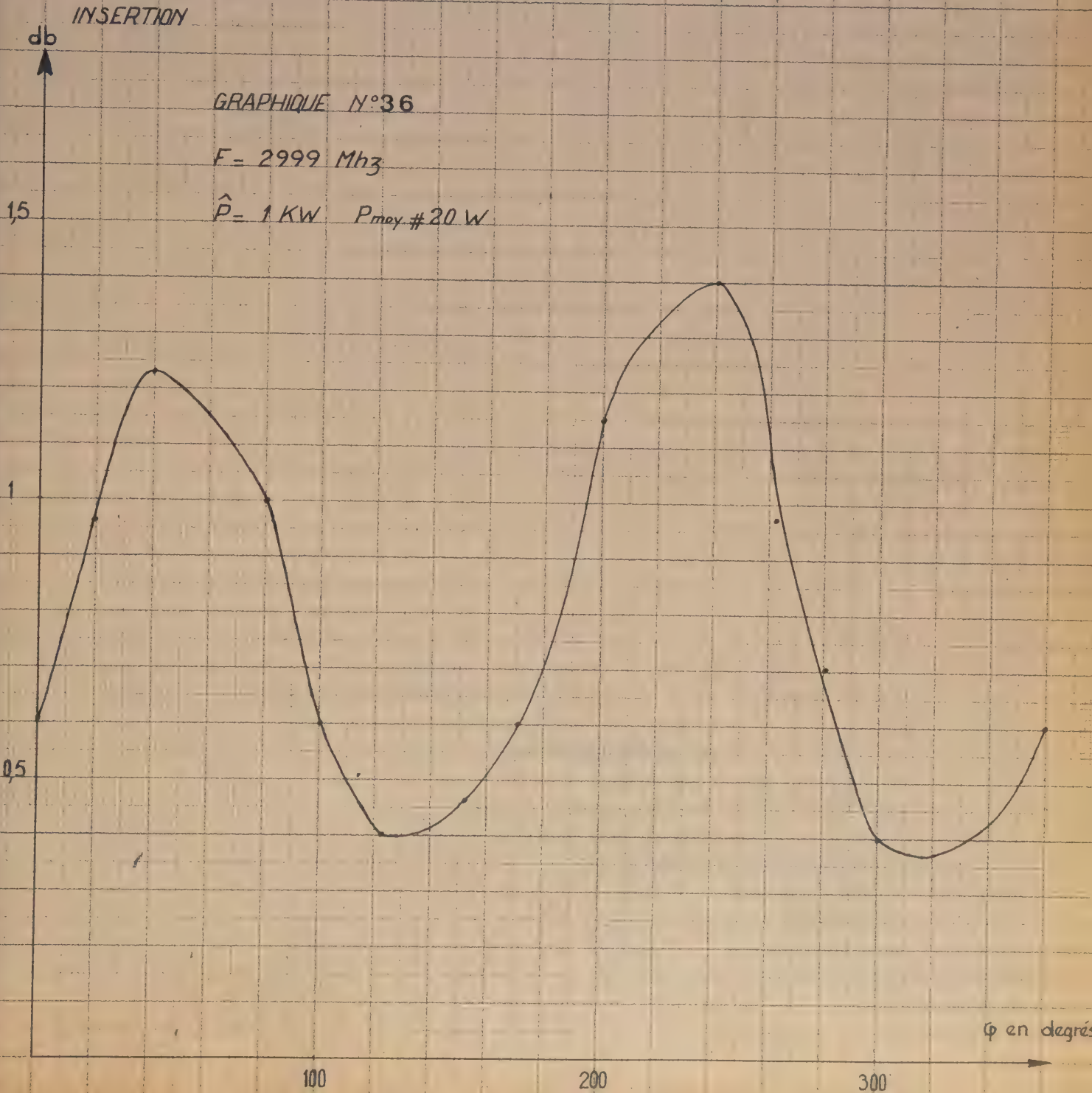
0

DÉPHASEUR ROTATIF LTT TYPE D.6717

N° 001

INSERTION EN FONCTION DU

DÉPHASAGE $\alpha = f(\varphi)$



- DEPHASEUR ROTATIF LTT Type D6717 N°001 -

S
↑
GRAPHIQUE N°37

- TOS D'ENTRÉE EN FONCTION DE LA ROTATION -

$f_0 = 2999 \text{ MHz}$

$P_{\text{moy}} = 1 \text{ watt}$

T.O.S charge de sortie = 1,01

$$\Gamma = f(\theta)$$

— Avec ligne fendue

- - - Avec coupleur
directif (D = 40 db)

Labo Hyper
3.5.66

0 45° 90° 135° 180°
θ en degrés

- ATTENUATEUR LIT Type D 6703 -

GRAPHIQUE N°38

Db

- N° 001 -

CARACTERISTIQUE D'AFFAIBLISSEMENT EN FONCTION DE L'ANGLE DE ROTATION OU DE LA TENSION

DU ROTAPOT =

Mesures ENS à $f = 2999 \text{ MHz}$

Puissance CW = 10 Watts

Mesures LIT à $f = 2998 \text{ MHz}$

30 AFFAIBLISSEMENT D'INSERTION

$\alpha_0 < 0.2 \text{ Db}$

caractéristique $v = f(\theta)$ Lissaire,
biunivoque, de période π

25 Note : biunivoque dans
l'intervalle $[0, \pi[$

20

15

10

5

0

45°

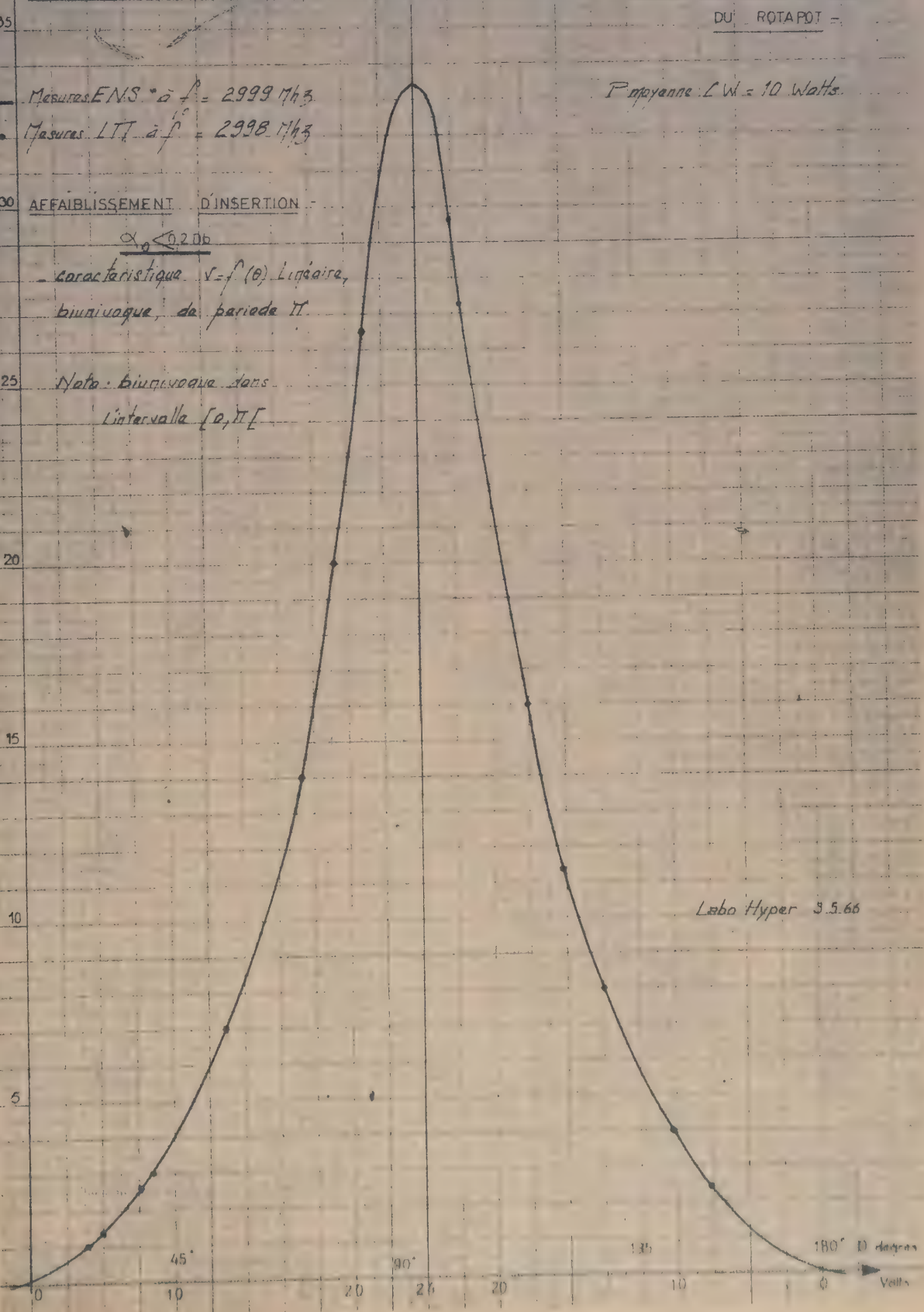
90°

135°

180° 0 degrés

Volts

Labo Hyper 3.5.66



ATTENUATEUR LTT Type D6703 - N°001

GRAPHIQUE N°39

DÉPHASAGE ENTRÉE-SORTIE EN FONCTION DE
L'AFFAIBLISSEMENT

$$\Delta \varphi = \varphi(\alpha)$$

$\hat{P} = 500 \text{ W}$ pour $P_{\text{max}} = 10 \text{ W}$

$$\Delta f_0 = 2999 \text{ MHz}$$

Labo Hyper 3.5.66

Limites demandées dans le
Cahier des charges

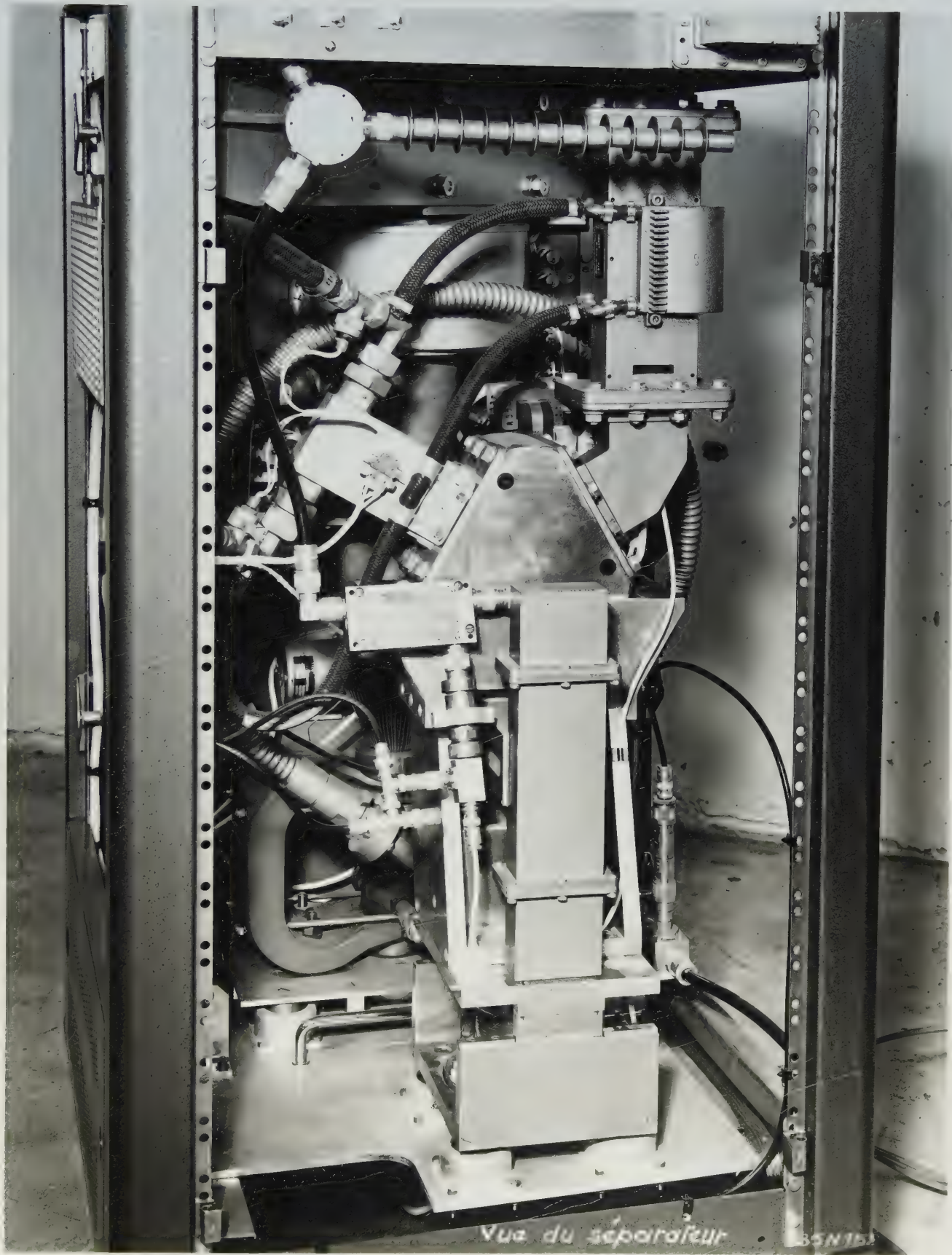
AFFAIBLISSEMENT

10

20

30

Db



Vue du séparateur

35N151

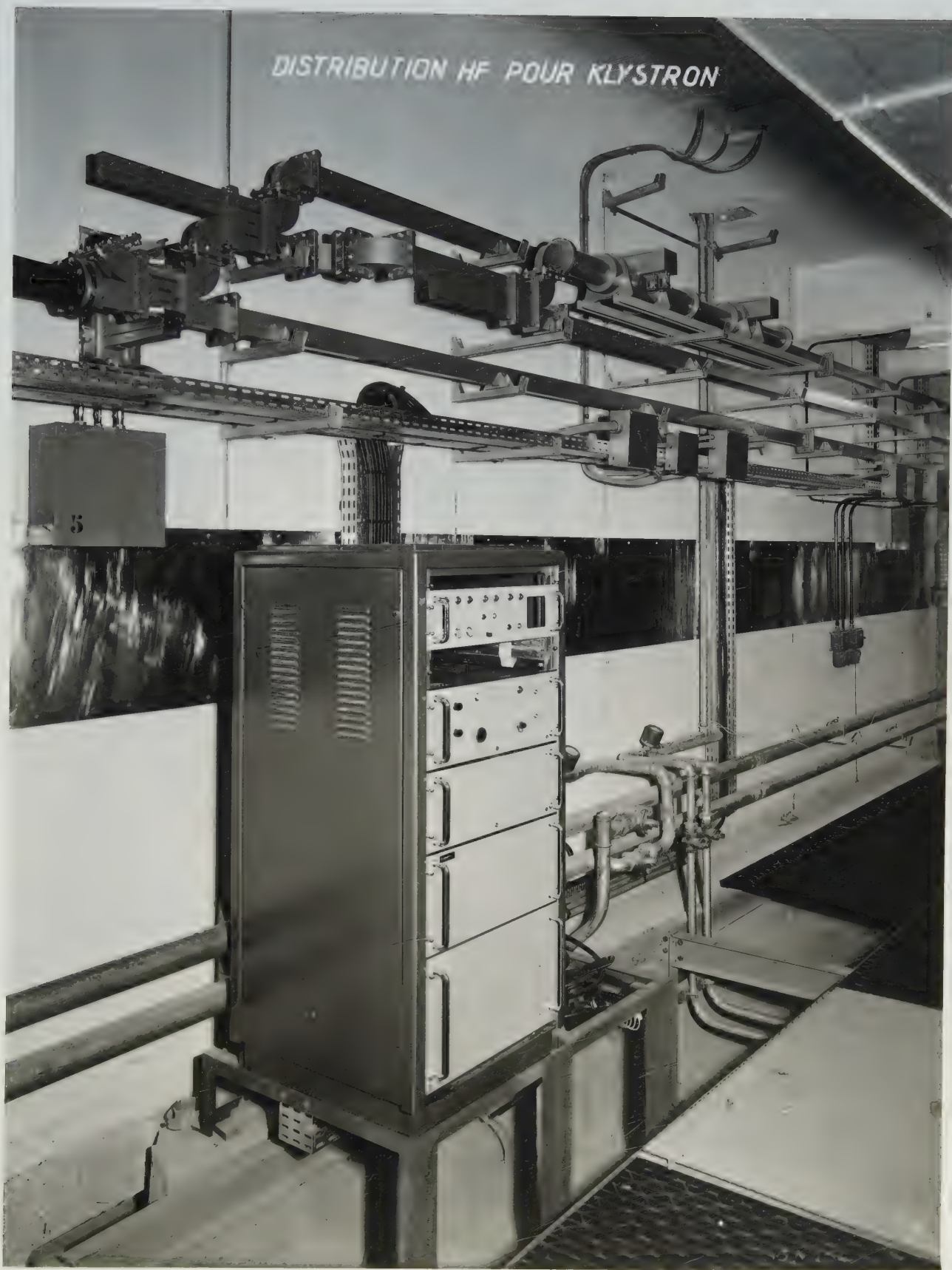
Photo-Industrie
Noms-Conteur
H. BARANGER et C^{ie}
2, Rue de la République - 211
DID. 30-00
N^o 93 52
REPRODUCTION INTERDITE

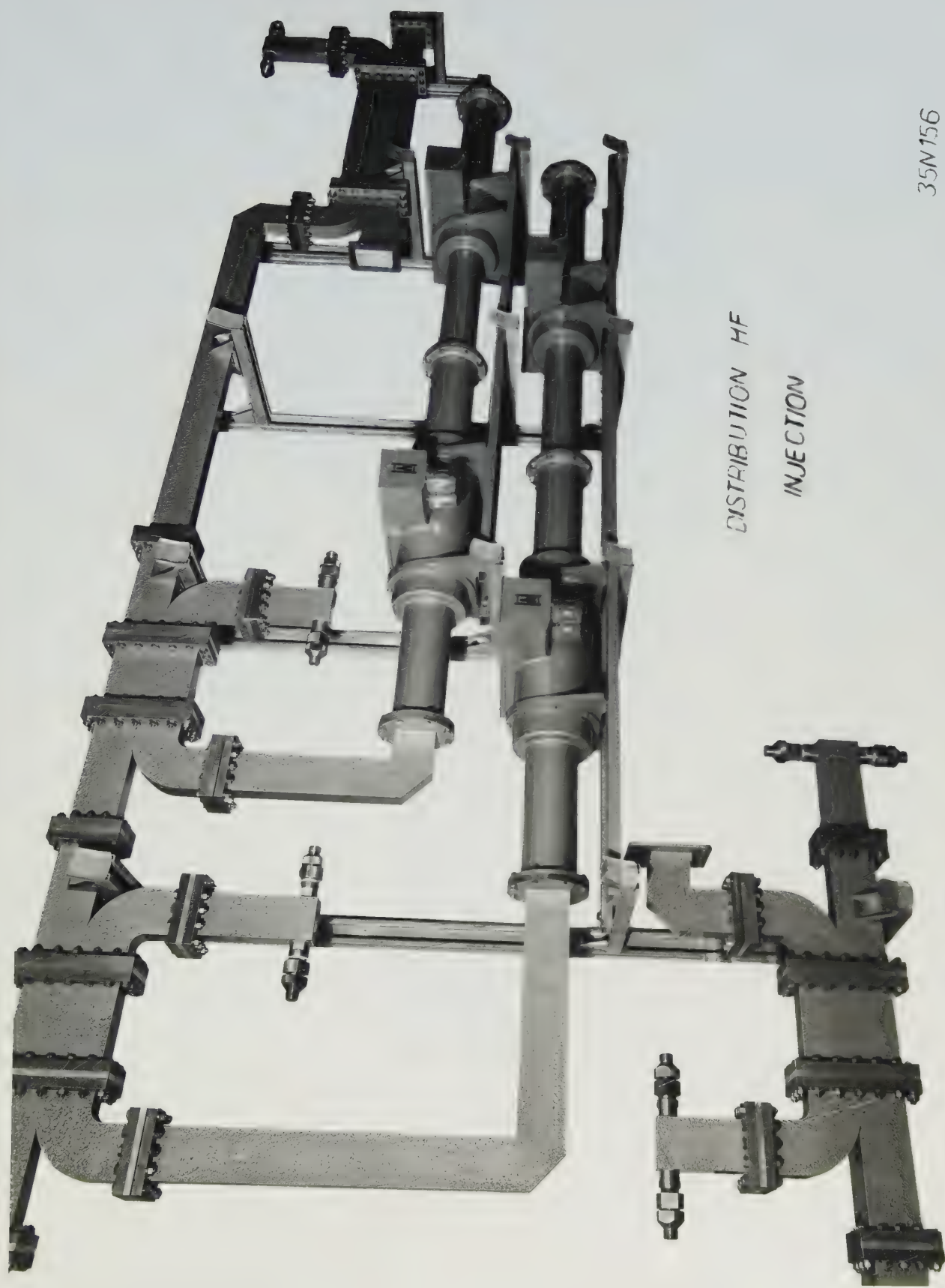


SECTIONS ACCELERATRICES

157/55

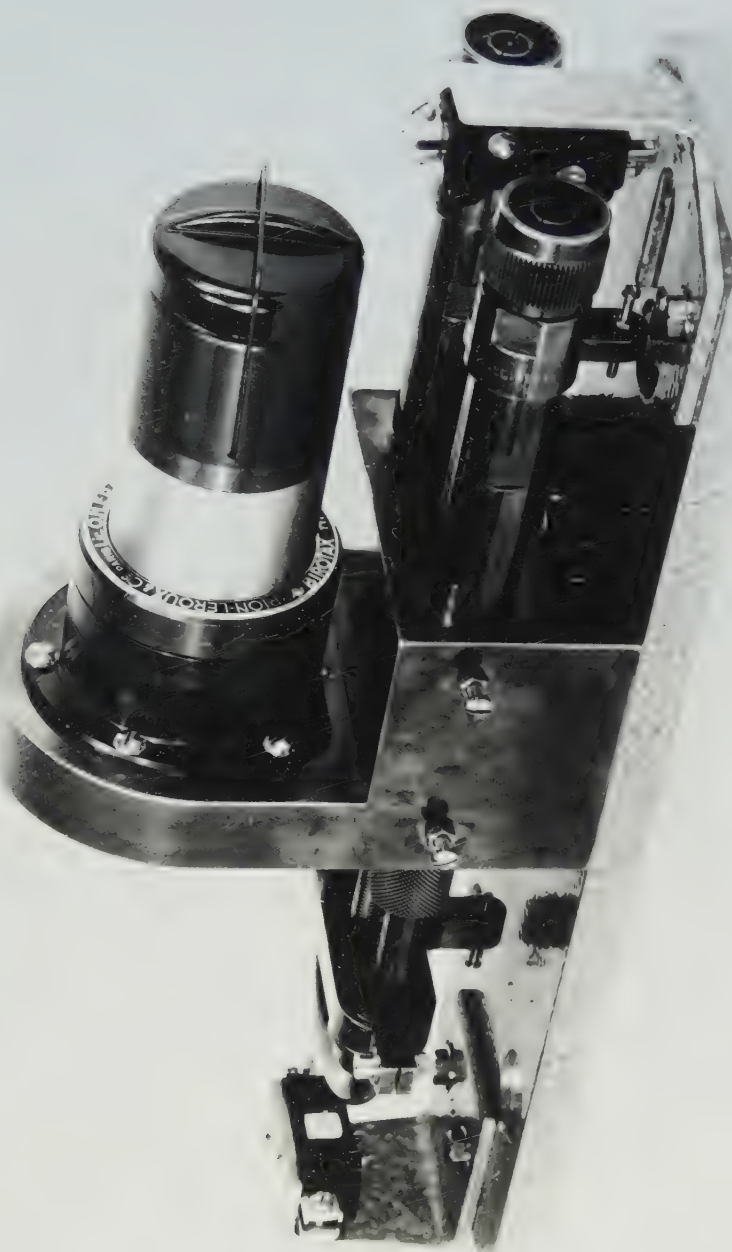
DISTRIBUTION HF POUR KLYSTRON





DISTRIBUTION HF
INJECTION

35N156



DEPHASEUR AJUSTABLE
TELECOMMANDE

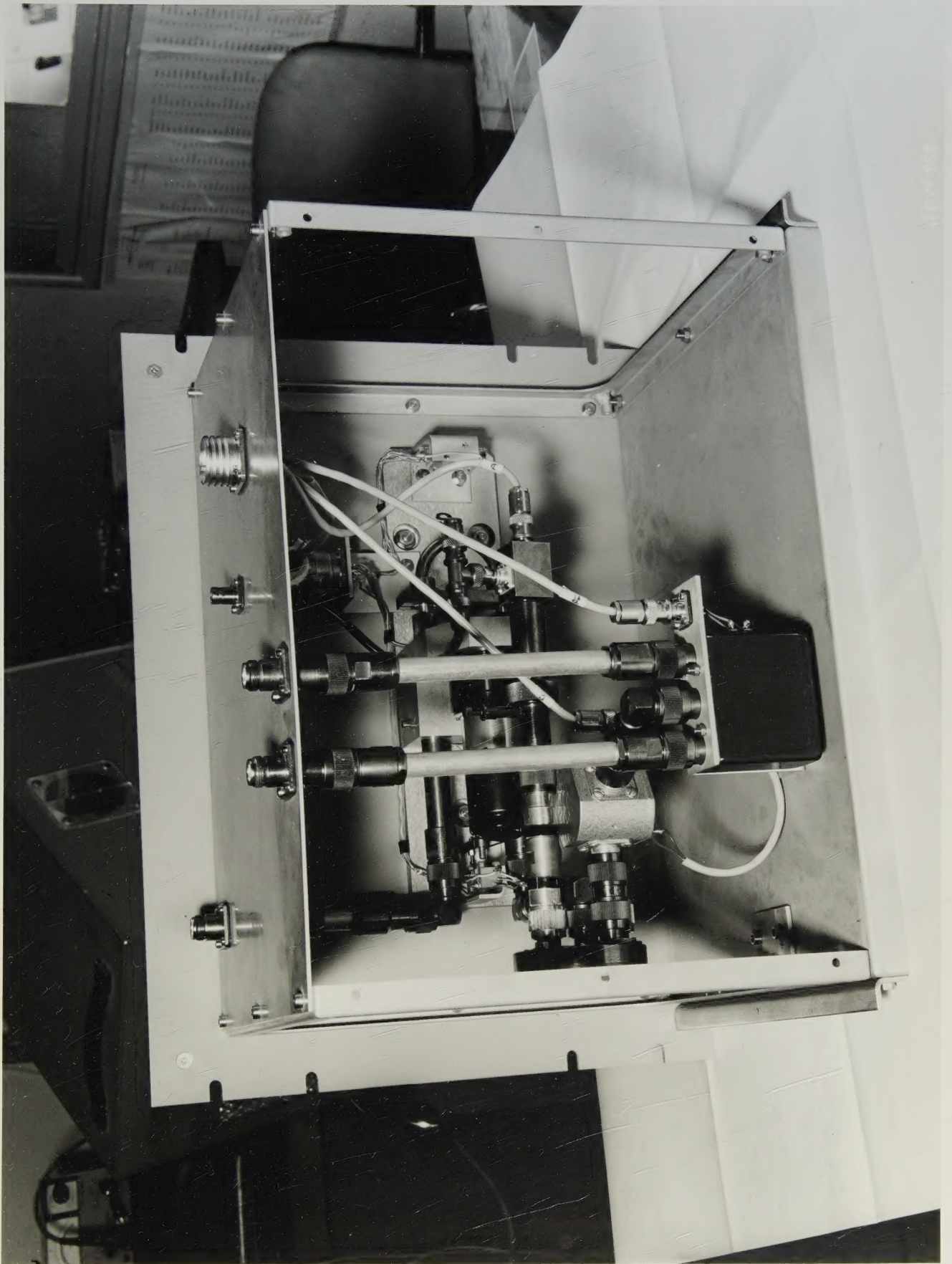


Photo-Industrie

Noire-Couleur

H. BARANGER et Cie

2, Rue Parrot - XII^e

DID. 30-02

NAT. 93-62

REPRODUCTION INTERDITE

